Berichte

aus der Biologischen Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft

Reports

from the Federal Biological Research Centre for Agriculture and Forestry

Heft 46

1998

Einführung in die Biometrie unter Berücksichtigung der Software SAS

Teil 3: Die Varianzanalyse im Feldversuchswesen

Introduction to the Biometry in Regard to the Software SAS
Part 3: Analysis of Variance in Field Experiment Techniques

Bearbeitet von
compiled by

Eckard Moll

Zentrale EDV-Gruppe, Außenstelle Kleinmachnow

Central Working Group Data Processing, Branch Office Kleinmachnow

BBA

Herausgeber

Biologische Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft,
Braunschweig, Deutschland

Verlag:
Eigenverlag

Vertrieb:
Saphir-Verlag, Gutsstraße 15, D-38551 Ribbesbüttel
Telefon +49/(0) 53 74-65 76
Telefax +49/(0) 53 74-65 77

ISSN: 0947-8809

Kontaktadresse:
Dr. Eckard Moll
Biologische Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft
Zentrale EDV-Gruppe, Außenstelle Kleinmachnow
Stahnsdorfer Damm 81
D-14532 Kleinmachnow
Telefon +49/(0) 3 32 03-48-331
Telefax +49/(0) 3 32 03-48-424
E-mail E.Moll@BBA.de

Vorwort

Beginnend mit dem Heft 23 der „Berichte aus der Biologischen Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft" erscheint in loser Folge eine Sammlung biometrischer Verfahren und Methoden, die es gestattet, sich selbständig biometrisches Grundwissen anzueignen. Darüber hinaus sind diese Hefte Begleitmaterial für Kurse zur Thematik „Einführung in die Biometrie unter Berücksichtigung der Software SAS". Der Teil 1 beschäftigt sich mit der Erläuterung grundlegender Begriffe, der elementaren Datenaufbereitung und parameterfreien und parametrischen Testverfahren zum Vergleich von bis zu zwei Mittelwerten. Der statistische Vergleich von mehr als zwei Mittelwerten sowie die ein- und zweifaktoriellen Varianzanalyse mit festen und zufälligen Effekten sind in Teil 2 (Heft 31) zu finden. Der vorliegende Teil 3 wendet sich einem Teilgebiet der Biometrie, dem Feldversuchswesen zu. Spezielle Versuchsanlagen, ihre Planung und Auswertung werden betrachtet. Aufgaben, deren Lösungen mitgeliefert werden, gestatten eine selbständige Überprüfung des Wissens. Bekanntlich werden Methoden und Verfahren, die für das Feldversuchswesen entwickelt wurden, inzwischen weit über diesen Bereich hinausgehend eingesetzt.

Hauptsächlich stützt sich dieses Heft auf die Quellen

BÄTZ, G., H. DÖRFEL, A. FUCHS und E. THOMAS: Einführung in die Methodik des Feldversuchs
VEB Deutscher Landwirtschaftsverlag Berlin, 1982

Fachbereichsstandard Landwirtschaftliche Feldversuche
Versuchsanlagen mit vollständigen Blocks. TGL 21168/14
Versuchsanlagen mit unvollständigen Blocks. TGL 21168/15
Varianzanalytische Auswertungsalgorithmen für die Versuchsanlagen mit vollständigen Blocks. TGL 21168/16
Akademie der Landwirtschaftswissenschaften der DDR, 1981

DÖRFEL, H. und K. WARNSTORFF:
Materialien der studentischen Ausbildung an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Scripte zu den Kursen des Senats der Bundesforschungsanstalten „Planung und Auswertung von Feldversuchen" 1995 und 1996

Der Band 2 der Verfahrensbibliothek[1], der gegenwärtig leider noch nicht vorliegt, beschäftigt sich in den Verfahren 6/51 mit der Planung und Auswertung von Feldversuchen.

Die Basis-Software ist SAS[2]. Zur Planung von Feldversuchen wird die Software CADEMO[3] und zur Auswertung die SAS-Applikation FELD_VA[4] herangezogen.
Die Auswahlverfahren werden hier nicht betrachtet, obwohl sie es verdient hätten. Der Hinweis auf HORN und VOLLANDT[5] soll dem aber Rechnung tragen, zumal sie beispielsorientiert die Verfahren vorstellen.

Die wissenschaftliche Durchsicht nahm Herr Dr. Krüger, Landesanstalt für Landwirtschaft Brandenburg vor, bei dem ich mich herzlich bedanken möchte. Dank geht auch an die Herren Dr. Piepho, Witzenhausen, und Dr. Schumacher, Hohenheim, für die Hinweise zu PROC MIXED.

SAS-Nutzer möchte ich auf das von Frau Dr. Ortseifen koordinierte Anwenderhandbuch (http://www.rzuser.uni-heidelberg.de/~x16/sas-ah.html) verweisen, das schrittweise erweitert wird.

---

[1] RASCH, D., G. HERRENDÖRFER, J. BOCK, N.VICTOR und V. GUIARD: Verfahrensbibliothek Versuchsplanung und -auswertung, R. Oldenbourg Verlag, München, Wien, Band 1: 1996

[2] SAS® ist eingetragenes Warenzeichen von SAS Institute Inc., Cary, NC, USA

[3] BioMath - Gesellschaft für Angewandte Mathematische Statistik in Biologie und Medizin mbH Joachim-Jungius-Str. 9, 18059 Rostock

[4] MOLL, E.: Die SAS-Anwendung FELD_VA – Konstruktion des Lageplanes und die varianzanalytische Auswertung ein- bis dreifaktorieller Feldversuche
Berichte aus der Biologischen Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft, Heft 14, 1996, 43 S.

[5] HORN, M. und R. VOLLANDT: Multiple Tests und Auswahlverfahren
Gustav Fisher Verlag, Stuttgart, Jena, New York, 1995

Inhaltsverzeichnis

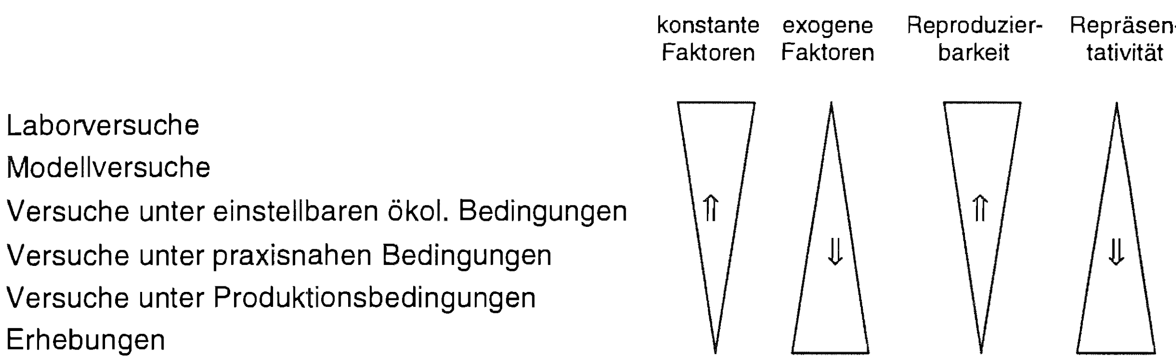
11 Varianzanalyse im Feldversuchswesen

11.1 Der Feldversuch

Um der landwirtschaftlichen Praxis (statistisch) gesicherte Verfahren und Ergebnisse zu empfehlen, ist der Feldversuch unverzichtbare Stufe der Erkenntnisgewinnung zwischen Gefäßversuchen, Labor- und Phytotronversuchen, Gewächshausversuchen oder Versuchen in Kastenanlagen und Produktionsexperimenten. Feldversuche sind Versuche unter Praxis- bzw. praxisnahen Bedingungen mit acker- und pflanzenbaulicher Aufgabenstellung. Versuchsobjekte sind in der Regel die Pflanzen und/ oder der Boden. Als Prüfmerkmale können der Ertrag, der Befall der Pflanzen mit Schadorganismen, die Knickfestigkeit der Pflanzen, der Stickstoffgehalt im Boden und andere herangezogen werden, um die Wirkung der „Behandlungen“, besser: der Prüffaktoren, zu ermitteln. Prüffaktoren können sein: Bodenbearbeitung, Düngung, biologische oder chemische Bekämpfungsmaßnahmen, Zusatzberegnung, Sorten, ...

Während beispielsweise beim Phytotronversuch viele Einflußfaktoren konstant gehalten werden können und damit die Wiederholbarkeit des Versuches relativ hoch ist, wirken gerade beim Feldversuch wie bei keinem anderen Versuchstyp - ausgenommen Versuche unter Praxis-/ Produktionsbedingungen - der Versuchsort (Homogenität des Bodens, Bodenzahl, Nährstoffgehalt, Wassergehalt, Höhenlage, ...) und das Versuchsjahr (jahresspezifische klimatische Bedingungen, ...) auf das Versuchsergebnis. Der Feldversuch ist ein unter praxisnahen bzw. Praxisbedingungen realisierter acker- und pflanzenbaulicher Versuch.

Die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse eines Versuches nimmt vom Laborversuch zur Erhebung (s. u.) immer mehr ab. Die Anzahl der konstanten Faktoren (Versuchsbedingungen unter denen das Prüfmerkmal beobachtet werden soll) ist im Laborversuch verhältnismäßig groß, bei einer Erhebung sehr klein. Dagegen steigen unter Praxisbedingungen im Vergleich zum Laborversuch die Anzahl der exogenen Faktoren (unbeeinflußbare Störgrößen). Auch nimmt die durch Umweltbedingungen erhöhte (biologische) Variabilität zu. Aus der Sicht der Praxis haben hinsichtlich der Repräsentativität Versuche unter Produktionsbedingungen und Erhebungen den höchsten Stellenwert:



Faktoren, an denen das Prüfmerkmal oder die Prüfmerkmale beobachtet werden sollen, werden *Planfaktoren* genannt. Besondere Planfaktoren sind die *Prüffaktoren*, weil sich auf sie unmittelbar die Versuchsaussage bezieht. Die Prüffaktoren mit ihren Stufen werden allgemein *Behandlungen* oder *Prüfglieder* genannt. Einflußgrößen, die für den gesamten Versuch gleich bleiben, sind die *konstanten Faktoren.* Sie werden unter den Versuchsbedingungen aufgeführt.

