LANDBAUFORSCHUNG VÖLKENRODE, 38. JAHRGANG (1988), HEFT 2, SEITE 155-158

Unscharfe Vorgaben zur Bearbeitung von Standortmodellen

BRUNO TRIES

Institut für Betriebswirtschaft

Einleitung

Zur Analyse von Regionen und/oder Fragen nach Reaktionen einer Region auf potentielle Maßnahmen werden i.d.R. Standortmodelle formuliert. Je differenzierter ein Fragenkomplex beantwortet werden soll, um so umfangreicher ist das Modell. Oft genügt es, alle relevanten Daten hoch zu aggregieren (beispielsweise Bildung eines Regionshofes zur Beantwortung der Frage nach den regionalen Produktionskosten von nachwachsenden Rohstoffen). In den meisten Fällen ist jedoch eine stärkere Differenzierung erforderlich, beispielsweise bei der Frage nach Produktionsstrukturveränderungen bei der Aufnahme von neuen Produktionseinrichtungen. Bedient man sich eines LP-Modelles (siehe beispielsweise (2), (4)), dann liefert das Ergebnis u.a. die Kosten des Grenzanbieters und über die Zielfunktionen die Durchschnittskosten. Beide Werte unterscheiden sich i.a. sehr stark voneinander. Die regionalen Durchschnittskosten für das Produkt sind niedriger als der Preis, der dem Grenzanbieter gezahlt werden müßte, um die modellmäßig ermittelte Produktionsmenge zu erzeugen. Diese Differenz kann unrealistisch groß sein, so daß er erforderlich ist nach Lösungen zu suchen, die diese Differenzen verringern, d.h. in der Regel die Restriktionen zu verändern. Das im folgenden vorgestellte Verfahren bietet eine Möglichkeit dazu. Das Ergebnis ist ein „regionsgerechter" Preis, der zwischen den Durchschnitts- und den Grenzkosten des Ausgangsmodells liegt.

1 Das Standortmodell

Zur Demonstration der angeführten Problematik und zur Darstellung der Lösungsmöglichkeit diene das folgende einfache Regionalmodell.

Erhoben wir die Forderung, in einer Region (z.B. einem Landkreis der Bundesrepublik Deutschland) eine Ethanolkonversionsanlage mit der Kapazität von 33 000 m^3/a (100 000 l/d) Ethanol zu errichten, die Produktionsmenge zu bestimmen und den Rohstoffpreis je Liter zu ermitteln. Die Region wird unterteilt in zwei von Thünen'sche Kreise mit den durchschnittlichen Transportkosten (H o l l - m a n n , T r i e s (1)) von 7,22 DM/t (innen) und 13,34 DM/t (außen) zum Zentrum. Durch diese Ringbildung lassen sich zwei Regionshöfe bilden. Das Modell ist so formuliert, daß ein Produktionszwang ausgeübt wird, so daß die Zielfunktion die regionalen Kosten eines Kostenminimierungsmodells ausweist.

	$Anbaufl._i$	$Anbaufl._a$	ETOH	TR_i	TR_a	G_1	G_2	
ZIEL	$-c_{ii}$	$-c_{aa}$	$-K_1$	$-K_2$	$-K_3$	0	0	
AF_i	a_{ii}							$\leq AF_1$
$ETUB_i$	$ETOH_i$					-1		= 0
AF_a		a_{aa}						$\leq AF_2$
$ETUB_a$		$ETOH_a$					-1	= 0
ETSO	$ETOH_i$	$ETOH_a$						= 33 000
$Transp_i$	TR_i			-1				= 0
$Transp_a$		TR_a			-1			= 0
ERT_i	$-c_{ii}$					Preis		N (=0)[1]
ERT_a		$-c_{aa}$					Preis	N (=0)[1]
ETOH	$ETOH_i$	$ETOH_a$	-1					= 0