Zwei sehr unterschiedliche Schläge[6] (Abb. 11.1 und 11.2) verdeutlichen Bodeneigenschaften, wie sie auch an Versuchsstandorten angetroffen werden können. Der kleinere Schlag (Abb. 11.1) ist

---

[6] in Anlehnung an:
ALBERT, E.: Sind für die Pflanzenernährung Teilflächen wie verschiedene Schläge zu betrachten? Niederschrift der 78. Sitzung des Ausschusses für Pflanzenernährung, 13.01.1997, Wiesbaden, Anlage 3, Abb. 1 und 2

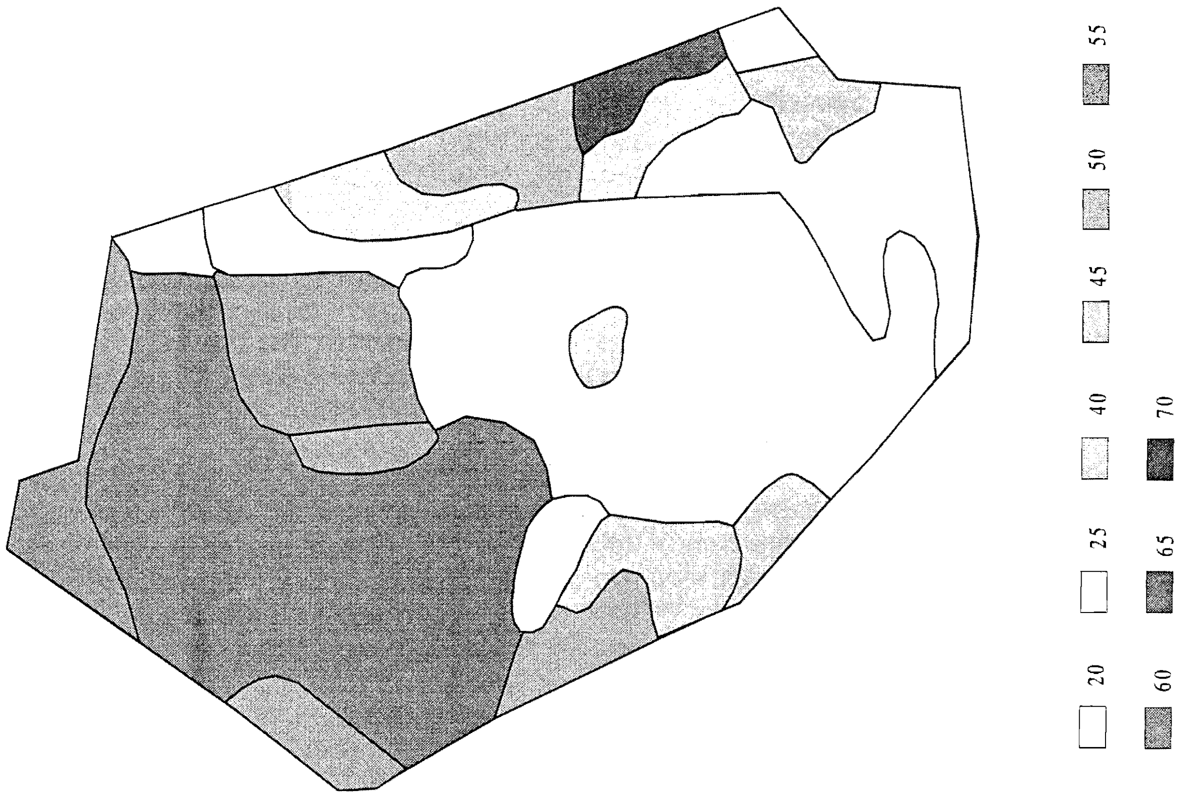


Abb. 11.1: Beispiel für einen heterogenen Praxisschlag (28 ha)

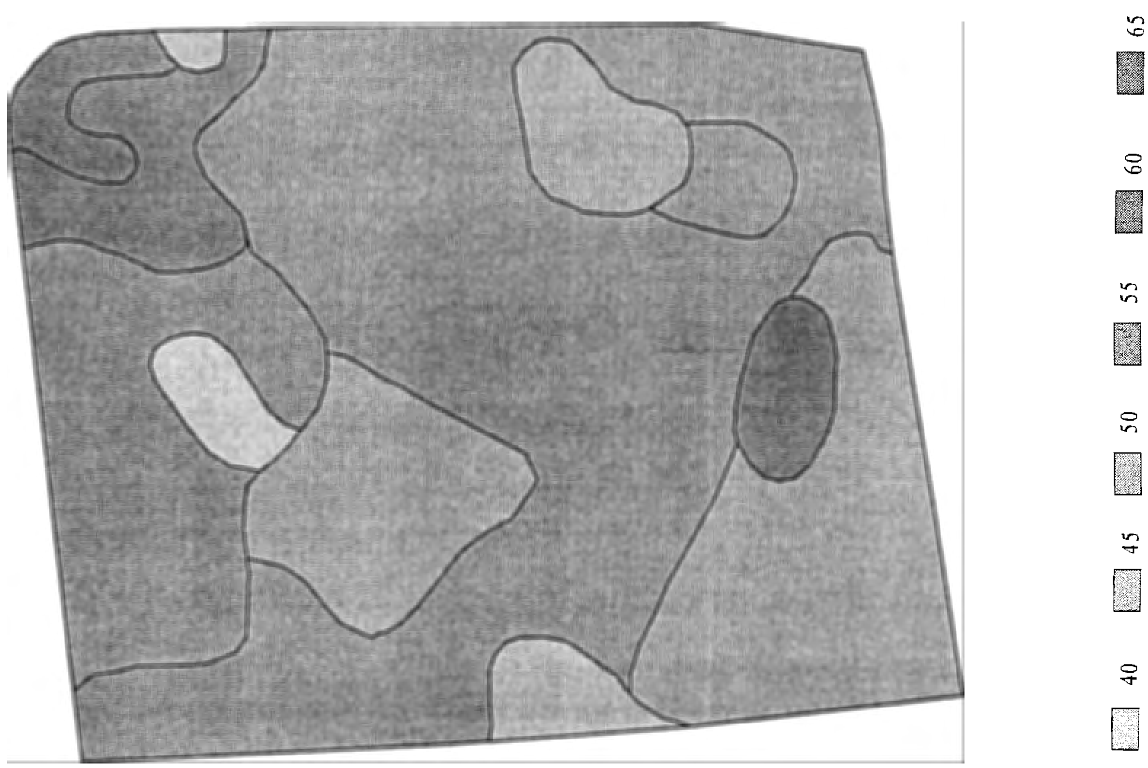
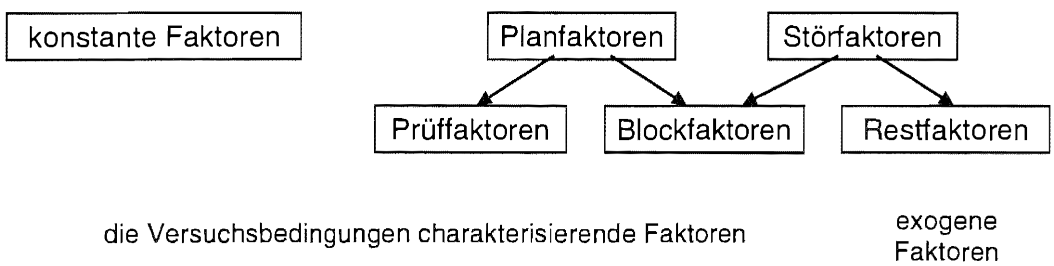


Abb. 11.2: Beispiel für einen homogenen Praxisschlag (60 ha)

wesentlich heterogener als der größere. Die Bodenzahlen können einen Rückschluß auf die unterschiedliche Nährstoffversorgung der Pflanzen geben. Aber nicht alle bodenspezifische Einflußfaktoren und Mechanismen der Pflanzenversorgung sind daran ablesbar. Deshalb hat sich beim Feldversuch neben den in der experimentellen Forschung bestehenden Grundprinzipien: wiederholen der Versuchseinheiten und deren randomisiertes Anordnen als weiteres Prinzip die *Blockbildung* herausgebildet.

11.2 Die Blockbildung

Im Feldversuch gibt es eine Reihe störender Einflüsse, von denen die Bodenheterogenität an erster Stelle zu nennen ist. Um das Versuchsergebnis nicht durch diese störenden Effekte zu verzerren, werden Gruppen von einheitlichen Bodenbedingungen, *Blocks*, gebildet. Auf das Versuchsergebnis wirken weiterhin *Störfaktoren* ein, das können Faktoren sein, die Planfaktoren sind (Blockfaktoren) und *Restfaktoren*, die vor allen durch die nicht beeinflußbaren, außerhalb der Versuchsfrage stehende (exogenen) Faktoren bestimmt werden. Blockfaktoren sind Planfaktoren und zugleich Störfaktoren. Für die Faktoren eines Versuches läßt sich folglich als Schema zusammenstellen:



Für jeden der Blocks gilt, daß

- die Bodeneigenschaften weitestgehend homogen sind und
- alle Prüfglieder einmal auftreten (vollständige Blockanlagen).

Die Gruppierung von Versuchseinheiten zu Blocks ist der Grund dafür, daß man bei Blockanlagen von einer eingeschränkten Randomisierung spricht. Die zufällige Anordnung der Prüfglieder erfolgt nicht auf der gesamten Versuchsfläche, sondern innerhalb der Blocks.

Um die Bodenunterschiede innerhalb eines Blocks möglichst gering zu halten, können die zu einem Block zusammengefaßten Teilstücke nebeneinander, untereinander, sowohl neben- als auch untereinander und in Streulage angeordnet werden (Abb. 11.3). Das bedeutet aber auch, daß die Bodenunterschiede zwischen den Blocks groß sein können.