1) "N" = NONRESTRICTED gilt für die Ausgangslösung, "=0" wird für die weitere Bearbeitung benötigt.
AF = Ackerfläche, ETUB = Ethanolübertrag (1), ERT = monetärer Ertrag,
TR = Transport, ETOH = Ethanolkonversion

Die zu produzierende Menge ("Ethanolsoll": ETSO) kann nur über Ackerfrüchte mit Kosten und Nutzungskosten, unter Transportauflagen und über die Konversion erfüllt werden. (Die zugehörigen Kosten, Nutzungskosten, Nebenprodukterlöse etc. sind unter den jeweiligen Koeffizienten subsummiert.) Für die Ausgangslösung sind der Preis zunächst als unbekannt und deshalb die monetären Erträge als freie Größen anzunehmen.

Für die optimale Ausgangslösung ergeben sich Gesamtkosten von 34 525 218 DM und Grenzkosten von 0,66 DM/l Ethanol. Nach Abzug der durchschnittlichen Transportkosten (0,08 DM/l) und der Konversionskosten (0,51 DM/l) ergibt sich aus den Gesamtkosten ein Durchschnittspreis von 0,461 DM für den einem Liter Ethanol entsprechenden Rohstoff. Der Grenzanbieter ist nicht in der Lage, zu diesem Preis zu produzieren (0,66 - 0,08 = 0,58 DM/l). Daraus erwächst die Aufgabe, den ermittelten Durchschnittspreis soweit anzuheben und das Produktionssoll gleichzeitig soweit abzusenken, daß der Grenzanbieter (über eine Mischkalkulation) kostendeckend produzieren kann. Durch aufwendige parametrische Rechnung könnte man einer Lösung nahekommen, die einem Pareto-Optimum entspricht. Im folgenden wird ein Verfahren beschrieben, das mit nur einem Rechengang auf der Basis der Ausgangslösung ein optimales Ergebnis liefert. Notwendig dazu ist ein kleiner

2 Exkurs in die Theorie unscharfer Aussagen.

Viele Probleme lassen sich oft nur unscharf formulieren, so daß sie sich einer exakten zahlenmäßigen Erfassung entziehen. Ausdrucksweisen wie "viel, häufig, selten, sehr groß, möglichst wenig" zeugen von der Hilflosigkeit, genaue Zahlen anzugeben. Für einen Betriebsleiter ist ein Gewinn zwischen 0,8 und 1 Mill. DM nach Steuern sicher ein "voll befriedigendes" Ergebnis, während Werte unter 10 000 DM als "völlig unbefriedigend" angesehen werden. Es liegt deshalb nahe, die unbestimmten Attribute mit Zahlen zu belegen und diese Zahlen (subjektiv) zu bewerten. Viel Geld wäre beispielsweise mit "1 Mill. DM" zu belegen und "voll befriedigend" könnte in einer Wertskala von 0 bis 1 den Wert 1 erhalten. Demnach bekommen die oben erwähnten 10 000 DM den Wert 0.

Diese Skala der Wertschätzung ist nicht gleichzusetzen mit (subjektiver) Wahrscheinlichkeitsverteilung. Deshalb kann die Wahrscheinlichkeitstheorie nicht zur Lösung solcher unscharf formulierter Probleme herangezogen werden. Vielmehr mußte dazu eine eigene Theorie entwickelt werden, deren Ursprung auf Zadeh (5) zurückgeht. Zur Lösung von unscharf formulierten LP-Programmen hat Zimmermann (6) Beiträge geliefert, denen wie hier folgen (s. auch Leberling (3) und die dort angegebene Literatur).