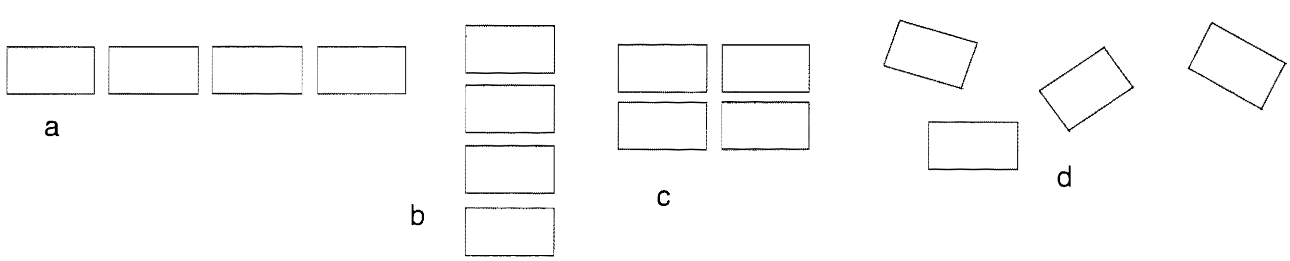
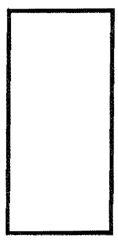


Abb. 11.3: Anordnung der Teilstücke innerhalb eines Blocks
(a: nebeneinander, b: untereinander, c: neben- und untereinander, d: Streulage)

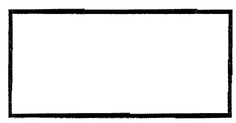
Zwar ist die Bodenheterogenität Hauptgrund für eine Blockbildung. Daneben gibt es aber weitere störende Einflüsse. Um auch sie weitestgehend auszuschalten (was das bedeutet, soll später anhand des Anlagemodells und der Varianztabelle gezeigt werden) ist der Block „allgemeines Ordnungsprinzip für die Arbeitsorganisation des Einzelversuches“[7]. Demnach ist jede Bodenbearbeitung und Pflegemaßnahme, sofern sie nicht Prüffaktoren sind, jede Bonitur und auch die Ernte blockbezogen zeitgleich, mit der gleichen Technik und von jeweils der gleichen Person vorzunehmen. Wenn für gleiche Maßnahmen (keine Prüffaktoren) beispielsweise aufgrund der Versuchsgröße mehrere Maschinen oder Personen (z. B. für Bonituren) erforderlich sind, dann muß die gleiche Technik und die gleiche Person für den gesamten Block zum gleichen Zeitpunkt eingesetzt werden. Es gilt auch für diese systematischen Einflüsse: die Unterschiede innerhalb der Blocks so gering wie möglich halten, zwischen den Blocks können sie größer sein.

Die Wahl der Anlagemethode hängt vor allem von der Anzahl der Prüffaktoren und deren Stufen und von der Technologie der Versuchsdurchführung ab. Bei größerer Anzahl von Prüffaktoren und -stufen wird manchmal auf unvollständige Blockanlagen ausgewichen. Unvollständige Blocks enthalten nicht mehr alle Prüfglieder.

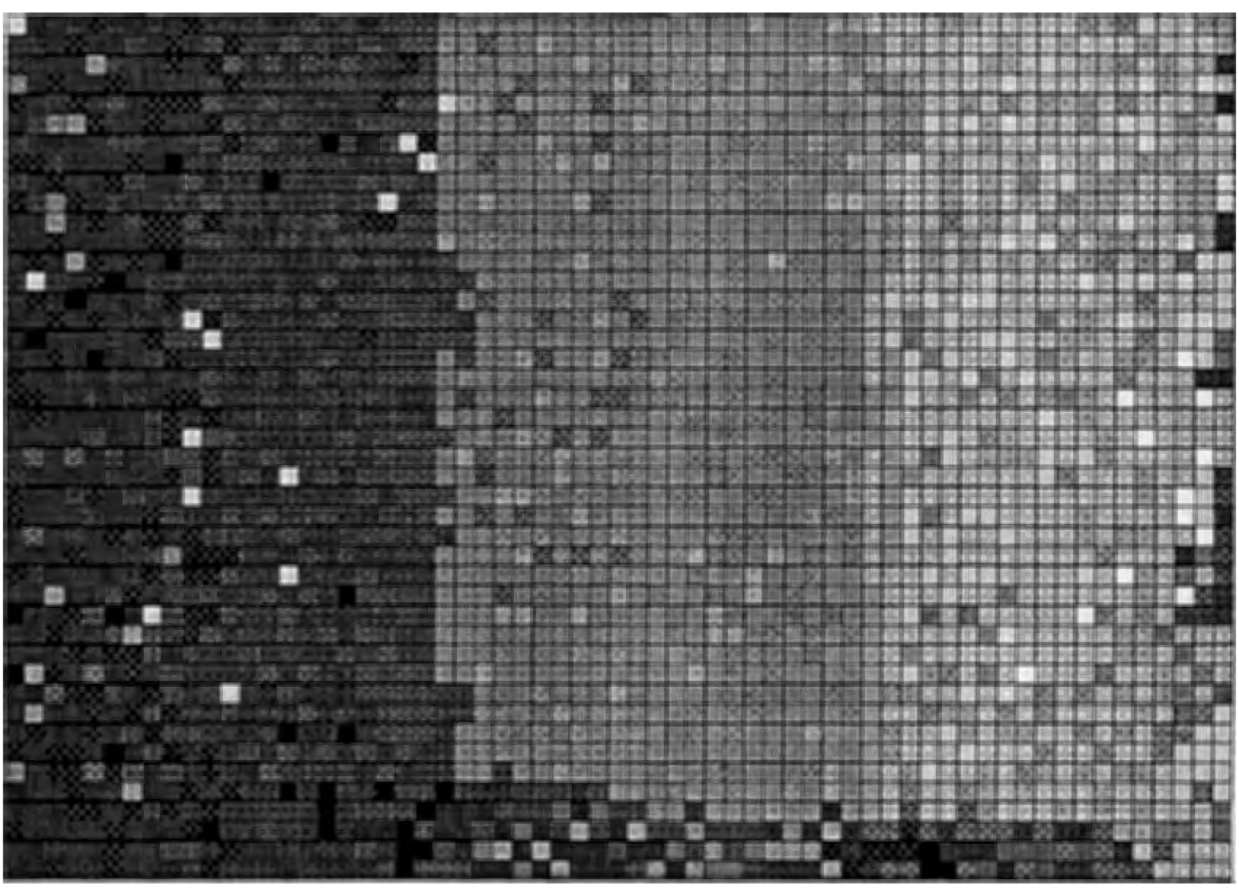
Aufgabe 11.1: Die Bodenheterogenitäten der nachstehenden Versuchsfläche sind durch Feldpunkte unterschiedlicher Bodenzahl charakterisiert. Legen Sie auf dieser Fläche eine einfaktorielle Blockanlage A-Bl mit sechs Stufen des Faktors A (a = 6) und 4 Blocks (bl = 4) an. Die Parzellengröße und Form sind vorgegeben mit



oder



.



[7] BÄTZ, G., H. DÖRFEL, A. FUCHS und E. THOMAS: Einführung in die Methodik des Feldversuchs VEB Deutscher Landwirtschaftsverlag Berlin, 1982, S. 58

11.3 Einfaktorielle vollständige Versuchsanlagen

11.3.1 Einfaktorielle Blockanlage A - Bl

11.3.1.1 Lageplan

Alle Stufen des Faktors A, die Prüfglieder, sind in jedem Block genau einmal vorhanden. Sie sind innerhalb jedes Blocks unabhängig von den anderen zufällig angeordnet. Das die Anlage eindeutig kennzeichnende Symbol einer einfaktoriellen Blockanlage ist A - Bl . Die Gesamtanzahl der Teilstücke ist $N = a * r$.

Ein Beispiel für einen Lageplan, wobei von den in der Abb. 11.3 vorgestellten Anordnungen nur eine gewählt wird, ist für a = 6 Stufen des Prüffaktors A (A_1, A_2, ..., A_6) und r = 4 Blocks:

Block						
4	A_5	A_3	A_6	A_1	A_4	A_2
3	A_4	A_6	A_2	A_5	A_1	A_3
2	A_3	A_5	A_1	A_6	A_2	A_4
1	A_6	A_4	A_5	A_2	A_3	A_1

11.3.1.2 Modell und Varianztabelle

Für die vollständige Anlage mit einem Prüffaktor A mit a Stufen und r Blocks gilt das lineare, additive Modell

$$\underline{y}_{ij} = \mu + a_i + \underline{bl}_j + \underline{e}_{ij}$$

mit .

$\underline{y}_{ij}$: Einzelwert

μ: Erwartungswert des Versuches

a_i: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A (i = 1, 2, ..., a) [mit $\sum a_i = 0$]

$\underline{bl}_j$: zufälliger Effekt des j-ten Blocks (j = 1, 2, ..., r) [$\underline{bl}_j$: N(0 ; σ^2_{Blocks})]

$\underline{e}_{ij}$: Zufallsfehler [$\underline{e}_{ij}$: N(0 ; σ^2_{Rest})] .

Dementsprechend sieht die Varianztabelle aus:

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F	H_0	E(MQ)
Gesamt	a∗r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$			
Blocks	r-1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r}(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$			$\sigma^2_{Rest} + a\sigma^2_{Blocks}$
A	a - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest}}$	$F_A<F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest}}$	$\sigma^2_{Rest} + r\frac{\sum_{i=1}^{a} a_i^2}{a-1}$
Rest	(a-1)(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_A - SQ_{Blocks}$	$\frac{SQ_{Rest}}{FG_{Rest}}$			σ^2_{Rest}

Die Blocks werden nicht getestet. Das unterscheidet sie unter anderem von den Planfaktoren, die Prüffaktoren sind. Sollte man doch die Blockvarianz gegen die Restvarianz mit dem F-Test vergleichen wollen und signifikante Unterschiede erhalten, dann läßt sich bei festen Blockeffekten bl_j (Modell I - Intrablockanalyse) schlußfolgern, daß sich die Blocks in ihrer mittleren Wirkung signifikant unterscheiden und bei zufälligen Blockeffekten $\underline{bl}_j$ (Modell II - Interblockanalyse), daß die Varianzkomponente der Blocks von Null verschieden ist. Auch wenn das Effekte sein können, die mit dem Ziel der Blockbildung im Einklang stehen, kann daraus nicht abgeleitet werden, daß die Wahl der Blocks „richtig" getroffen wurde.
Die Erwartungswerte E(MQ) hängen davon ab, ob die Blockeffekte zufällig oder fest sind. Bei den Betrachtungen hier sollen die Blockeffekte immer zufällige Effekte sein.