Ohne auf die in der angeführten Literatur ausführlich behandelten Grundlagen einzugehen, seien hier nur die im folgenden benötigten Begriffe erläutert. Sei X = (x) eine Menge von Objekten (hier beispielsweise Betriebsergebnisse) und sei μ eine Bewertungsfunktion, die jedem Objekt einen Wert zwischen 0 und 1 gibt, dann heißt die Menge der Paare (x, μ(x)) eine unscharfe Menge (Fuzzy Set). Demnach bilden bei einer linearen Bewertungsskala zwischen 10 000 und 1 Mio ($\mu = \frac{1}{990\,000}(x - 10\,000)$) alle Zahlen von x zwischen 10 000 und 1 Mio in Verbindung mit den angegebenen μ eine unscharfe Menge. Es ergibt sich nun das Problem, bei Vorgabe mehrerer unscharfer Mengen (Aussagen) Konjunktionen zu formulieren (Schnittmengen).

Ein solches Problem ergibt sich aus der Tatsache, daß in einem Gruppenhofmodell Grenzanbieter und Differentialrenten ermittelt werden. Differentialrenten können jedoch realiter nicht einbehalten werden, dem Grenzanbieter muß davon eine Entlohnung „für's Mitmachen" gezahlt werden. Die Höhe der Transferleistung ist a priori eine unbestimmte Größe. Jeder Partner hat ein gewisses befriedigendes Niveau, das für jeden simultan („sowohl als auch") zu erfüllen ist. Dieses logische Und gilt es als Schnittmenge von unscharfen Mengen darzustellen und die gemeinsame Bewertung μ zu definieren.

Seien A und B zwei unscharfe Mengen mit μ_A und μ_B, dann wird $\mu_{A \cap B}$ = Min (μ_A, μ_B) als Bewertungsfunktion der Konjunktion von A und B, (A∩B), definiert.

Die Formulierung der Konjunktion als Minimum mehrerer Bewertungsfunktionen liegt der linearen Programmierung mit unscharfen Zielen und Nebenbedingungen zugrunde (s. Zimmermann (6)): Maximiere $\mu_{A \cap \ldots \cap B}$ unter Wahrung der scharfen Nebenbedingungen.

3 Unscharfes LP

In einem LP der Form

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= c \cdot x \\ Ax &\leqslant b \\ x &\geqslant 0 \end{aligned}$$

sei die Zielfunktion und einige Nebenbedingungen unscharf formuliert: „cx sollte möglichst groß sein und bestimmte Ungleichungen sollten die Bedingungen ax ⩽ b nicht wesentlich verletzen!"

Da der mögliche Wertebereich von Z: $Z_{Min} \leqslant Z \leqslant Z_{Max}$ und die Toleranzbereiche für die Verletzung der Nebenbedingungen vorgegeben sein müssen, ist es ersichtlich notwendig oder zumindest sinnvoll, diese Zahlen zunächst über das Ausgangs-LP zu erfassen, d.h. eine Ausgangslösung zu bestimmen. Anhand dieser Lösung können die Toleranzbereiche durch die Werte, die für μ = 0 (unterer Wert) und μ = 1 (oberer Wert) gelten, abgegrenzt werden.

Wir unterstellen, wie im o.a. Beispiel, daß μ eine lineare Funktion sei.

Daraus folgt

$$\mu_z = \frac{Z - Z_{min}}{d_0}$$, wobei der Toleranzbereich $d_0 = Z_{max} - Z_{min}$ ist.

Für die unscharfen Nebenbedingungen (i = 1, . . ., n) gelten beim Toleranzbereich P_i.

$$\mu = \begin{cases} \text{Min} \left[\dfrac{P_i - (a_i x - b_i)}{P_i}, 1 \right] & \text{für } a_i x \leq b_i \\ \text{Max} \left[\dfrac{P_i - (a_i x - b_i)}{P_i}, 0 \right] & \text{für } a_i x \geq b_i \end{cases}$$

d.h., Werte für x mit $a_i x \leqslant b_i$ werden voll akzeptiert (μ = 1) und Werte für x mit $a_i x \geqslant b_i + P_i$, ($\mu$= 0), seien indiskutabel.

Nach Umrechnungen, die bei L e b e r l i n g (3) nachvollzogen werden können, ergibt sich das folgende LP:

$$\text{Max } \lambda$$

$$\left.\begin{array}{lll} \lambda d_0 + d & & \leq d_0 \\ & d + cx & = Z_{max} \\ & d & \geq 0 \\ & d & \leq d_0 \end{array}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{lr} \lambda P_i & + t_i \leq P_i \\ & t_i \leq P_i \\ & a_i x - t_i = b_i \end{array}\right\} \quad (2) \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

$$\left.\begin{array}{ll} ax & \leq b \\ x & \geq 0 \end{array}\right\} \quad (3)$$

mit den Variablen λ, d, t_i, x.

Die optimale Lösung des unscharfen Modells ist demnach mit Hilfe der neuen Variablen λ, d und t_i zu errechnen und aus den Variablen x abzulesen.

Verbal läßt sich dieses LP folgendermaßen interpretieren: Verletzung der Nebenbedingungen „b_i", die sich im Ausgangs-LP in dessen Zielfunktion niederschlagen würden, werden in diesem unscharfen LP durch die Variablen d und t_i aufgefangen. Andererseits ist die ursprüngliche Zielfunktion nicht mehr bevorrechtigt, sondern gleichrangig; dies ist auch durch die Variable λ gewährleistet, die einen Ausgleich der Verletzungen der Restriktionen bewirkt: $\lambda = \mu_{A\cap \ldots \cap B}$. Max λ bedeutet demnach, daß alle unscharfen Bedingungen gleichwertig möglichst gut erfüllt werden.

4 Das Standortmodell mit unscharfen Vorgaben

Zur Lösung des im Abschnitt 1 angeführten Problems der optimalen Preisfindung in einer bestimmten Region kann man sich des oben formulierten unscharfen LP's bedienen. Dabei seien das Ethanolsoll (ETSO) und die Zielfunktion (Z_{max}) und darüber hinaus die monetären Ertragszeilen (ETR), die nach Einsetzen des Durchschnittspreises gleich Null sein sollen (Kosten = Erlös), „verletzbar" (Ungleichungen (1) und (2)). Dazu werden folgende Toleranzen definiert:

a) Die Gesamtkosten dürfen bis zu 3,5 Mio DM (10 v.H.) ansteigen d_0
b) Das Ethanolsoll darf um 3 000 m^3 unterschritten werden
c) Die Bilanzgleichungen erhalten Toleranzbreiten:
   ERT_i von 700 000 DM (p_2)
   ERT_a von 750 000 DM (p_3)
   Der einzusetzende Preis ist 0,461 DM.
   Z_{max} = 34 500 000 DM.

Mit diesen Vorgaben ergibt das unscharfe LP, das aus dem Ausgangs-LP und dessen Lösung gebildet wurde, folgenden charakteristischen Lösungsvektor:
$\lambda = 0{,}942; d = 204\,558; t_1 = 176; t_2 = 40\,912; t_3 = 32\,834$.

Im einzelnen bedeutet dies:
– jede Restriktion wird „weitgehend" befriedigt (λ)
– die Gesamtkosten steigen dadurch um 204 558 DM (d)
– der Ethanoloutput liegt um 176 m^3 unter dem ursprünglich geforderten Niveau (0,5 v.H.) (t_1)
– 0,461 DM/l Ethanol reicht nicht ganz zur Deckung der Bilanzforderung. Der inneren Region muß ein „Züschuß" von 40 912 DM (t_2) und der äußeren einer von 43 834 DM (t_3) „gewährt" werden.

Die äußere Region weist ein Produktionsvolumen von 16 140 m^3 aus, woraus sich ein Betrag von 0,4 Pf/l ergibt; die höhere Produktion im Inneren ergibt 0,2 Pf/l zur Deckung der Lücke. Daraus ergibt sich ein Preis für Ethanolrohstoff in dem betrachteten Landkreis von 0,47 DM/l. Dazu kommen die etwas erhöhten Transportkosten von 0,084 DM/l. (Dies folgt aus der Verlagerung eines großen Teils der Ethanolproduktion von innen nach außen.)