Es wird sowohl im Modell als auch in der mit dem Modell korrespondierenden Varianztabelle sichtbar, daß durch den Blockeffekt die Restvarianz verringert wird (s. einfaktorielle Varianzanalyse, Modell I; Teil II, 8.2.2). Indem störende Einflüsse auf die Blockvarianz entfallen und sie dadurch nicht in den Test der mittleren Wirkung der Stufen des Prüffaktors A einbezogen werden, können sie also weitestgehend ausgeschaltet werden.

11.3.1.3 Konfidenzintervalle der Mittelwerte

Häufig kann die Angabe von Konfidenzintervallen für die Mittelwerte aufschlußreicher sein als jegliche Signifikanzaussage zum Vergleich der Mittelwerte auf der Grundlage der Mittelwertdifferenzen. Um zu den Schätzungen für die zweiseitigen Konfidenzintervalle der Mittelwerte der Stufen des Faktors A zu kommen, wird vom Modell der einfaktoriellen Blockanlage A-Bl ausgegangen. Allgemein hängt der Erwartungswert der Varianz von den Effekten ab, über die im speziellen Fall gemittelt wird. Das sind sowohl für die Varianz des Gesamtmittelwertes als auch die Mittelwerte der Stufen des Faktors A der zufällige Blockeffekt und der Zufallsfehler. Somit ist der Erwartungswert der Varianz des Gesamtmittelwertes

$$\sigma^2_{\underline{\bar{y}}_{..}} = \frac{1}{a\,r}\left(a\,\sigma^2_{Blocks} + \sigma^2_{Rest}\right)$$

und der Erwartungswert der Varianz der Mittelwerte der Stufen des Faktors A

$$\sigma^2_{\underline{\bar{y}}_{i\bullet}} = \sigma^2_A = \frac{1}{r}\left(\sigma^2_{Blocks} + \sigma^2_{Rest}\right) \quad .$$

Unter Zuhilfenahme der E(MQ) der Varianztabelle

$$MQ_{Rest} = \sigma^2_{Rest}$$

$$MQ_{Blocks} = \sigma^2_{Rest} + a\sigma^2_{Blocks}$$

wird die Varianz des Gesamtmittelwertes geschätzt durch

$$s^2_{\bar{y}_{..}} = \frac{1}{a\,r}\left(MQ_{Blocks}\right)$$

und dem entsprechend die Varianz des Faktors A durch

$$s^2_A = \frac{1}{ar}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}\right] \quad .$$

Deshalb sind bei der Berechnung der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte des Faktors A die t-Quantile der Blocks und des Restes mit den oben aufgeführten Koeffizienten zu berücksichtigen. Das wird mit einem gewogenen t-Quantil erreicht. Allerdings ist das nur ein Weg, wenn auch ein traditioneller. Das gewogene t-Quantil wird berechnet:

$$t_{gewogen} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}} \quad .$$

Die Schätzungen der zweiseitigen (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte der Stufen des Faktors A lauten folglich unter der Annahme zufälliger Blockeffekte

$$\left\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{gewogen} * s_A \,;\, \bar{y}_{i\bullet} + t_{gewogen} * s_A \right\rangle \quad \text{für } i = 1, 2, ..., a \quad .$$

11.3.1.4 Multiple Mittelwertvergleiche

Für multiple Prozeduren gilt für die Grenzdifferenz GD_α mit ξ_α , dem Quantil der Verteilung, die der Verteilung der Mittelwertdifferenzen zugrunde gelegt wird,

$$GD_\alpha = \xi_\alpha * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{r}} \quad .$$

Die Nullhypothese

H_0: $\mu_i = \mu_{i'}$ (i, i' = 1, 2, ..., a) [H_A: $\mu_i \neq \mu_{i'}$ (i≠i' ; i,i' = 1, 2, ..., a)]

ist zu verwerfen ist, wenn $|\bar{y}_i - \bar{y}_{i'}| > GD_\alpha$.

Für den multiplen Vergleich der mittleren Wirkung der Stufen des Prüffaktors A untereinander ist entsprechend der Vergleichsprozedur das Quantil zu ersetzen durch:

multiple Vergleichsprozedur	ξ_α
multipler t-Test	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}$
Bonferroni-Fisher-Prozedur	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest}}$ mit $m = a(a-1)/2$
Tukey-Prozedur	$q_{1-\alpha;a,FG_{Rest}} / \sqrt{2}$
Dunnett-Prozedur, zweiseitig	$\lvert d \rvert_{1-\alpha/2;a-1,FG_{Rest}}$
Dunnett-Prozedur, einseitig	$\lvert d \rvert_{1-\alpha;a-1,FG_{Rest}}$

11.3.1.5 Beispiel

Es sollen verschiedene Fungizidaufwandmengen[8] in einer einfaktoriellen Blockanlage A-Bl miteinander verglichen werden, die bei der Winterweizensorte Astron eingesetzt wurden. Die Irrtumswahrscheinlichkeit wird 0,05 gewählt. Prüfmerkmal ist der Ertrag, der mit der Teilstückskennzeichnung Fungizidaufwandmenge (1 ... 10) und Block (1 ... 6) nachstehend angegeben ist.

1	1	8.97	3	1	9.37	5	1	9.29	7	1	9.34	9	1	9.58
1	2	8.75	3	2	9.67	5	2	9.59	7	2	8.26	9	2	10.39
1	3	9.38	3	3	9.41	5	3	9.31	7	3	9.33	9	3	10.35
1	4	8.73	3	4	8.60	5	4	8.59	7	4	8.31	9	4	9.58
1	5	8.84	3	5	9.31	5	5	9.49	7	5	8.89	9	5	10.16
1	6	6.39	3	6	8.54	5	6	7.78	7	6	8.69	9	6	9.83
2	1	9.04	4	1	9.43	6	1	8.55	8	1	9.62	10	1	9.46
2	2	9.31	4	2	9.04	6	2	9.52	8	2	10.08	10	2	9.13
2	3	9.71	4	3	9.35	6	3	9.44	8	3	9.63	10	3	9.43
2	4	7.57	4	4	8.55	6	4	9.12	8	4	9.19	10	4	8.80
2	5	8.45	4	5	8.87	6	5	8.14	8	5	9.70	10	5	8.08
2	6	8.48	4	6	9.41	6	6	8.58	8	6	7.42	10	6	7.36

Papier und Bleistift

a = 10
r = 6

[8] Frau Dr. Jahn, BBA, Institut für integrierten Pflanzenschutz, stellte die Daten bereit

Einige notwendige Summenwerte werde mit Hilfe einer Excel-Tabelle gebildet.

						Summation je Block					Summation je Faktorstufe			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	A	Bl	y_ij	y_ij**2		A	Bl	y_ij	Summe		A	Bl	y_ij	Summe
2	1	1	8,97	80,461		1	1	8,97			1	1	8,97	
3	1	2	8,75	76,563		2	1	9,04			1	2	8,75	
4	1	3	9,38	87,984		3	1	9,37			1	3	9,38	
5	1	4	8,73	76,213		4	1	9,43			1	4	8,73	
6	1	5	8,84	78,146		5	1	9,29			1	5	8,84	
7	1	6	6,39	40,832		6	1	8,55			1	6	6,39	51,06
8	2	1	9,04	81,722		7	1	9,34			2	1	9,04	
9	2	2	9,31	86,676		8	1	9,62			2	2	9,31	
10	2	3	9,71	94,284		9	1	9,58			2	3	9,71	
11	2	4	7,57	57,305		10	1	9,46	92,650		2	4	7,57	
12	2	5	8,45	71,403		1	2	8,75			2	5	8,45	
13	2	6	8,48	71,910		2	2	9,31			2	6	8,48	52,56
14	3	1	9,37	87,797		3	2	9,67			3	1	9,37	
15	3	2	9,67	93,509		4	2	9,04			3	2	9,67	
16	3	3	9,41	88,548		5	2	9,59			3	3	9,41	
17	3	4	8,60	73,960		6	2	9,52			3	4	8,60	
18	3	5	9,31	86,676		7	2	8,26			3	5	9,31	
19	3	6	8,54	72,932		8	2	10,08			3	6	8,54	54,90
20	4	1	9,43	88,925		9	2	10,39			4	1	9,43	
21	4	2	9,04	81,722		10	2	9,13	93,740		4	2	9,04	
22	4	3	9,35	87,423		1	3	9,38			4	3	9,35	
54	9	5	10,16	103,226		3	6	8,54			9	5	10,16	
55	9	6	9,83	96,629		4	6	9,41			9	6	9,83	59,89
56	10	1	9,46	89,492		5	6	7,78			10	1	9,46	
57	10	2	9,13	83,357		6	6	8,58			10	2	9,13	
58	10	3	9,43	88,925		7	6	8,69			10	3	9,43	
59	10	4	8,80	77,440		8	6	7,42			10	4	8,80	
60	10	5	8,08	65,286		9	6	9,83			10	5	8,08	
61	10	6	7,36	54,170		10	6	7,36	82,480		10	6	7,36	52,26
62			541,18	4914,296										

Summenwerte der Blocks:

Block	
1	92,65
2	93,74
3	95,34
4	87,04
5	89,93
6	82,48

Summenwerte der Faktorstufen:

A	
1	51,06
2	52,56
3	54,90
4	54,65
5	54,05
6	53,35
7	52,82
8	55,64
9	59,89
10	52,26

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r} y_{ij} = 541{,}18$$

$$Sgl = \frac{1}{a\,r}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}\right)^2 = \frac{1}{10*6}(541{,}18)^2 = 4881{,}263$$

$$SQ_{Gesamt} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r}\left(y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right)^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - Sgl = 4914{,}296 - 4881{,}263 \qquad = 33{,}033$$

$$SQ_{Blocks} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{y}_{\bullet j} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right)^2 = \tfrac{1}{a}\sum_{j=1}^{r} \bar{y}_{\bullet j}^2 - Sgl$$

$$= \frac{1}{10}\left(92{,}65^2 + 93{,}74^2 + 95{,}34^2 + 87{,}04^2 + 98{,}93^2 + 82{,}48^2\right) - 4881{,}263 \qquad = 11{,}461$$

$$SQ_A = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}\right)^2 = \tfrac{1}{r}\sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i\bullet}^2 - Sgl$$

$$= \frac{1}{6}\left(51{,}06^2 + 52{,}56^2 + 54{,}90^2 + \bullet\bullet\bullet + 55{,}64^2 + 59{,}89^2 + 52{,}26^2\right) - 4881{,}263 \qquad = 9{,}006$$

$$SQ_{Rest} = SQ_{Gesamt} - SQ_A - SQ_{Blocks} = 33{,}033 - 9{,}006 - 11{,}461 \qquad = 12{,}566$$

$FG_{Gesamt} = a * r - 1 \quad = 10 * 6 - 1 \quad = 59$
$FG_{Blocks} = r - 1 \quad = 6 - 1 \quad = 5$
$FG_{A} = a - 1 \quad = 10 - 1 \quad = 9$
$FG_{Rest} = (a-1)(r-1) \quad = 9 * 5 \quad = 45$

$MQ_A = SQ_A / FG_A \quad = 9{,}006 / 9 \quad = 1{,}001$
$MQ_{Blocks} = SQ_{Blocks} / FG_{Blocks} \quad = 11{,}461 / 5 \quad = 2{,}292$
$MQ_{Rest} = SQ_{Rest} / FG_{Rest} \quad = 12{,}566 / 45 \quad = 0{,}279$

$F_A = MQ_A / MQ_{Rest} = 1{,}001 / 0{,}279 \quad = 3{,}588$

Varianztabelle:

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F
Gesamt	59	33,033		
Blocks	5	11,461	2,292	
A	9	9,006	1,001	3,588
Rest	45	12,566	0,279	

Der berechnete F-Wert ist mit dem entsprechenden Wert der Prüfverteilung, der F-Verteilung, zu vergleichen: Tabelle 8.4 b , Teil 1: $F_{1-\alpha;\, FG_A,\, FG_{Rest}} = F_{0,95;\,9,\,45} = 2{,}098$ (interpoliert)
SAS-Funktion: `FINV(0.95, 9, 45)` = 2.0958 (auf vier Stellen gerundet)

Da $F_{berechnet} = 3{,}584 > F_{0,95;\,9,\,45} = 2{,}096$ ist die globale Nullhypothese (H_0: die 10 Ertragsmittelwerte unterscheiden sich nicht) zu verwerfen. D. h. mindestens ein Mittelwert unterscheidet sich von den anderen signifikant.

Bevor eine Signifikanzaussage auf der Grundlage der Tukey-Prozedur vorgenommen wird, sollen die 0,95-Konfidenzintervalle der Mittelwerte berechnet werden. Die notwendigen Werte werden obiger Varianztabelle entnommen.

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{ar}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}\right]} = \sqrt{\frac{1}{10*6}[2{,}292 + 9*0{,}279]} = 0{,}283$$

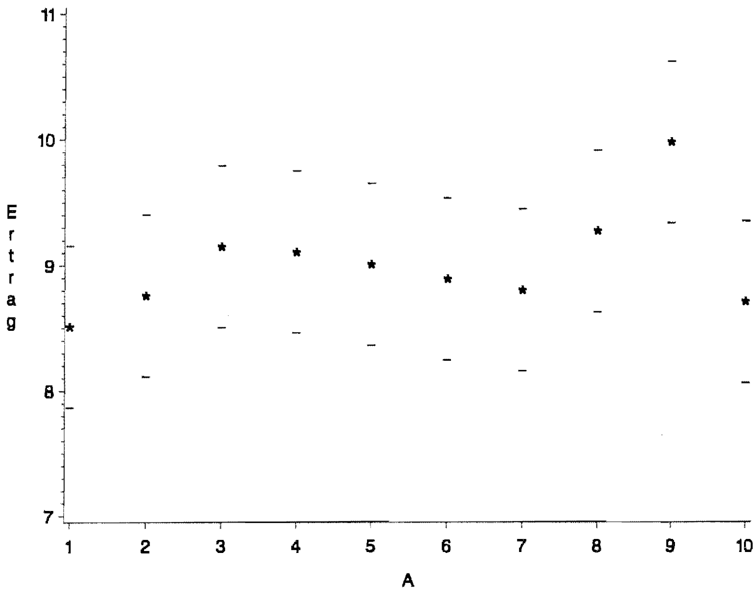
$$t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} = t_{0,975;\,5} = 2{,}571 \qquad t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} = t_{0,975;\,45} = 2{,}014$$

$$t_{gewogen} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}} = \frac{2{,}292 * 2{,}571 + 9 * 0{,}279 * 2{,}014}{2{,}292 + 9 * 0{,}279} = 2{,}280$$

Mit $\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{gewogen} * s_A\, ;\, \bar{y}_{i\bullet} + t_{gewogen} * s_A \rangle$ (i = 1, 2, ..., a)
sind die Grenzen der 0,95-Konfidenzintervalle der Mittelwerte:

A	Mittelwert	0,95-Konfidenzintervall untere Grenze	0,95-Konfidenzintervall obere Grenze
1	8,510	7,865	9,155
2	8,760	8,115	9,405
3	9,150	8,505	9,795
4	9,108	8,463	9,753
5	9,008	8,363	9,653
6	8,892	8,247	9,537
7	8,803	8,158	9,448
8	9,273	8,628	9,918
9	9,982	9,337	10,627
10	8,710	8,065	9,355

In der Grafik ist deutlich zu sehen, daß sich die Konfidenzintervalle der mittleren Wirkungen von A_1 und A_9 nicht überlappen und somit diese beiden Varianten in ihren Schätzungen signifikant verschieden sind.




```
data interval;
  input a mw ug og;
lines;
 1 8.510 7.865  9.155
 2 8.760 8.115  9.405
 3 9.150 8.505  9.795
 4 9.108 8.463  9.753
 5 9.008 8.363  9.653
 6 8.892 8.247  9.537
 7 8.803 8.158  9.448
 8 9.273 8.628  9.918
 9 9.982 9.337 10.627
10 8.710 8.065  9.355
;
goptions htext=1.4 ftext=swiss;
symbol1 c=black i=none h=1.6
        f=swissb v='*';
symbol2 c=black i=none
        f=swissb v='-';
proc gplot data=interval;
  label mw='Ertrag';
  plot mw * a = 1
       ug * a = 2
       og * a = 2
       /overlay
        hminor=0;
run; quit;
```

Die Grenzdifferenz des Tukey-Testes wird mit dem Quantil der studentisierten Spannweiten-Verteilung $q_{1-\alpha;a,FG_{Rest}} = q_{0,95;\ 10,\ 45} = 4{,}708$ (interpoliert; Tab. 8.6, Teil 1 - bzw. SAS-Funktion `PROBMC('RANGE',.,0.95, 45, 9)` = 4.6063) gemäß obiger Vorschrift berechnet mit:

$$GD_\alpha = q_{1-\alpha;a,FG_{Rest}} / \sqrt{2} * s_{Rest} \sqrt{\frac{2}{r}} = q_{1-\alpha;a,FG_{Rest}} * s_{Rest} / \sqrt{r} = 4{,}6063 * \sqrt{0{,}2795} / \sqrt{6} = 0{,}994 \ .$$

Die folgenden Methoden der Signifikanzdarstellung (vgl. Teil 2) sind gleichwertig.

Vergleich der paarweisen Mittelwertdifferenzen mit der Grenzdifferenz $HSD_{\alpha;\,a}$:

A		1 8,510	10 8,710	2 8,760	7 8,803	6 8,892	5 9,008	4 9,108	3 9,150	8 9,273
10	8,710	0,200	-							
2	8,760	0,250	0,050	-						
7	8,803	0,293	0,093	0,043	-					
6	8,892	0,382	0,182	0,132	0,089	-				
5	9,008	0,498	0,298	0,248	0,205	0,116	-			
4	9,108	0,598	0,398	0,348	0,305	0,216	0,100	-		
3	9,150	0,640	0,440	0,390	0,347	0,258	0,142	0,042	-	
8	9,273	0,763	0,563	0,513	0,470	0,381	0,265	0,165	0,123	-
9	9,982	1,472 *	1,272 *	1,222 *	1,179 *	1,090 *	0,974	0,874	0,832	0,709

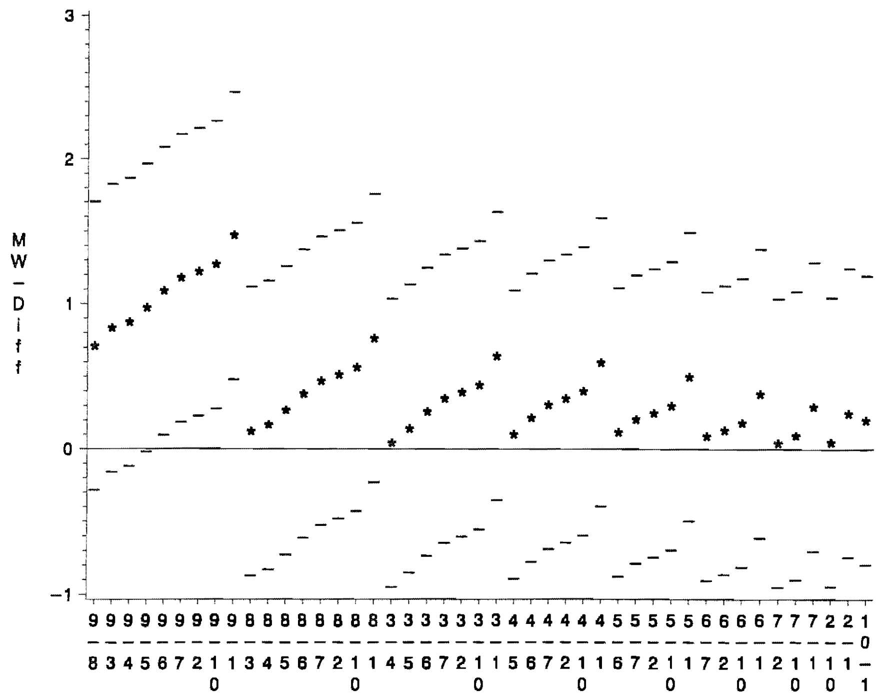
Die signifikanten Differenzen (absolut größer als die Grenzdifferenz) sind mit $*$ markiert.