Der Durchschnittspreis für Rohstoff frei Konversionsanlage hat sich durch unscharfe Formulierungen des LP's von 0,461 + 0,08 = 0,541 auf 0,461 + 0,003 + 0,084 = 0,548 erhöht. Im Gegensatz zu den 0,663 DM des Grenzanbieters in der Ausgangslösung ist dieser Preis immer noch ein beträchtlicher Unterschied, da er auch die Kosten des Grenzanbieters auffängt.

5 Schlußbetrachtung

An dem vorgestellten einfachen Modell sollte gezeigt werden, daß zur Ermittlung eines regionalen Produktpreises im Gegensatz zu den bislang durchgeführten Modellrechnungen mit etwas höherem Aufwand eine regionale Produktionsstruktur und ein kalkulatorischer Mischpreis gefunden werden kann, die dem „normativen Optimum" zwar nicht entsprechen, aber im Hinblick auf den Abgabepreis vorteilhaft sind. Die ermittelte Struktur hat höhere Realitätsnähe. Von jedem Beteiligten wird eine Mischkalkulation verlangt; es gibt zwar weiterhin einen „Grenzhektar" (der in diesem Modell allerdings nicht erfaßt ist), aber er bestimmt nicht den Preis.

Zusammenfassung

Der Beitrag zeigt eine Möglichkeit auf, in einem Regionalmodell mit Hilfe unscharfer Vorgaben diametral verlaufende Zielgrößen anzunähern. Am Beispiel der Produktion von nachwachsenden Rohstoffen wird gezeigt, wie mit Hilfe einfacher Modellveränderungen Rohstoffpreise ermittelt werden können, die weit unter den Grenzkosten liegen, wobei die Produktion von nachwachsenden Rohstoffen nur unwesentlich gegenüber der des Ausgangsmodells zurückgeht.

Fuzzy Constraints in Location Problems

Regional models often are involved with multi-objective problems. Solving a problem, occuring by planning an ethanol plant, this paper shows how to get prices for renewable resources by fuzzy programming.

Literatur

(1) Hollmann, P.; Tries, B.: Bestimmungsgründe des Transportaufwandes bei der Erfassung nachwachsender Rohstoffe. – Landbauforschungs Völkenrode 33 (1983), H. 1, S. 33-37.

(2) Kögl, H.: Methodische Aspekte bei der Bestimmung der regionalen Herstellkosten von Bioethanol. – Agrarwirtschaft 35 (1986), H. 11, S. 328-344.

(3) Leberling, H. Entscheidungsfindung mit divergierenden Faktorinteressen und relaxierten Kapazitätsrestriktionen mittels eines unscharfen Lösungsansatzes. – Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 35 (1983), H. 5, S. 398-419.

(4) Meinhold, K.; Götzke, H.; Hollmann, P.; Tries, B.: Zur Wettbewerbsstellung der Produktion von Bioethanol in Schleswig-Holstein bei unterschiedlichen Rahmenbedingungen. Gutachtliche Stellungnahme im Auftrage des Ministeriums für Ernährung, Landwirtschaft und Forsten Schleswig-Holstein, Juli 1985, 46 S. und 16 Übersichten.

(5) Zadeh, L.A.: Fuzzy Sets. - Information and Control, 1965, S. 338-353.

(6) Zimmermann, H.-J.: Optimale Entscheidungen bei unscharfen Problembeschreibungen. – Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, H. 12, Dez. 1975, S. 785-795.

Verfasser: Tries, Bruno, Dr. oec., Institut für Betriebswirtschaft der Bundesforschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode (FAL), komm. Leiter: Prof. Dr. sc. agr. Eckart Neander.