(1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwertdifferenzen:

Signifikanz liegt vor, wenn das Konfidenzintervall die Null nicht einschließt.

	$\bar{y}_i$		$\bar{y}_{i'}$	$\bar{y}_i - \bar{y}_{i'}$	(1-α)-Konfidenzintervall untere Grenze	obere Grenze	Test
A_9	9,982	A_8	9,273	0,709	-0,285	1,703	nicht signifikant
		A_3	9,150	0,832	-0,162	1,826	nicht signifikant
		A_4	9,108	0,874	-0,120	1,868	nicht signifikant
		A_5	9,008	0,974	-0,020	1,968	nicht signifikant
		A_6	8,892	1,090	0,096	2,084	signifikant
		A_7	8,803	1,179	0,185	2,173	signifikant
		A_2	8,760	1,222	0,228	2,216	signifikant
		A_{10}	8,710	1,272	0,278	2,266	signifikant
		A_1	8,510	1,472	0,478	2,466	signifikant
A_8	9,273	A_3	9,150	0,123	-0,871	1,117	nicht signifikant
		A_4	9,108	0,165	-0,829	1,159	nicht signifikant
		A_5	9,008	0,265	-0,729	1,259	nicht signifikant
		A_6	8,892	0,381	-0,613	1,375	nicht signifikant
		A_7	8,803	0,470	-0,524	1,464	nicht signifikant
		A_2	8,760	0,513	-0,481	1,507	nicht signifikant
		A_{10}	8,710	0,563	-0,431	1,557	nicht signifikant
		A_1	8,510	0,763	-0,231	1,757	nicht signifikant
A_3	9,150	A_4	9,108	0,042	-0,952	1,036	nicht signifikant
		A_5	9,008	0,142	-0,852	1,136	nicht signifikant
		A_6	8,892	0,258	-0,736	1,252	nicht signifikant
		A_7	8,803	0,347	-0,647	1,341	nicht signifikant
		A_2	8,760	0,390	-0,604	1,384	nicht signifikant
		A_{10}	8,710	0,440	-0,554	1,434	nicht signifikant
		A_1	8,510	0,640	-0,354	1,634	nicht signifikant
A_4	9,108	A_5	9,008	0,100	-0,894	1,094	nicht signifikant
		A_6	8,892	0,216	-0,778	1,210	nicht signifikant
		A_7	8,803	0,305	-0,689	1,299	nicht signifikant
		A_2	8,760	0,348	-0,646	1,342	nicht signifikant
		A_{10}	8,710	0,398	-0,596	1,392	nicht signifikant
		A_1	8,510	0,598	-0,396	1,592	nicht signifikant
A_5	9,008	A_6	8,892	0,116	-0,878	1,110	nicht signifikant
		A_7	8,803	0,205	-0,789	1,199	nicht signifikant
		A_2	8,760	0,248	-0,746	1,242	nicht signifikant
		A_{10}	8,710	0,298	-0,696	1,292	nicht signifikant
		A_1	8,510	0,498	-0,496	1,492	nicht signifikant
A_6	8,892	A_7	8,803	0,089	-0,905	1,083	nicht signifikant
		A_2	8,760	0,132	-0,862	1,126	nicht signifikant
		A_{10}	8,710	0,182	-0,812	1,176	nicht signifikant
		A_1	8,510	0,382	-0,612	1,376	nicht signifikant
A_7	8,803	A_2	8,760	0,043	-0,951	1,037	nicht signifikant
		A_{10}	8,710	0,093	-0,901	1,087	nicht signifikant
		A_1	8,510	0,293	-0,701	1,287	nicht signifikant
A_2	8,760	A_{10}	8,710	0,050	-0,944	1,044	nicht signifikant
		A_1	8,510	0,250	-0,744	1,244	nicht signifikant
A_{10}	8,710	A_1	8,510	0,200	-0,794	1,194	nicht signifikant

Die Konfidentintervalle der Mittelwertdifferenzen grafisch dargestellt ergeben folgendes Bild:



Methode der Verbindungslinien:

A_1	A_{10}	A_2	A_7	A_6	A_5	A_4	A_3	A_8	A_9
8,510	8,710	8,760	8,803	8,892	9,008	9,108	9,150	9,273	9,982

Signifikanzkennzeichnung mit gleichen Buchstaben:

A		
1	8,510	a
2	8,760	a
3	9,150	a b
4	9,108	a b
5	9,008	a b
6	8,892	a
7	8,803	a
8	9,273	a b
9	9,982	b
10	8,710	a

SAS

①

```
options nocenter nodate nonumber ls=68 ps=250; title;
data ertrag;
  infile "astron.dat";
  input fungd block ertrag;
proc glm;
  class fungd block;
  model ertrag = fungd block / ss3;
  means fungd / tukey cldiff nosort;
run;
```

```
General Linear Models Procedure
Class Level Information
Class     Levels    Values
FUNGD         10    1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
BLOCK          6    1 2 3 4 5 6

Number of observations in data set = 60

General Linear Models Procedure
Dependent Variable: ERTRAG

Source                 DF    Sum of Squares    F Value     Pr > F
Model                  14       20.46724667       5.24     0.0001
Error                  45       12.56534667
Corrected Total        59       33.03259333

                 R-Square              C.V.           ERTRAG Mean
                 0.619608          5.858555            9.01966667

Source                 DF       Type III SS    F Value     Pr > F
FUNGD                   9        9.00619333       3.58     0.0020
BLOCK                   5       11.46105333       8.21     0.0001

General Linear Models Procedure
Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: ERTRAG

NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate.

Alpha= 0.05  Confidence= 0.95  df= 45  MSE= 0.27923
Critical Value of Studentized Range= 4.705
Minimum Significant Difference= 1.015
```

höhere Genauigkeit als Handrechnung

```
Comparisons significant at the 0.05 level are indicated by '***'.

                 Simultaneous             Simultaneous
                    Lower     Difference     Upper
    FUNGD        Confidence    Between    Confidence
  Comparison        Limit       Means        Limit

1    - 2          -1.2650     -0.2500      0.7650
1    - 3          -1.6550     -0.6400      0.3750
1    - 4          -1.6133     -0.5983      0.4167
1    - 5          -1.5133     -0.4983      0.5167
1    - 6          -1.3967     -0.3817      0.6333
1    - 7          -1.3083     -0.2933      0.7217
1    - 8          -1.7783     -0.7633      0.2517
1    - 9          -2.4867     -1.4717     -0.4567    ***
1    - 10         -1.2150     -0.2000      0.8150

2    - 3          -1.4050     -0.3900      0.6250
2    - 4          -1.3633     -0.3483      0.6667
2    - 5          -1.2633     -0.2483      0.7667
2    - 6          -1.1467     -0.1317      0.8833
2    - 7          -1.0583     -0.0433      0.9717
2    - 8          -1.5283     -0.5133      0.5017
2    - 9          -2.2367     -1.2217     -0.2067    ***
2    - 10         -0.9650      0.0500      1.0650
```

reduziert um die bereits aufgeführten Vergleiche

```
3    - 4          -0.9733      0.0417      1.0567
3    - 5          -0.8733      0.1417      1.1567
3    - 6          -0.7567      0.2583      1.2733
3    - 7          -0.6683      0.3467      1.3617
3    - 8          -1.1383     -0.1233      0.8917
3    - 9          -1.8467     -0.8317      0.1833
3    - 10         -0.5750      0.4400      1.4550

4    - 5          -0.9150      0.1000      1.1150
4    - 6          -0.7983      0.2167      1.2317
4    - 7          -0.7100      0.3050      1.3200
4    - 8          -1.1800     -0.1650      0.8500
4    - 9          -1.8883     -0.8733      0.1417
4    - 10         -0.6167      0.3983      1.4133
```

```
5     - 6      -0.8983     0.1167     1.1317
5     - 7      -0.8100     0.2050     1.2200
5     - 8      -1.2800    -0.2650     0.7500
5     - 9      -1.9883    -0.9733     0.0417
5     - 10     -0.7167     0.2983     1.3133

6     - 7      -0.9267     0.0883     1.1033
6     - 8      -1.3967    -0.3817     0.6333
6     - 9      -2.1050    -1.0900    -0.0750   ***
6     - 10     -0.8333     0.1817     1.1967

7     - 8      -1.4850    -0.4700     0.5450
7     - 9      -2.1933    -1.1783    -0.1633   ***
7     - 10     -0.9217     0.0933     1.1083

8     - 9      -1.7233    -0.7083     0.3067
8     - 10     -0.4517     0.5633     1.5783

9     - 10      0.2567     1.2717     2.2867   ***
```

②

```
proc glm data=ertrag;
  class fungd block;
  model ertrag = fungd block / ss3;
  random block;
  means fungd / tukey cldiff nosort;
run;
```

```
General Linear Models Procedure
Class Level Information
Class     Levels    Values
FUNGD         10    1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
BLOCK          6    1 2 3 4 5 6

Number of observations in data set = 60

General Linear Models Procedure
Dependent Variable: ERTRAG

Source                 DF    Sum of Squares    F Value      Pr > F
Model                  14       20.46724667       5.24      0.0001
Error                  45       12.56534667
Corrected Total        59       33.03259333

                 R-Square              C.V.            ERTRAG Mean
                 0.619608          5.858555             9.01966667

Source                 DF       Type III SS    F Value      Pr > F
FUNGD                   9        9.00619333       3.58      0.0020
BLOCK                   5       11.46105333       8.21      0.0001

General Linear Models Procedure
Source      Type III Expected Mean Square
FUNGD       Var(Error) + Q(FUNGD)
BLOCK       Var(Error) + 10 Var(BLOCK)

General Linear Models Procedure
Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: ERTRAG
```

Schätzwerte für die E(MQ)

●●● s. oben

③

```
proc mixed data=ertrag nobound;
  class fungd block;
  model ertrag = fungd;
  random block;
  lsmeans fungd / adjust=tukey;
run;
```

Achtung: Wenn Schätzwerte der Varianzkomponenten Null oder negativ sind, führt PROC MIXED die Varianzanalyse ohne diese Terme durch, d. h. das Modell wird verändert (was gewollt sein kann). Da aber beim Feldversuchswesen Randomisierung und Modell eine Einheit bilden, sollte der Effekt der Modellreduktion vermieden werden. Das wird durch die Option nobound erreicht.

The MIXED Procedure

Class Level Information

Class	Levels	Values
FUNGD	10	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
BLOCK	6	1 2 3 4 5 6

REML Estimation Iteration History

Iteration	Evaluations	Objective	Criterion
0	1	31.27410571	
1	1	14.65779042	0.00000000

Convergence criteria met.

Covariance Parameter Estimates (REML)

Cov Parm	Estimate
BLOCK	0.20129807
Residual	0.27922993

die Prüfgröße der Tukey-Prozedur wurde durch Kramer auch für ungleiche Wiederholungszahlen erweitert

Model Fitting Information for ERTRAG

Description	Value
Observations	60.0000
Res Log Likelihood	-53.2758
Akaike's Information Criterion	-55.2758
Schwarz's Bayesian Criterion	-57.1878
-2 Res Log Likelihood	106.5516

Standardfehler des Mittelwertes

Standardfehler der Differenzen

Tests of Fixed Effects

Source	NDF	DDF	Type III F	Pr > F
FUNGD	9	45	3.58	0.0020

entspricht Zeile der Varianztabelle

Least Squares Means

Effect	FUNGD	LSMEAN	Std Error	DF	t	Pr > |t|
FUNGD	1	8.51000000	0.28299823	45	30.07	0.0001
FUNGD	2	8.76000000	0.28299823	45	30.95	0.0001
FUNGD	3	9.15000000	0.28299823	45	32.33	0.0001
FUNGD	4	9.10833333	0.28299823	45	32.19	0.0001
FUNGD	5	9.00833333	0.28299823	45	31.83	0.0001
FUNGD	6	8.89166667	0.28299823	45	31.42	0.0001
FUNGD	7	8.80333333	0.28299823	45	31.11	0.0001
FUNGD	8	9.27333333	0.28299823	45	32.77	0.0001
FUNGD	9	9.98166667	0.28299823	45	35.27	0.0001
FUNGD	10	8.71000000	0.28299823	45	30.78	0.0001

signifikant

Differences of Least Squares Means

Effect	FUNGD	_FUNGD	Difference	Std Error	DF	t	Pr > |t|	Adjustment	Adj P	
FUNGD	1	2	-0.25000000	0.30508465	45	-0.82	0.4169	Tukey-Kramer	0.9979	
FUNGD	1	3	-0.64000000	0.30508465	45	-2.10	0.0416	Tukey-Kramer	0.5385	
FUNGD	1	4	-0.59833333	0.30508465	45	-1.96	0.0561	Tukey-Kramer	0.6291	
FUNGD	1	5	-0.49833333	0.30508465	45	-1.63	0.1094	Tukey-Kramer	0.8247	
FUNGD	1	6	-0.38166667	0.30508465	45	-1.25	0.2174	Tukey-Kramer	0.9592	
FUNGD	1	7	-0.29333333	0.30508465	45	-0.96	0.3414	Tukey-Kramer	0.9930	
FUNGD	1	8	-0.76333333	0.30508465	45	-2.50	0.0161	Tukey-Kramer	0.2950	
FUNGD	1	9	-1.47166667	0.30508465	45	-4.82	0.0001	Tukey-Kramer	0.0006	*s*
FUNGD	1	10	-0.20000000	0.30508465	45	-0.66	0.5154	Tukey-Kramer	0.9996	
FUNGD	2	3	-0.39000000	0.30508465	45	-1.28	0.2077	Tukey-Kramer	0.9535	
FUNGD	2	4	-0.34833333	0.30508465	45	-1.14	0.2596	Tukey-Kramer	0.9772	
FUNGD	2	5	-0.24833333	0.30508465	45	-0.81	0.4199	Tukey-Kramer	0.9980	
FUNGD	2	6	-0.13166667	0.30508465	45	-0.43	0.6681	Tukey-Kramer	1.0000	
FUNGD	2	7	-0.04333333	0.30508465	45	-0.14	0.8877	Tukey-Kramer	1.0000	
FUNGD	2	8	-0.51333333	0.30508465	45	-1.68	0.0994	Tukey-Kramer	0.7991	
FUNGD	2	9	-1.22166667	0.30508465	45	-4.00	0.0002	Tukey-Kramer	0.0079	*s*
FUNGD	2	10	0.05000000	0.30508465	45	0.16	0.8706	Tukey-Kramer	1.0000	
FUNGD	3	4	0.04166667	0.30508465	45	0.14	0.8920	Tukey-Kramer	1.0000	
FUNGD	3	5	0.14166667	0.30508465	45	0.46	0.6446	Tukey-Kramer	1.0000	
FUNGD	3	6	0.25833333	0.30508465	45	0.85	0.4016	Tukey-Kramer	0.9973	
FUNGD	3	7	0.34666667	0.30508465	45	1.14	0.2618	Tukey-Kramer	0.9779	
FUNGD	3	8	-0.12333333	0.30508465	45	-0.40	0.6879	Tukey-Kramer	1.0000	
FUNGD	3	9	-0.83166667	0.30508465	45	-2.73	0.0091	Tukey-Kramer	0.1944	
FUNGD	3	10	0.44000000	0.30508465	45	1.44	0.1562	Tukey-Kramer	0.9068	

FUNGD	4	5	0.10000000	0.30508465	45	0.33	0.7446	Tukey-Kramer	1.0000	
FUNGD	4	6	0.21666667	0.30508465	45	0.71	0.4813	Tukey-Kramer	0.9993	
FUNGD	4	7	0.30500000	0.30508465	45	1.00	0.3228	Tukey-Kramer	0.9908	
FUNGD	4	8	-0.16500000	0.30508465	45	-0.54	0.5913	Tukey-Kramer	0.9999	
FUNGD	4	9	-0.87333333	0.30508465	45	-2.86	0.0064	Tukey-Kramer	0.1470	
FUNGD	4	10	0.39833333	0.30508465	45	1.31	0.1983	Tukey-Kramer	0.9472	
FUNGD	5	6	0.11666667	0.30508465	45	0.38	0.7040	Tukey-Kramer	1.0000	
FUNGD	5	7	0.20500000	0.30508465	45	0.67	0.5051	Tukey-Kramer	0.9996	
FUNGD	5	8	-0.26500000	0.30508465	45	-0.87	0.3897	Tukey-Kramer	0.9967	
FUNGD	5	9	-0.97333333	0.30508465	45	-3.19	0.0026	Tukey-Kramer	0.0699	
FUNGD	5	10	0.29833333	0.30508465	45	0.98	0.3334	Tukey-Kramer	0.9922	
FUNGD	6	7	0.08833333	0.30508465	45	0.29	0.7735	Tukey-Kramer	1.0000	
FUNGD	6	8	-0.38166667	0.30508465	45	-1.25	0.2174	Tukey-Kramer	0.9592	
FUNGD	6	9	-1.09000000	0.30508465	45	-3.57	0.0009	Tukey-Kramer	0.0264	s
FUNGD	6	10	0.18166667	0.30508465	45	0.60	0.5545	Tukey-Kramer	0.9998	
FUNGD	7	8	-0.47000000	0.30508465	45	-1.54	0.1304	Tukey-Kramer	0.8683	
FUNGD	7	9	-1.17833333	0.30508465	45	-3.86	0.0004	Tukey-Kramer	0.0119	s
FUNGD	7	10	0.09333333	0.30508465	45	0.31	0.7611	Tukey-Kramer	1.0000	
FUNGD	8	9	-0.70833333	0.30508465	45	-2.32	0.0248	Tukey-Kramer	0.3957	
FUNGD	8	10	0.56333333	0.30508465	45	1.85	0.0714	Tukey-Kramer	0.7030	
FUNGD	9	10	1.27166667	0.30508465	45	4.17	0.0001	Tukey-Kramer	0.0049	s

11.3.2 Lateinisches Quadrat A-LQ

11.3.2.1 Lageplan

Bei lateinischen Anlagen kommen neben den Blocks als weitere Gruppierung die Säulen hinzu, wobei die Säulen keine weitere Wiederholung darstellen. Die Gruppierung in zwei Richtungen hat das Ziel, die in zwei Richtungen voneinander unabhängig wirkenden Störgrößen, beispielsweise Bodenheterogenitäten in zwei Richtungen, auszuschalten. Die Randomisierung der Teilstücke erfolgt so, daß in jedem Block und in jeder Säule jedes Prüfglied genau einmal vorkommt.

Das Symbol für ein einfaktorielles lateinisches Quadrat ist A - LQ.
Es gilt a = r = l , wobei a die Anzahl der Stufen des Faktors A, r die Anzahl Blocks und l die der Säulen ist. Folglich ist die Gesamtanzahl der Teilstücke $N = a^2$.

Ein Lageplan eines einfaktoriellen lateinischen Quadrates[9] könnte für a = 6 Stufen des Prüffaktors A mit den Stufen $A_1, A_2, ..., A_6$ sein:

Block \ Säule	1	2	3	4	5	6
1	A_5	A_2	A_3	A_1	A_4	A_6
2	A_4	A_3	A_6	A_5	A_1	A_2
3	A_1	A_6	A_2	A_4	A_5	A_3
4	A_6	A_1	A_4	A_2	A_3	A_5
5	A_3	A_4	A_5	A_6	A_2	A_1
6	A_2	A_5	A_1	A_3	A_6	A_4

[9] wenn keine Software genutzt werden soll/kann, geben gute Hinweise:
- Fachbereichsstandards Landwirtschaftliche Feldversuche. Versuchsanlagen mit vollständigen Blocks TGL 21168/14, Akademie der Landwirtschaftswissenschaften der DDR, 1981
- GOMEZ, K. A. and A. A. GOMEZ: Statistical Procedures for Agricultural Research John Wiley & Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1984

11.3.2.2 Modell und Varianztabelle

Das lineare, additive Modell eines einfaktoriellen lateinischen Quadrates A-LQ lautet

$\underline{y}_{ijk} = \mu + a_i + \underline{bl}_j + \underline{l}_k + \underline{e}_{ijk}$

mit

$\underline{y}_{ijk}$: Einzelwert
μ: Erwartungswert des Versuches
a_i: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A (i = 1, 2, ..., a) [mit $\sum a_i = 0$]
$\underline{bl}_j$: zufälliger Effekt des j-ten Blocks (i = 1, 2, ..., a) [$\underline{bl}_j$: N(0 ; σ^2_{Blocks})]
$\underline{l}_k$: zufälliger Effekt der k-ten Säule (k = 1, 2, ..., a) [$\underline{l}_k$: N(0 ; $\sigma^2_{Säulen}$)]
$\underline{e}_{ijk}$: Zufallsfehler [$\underline{e}_{ij}$: N(0 ; σ^2_{Rest})]

und dementsprechend mit $Sgl = \frac{1}{a^2}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r} y_{ijk}\right)^2$ die Varianztabelle:

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	H_0	E(MQ)
Gesamt	$a^2 - 1$	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{a} y^2_{ijk} - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$			
Blocks	a - 1	$\frac{1}{a}\sum_{j=1}^{a} bl_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$			$\sigma^2_{Rest} + a\sigma^2_{Blocks}$
Säulen	a - 1	$\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{a} l_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Säulen}}{FG_{Säulen}}$			$\sigma^2_{Rest} + a\sigma^2_{Säulen}$
A	a - 1	$\frac{1}{a}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest}}$	$\sigma^2_{Rest} + a\frac{\sum_{i=1}^{a} a_i^2}{a-1}$
Rest	(a-2)(a-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_A - SQ_{Blocks} - SQ_{Säulen}$	$\frac{SQ_{Rest}}{FG_{Rest}}$			σ^2_{Rest}

Die Blocks und die Säulen werden nicht getestet.

11.3.2.3 Konfidenzintervalle der Mittelwerte

Unter der Annahme zufälliger Block- und Säuleneffekte werden die zweiseitigen (1-α)-Konfidenzintervalle für die Mittelwerte der Stufen des Faktors A geschätzt nach:

$$\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{gewogen} * s_A \,;\, \bar{y}_{i\bullet} + t_{gewogen} * s_A \rangle \quad \text{für } i = 1, 2, ..., a$$

mit
$$t_{gewogen} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + MQ_{Säulen} * t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}} + (a-2)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen} + (a-2)MQ_{Rest}}$$

und
$$s_A = \sqrt{\frac{1}{a^2}\left[MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen} + (a-2)MQ_{Rest}\right]}\quad .$$

11.3.2.4 Multiple Mittelwertvergleiche

Unter der Berücksichtigung, daß a = r (= l) gelten dieselben Beziehungen wie für die einfaktorielle Blockanlage A-Bl (s. o.).

11.3.2.5 Beispiel

Auf den Versuchsflächen in Güterfelde wurde 1995 ein Versuch mit Winterweizen[10] angelegt,

Lageplan

Block \ Säule	1	2	3	4	5	6
1	A_4	A_2	A_3	A_1	A_6	A_5
2	A_5	A_6	A_2	A_4	A_3	A_1
3	A_6	A_5	A_1	A_3	A_4	A_2
4	A_3	A_1	A_4	A_2	A_5	A_6
5	A_2	A_4	A_5	A_6	A_1	A_3
6	A_1	A_3	A_6	A_5	A_2	A_4

Parzellenerträge

11,13	11,11	12,07	9,38	11,42	11,65
12,05	11,63	10,92	12,39	11,53	11,05
12,40	12,21	12,09	11,85	12,21	10,76
11,77	11,46	12,18	11,58	11,94	12,61
11,03	12,13	12,58	12,18	11,64	11,39
11,33	11,53	12,77	12,37	11,32	12,15

um die Wirkung von sechs verschiedenen Herbizidanwendungen auf den mittleren Ertrag (gemessen in kg/Parzelle) zu untersuchen. Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit α = 0.05 soll geprüft werden, ob sich die 5 Herbizidanwendungen von der unbehandelten Kontrolle (Prüfglied A_1) unterscheiden.

Papier und Bleistift

Zunächst werden einige Summen gebildet:

Block \ Säule	1	2	3	4	5	6	$\sum_{k=1}^{a} y_{ijk}$ (j=1...6)
1	11,13	11,11	12,07	9,38	11,42	11,65	66,76
2	12,05	11,63	10,92	12,39	11,53	11,05	69,57
3	12,40	12,21	12,09	11,85	12,21	10,76	71,52
4	11,77	11,46	12,18	11,58	11,94	12,61	71,54
5	11,03	12,13	12,58	12,18	11,64	11,39	70,95
6	11,33	11,53	12,77	12,37	11,32	12,15	71,47
$\sum_{j=1}^{a} y_{ijk}$ (k=1...6)	69,71	70,07	72,61	69,75	70,06	69,61	

	$\sum_{j=1}^{a} y_{ijk}$ (i=1...6)
A_1	66,95
A_2	66,72
A_3	70,14
A_4	72,19
A_5	72,80
A_6	73,01

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{a} y_{ijk} = 11{,}13 + 11{,}11 + 12{,}07 + \ldots + 11{,}32 + 12{,}15 = 421{,}81$$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{a} y_{ijk}^2 = 11{,}13^2 + 11{,}11^2 + 12{,}07^2 + \ldots + 11{,}32^2 + 12{,}15^2 = 4957{,}3567$$

$$Sgl = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{a} y_{ijk}\right)^2 = \frac{421{,}81^2}{36} = 4942{,}3243$$

[10] Herr Dr. Pallutt, BBA, Institut für integrierten Pflanzenschutz, stellte die Daten zur Verfügung

$$SQ_{Gesamt} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{a} y_{ijk}^2 - Sgl = 4957{,}3567 - 4942{,}3243 = 15{,}0324$$

$$SQ_{Blocks} = \tfrac{1}{a}\sum_{j=1}^{a} bl_j^2 - Sgl = \frac{66{,}76^2 + 69{,}57^2 + 71{,}52^2 + 71{,}54^2 + 70{,}95^2 + 71{,}47^2}{6} - 4942{,}3243 = 2{,}9803$$

$$SQ_{Säulen} = \tfrac{1}{a}\sum_{k=1}^{a} l_k^2 - Sgl = \frac{69{,}71^2 + 70{,}07^2 + 72{,}61^2 + 69{,}75^2 + 70{,}06^2 + 69{,}61^2}{6} - 4942{,}3243 = 1{,}0955$$

$$SQ_A = \tfrac{1}{a}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl = \frac{66{,}95^2 + 66{,}72^2 + 70{,}14^2 + 72{,}19^2 + 72{,}80^2 + 73{,}01^2}{6} - 4942{,}3243 = 6{,}8718$$

$$SQ_{Rest} = SQ_{Gesamt} - SQ_A - SQ_{Blocks} - SQ_{Säulen} = 15{,}0324 - 6{,}8718 - 2{,}9803 - 1{,}0955 = 4{,}0847$$

$FG_{Gesamt} = a^2 - 1 =$ 35
$FG_{Blocks} = a - 1 =$ 5
$FG_{Säulen} = a - 1 =$ 5
$FG_A = a - 1 =$ 5
$FG_{Rest} = (a-2)(a-1) = 20$

$MQ_{Gesamt} = SQ_{Gesamt}/FG_{Gesamt} =$ 2,9803/5 = 0,4295
$MQ_{Blocks} = SQ_{Blocks}/FG_{Blocks} =$ 2,9803/5 = 0,5961
$MQ_{Säulen} = SQ_{Säulen}/FG_{Säulen} =$ 1,0955/5 = 0,2191
$MQ_A = SQ_A/FG_A =$ 4,0847/5 = 1,3744
$MQ_{Rest} = SQ_{Rest}/FG_{Rest} =$ 4,0847/20 = 0,2042

$F_A = MQ_A/MQ_{Rest} =$ 1,3744/0,2042 = 6,7306
Die Varianztabelle weist hinsichtlich der mittleren Wirkung der Herbizidanwendungen auf den Ertrag signifikante Unterschiede aus:

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	$F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest}}$ (Tab. 8.4 b)	Test
Gesamt	35	15,0324	0,4295			
Blocks	5	2,9803	0,5961			
Säulen	5	1,0955	0,2191			
A	5	6,8718	1,3744	6,7306	2,711	Signifikanz
Rest	20	4,0847	0,2042			

Die 0,95-Konfidenzintervalle der Ertragsmittelwerte der a = 6 verschiedenen Herbizidanwendungen werden nun berechnet.

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{a^2}\left[MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen} + (a-2)MQ_{Rest}\right]} = \sqrt{\frac{1}{36}[0{,}5961 + 0{,}2191 + 4 * 0{,}2042]} = 0.2129$$

$t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} = t_{0,975;\,5} = 2{,}571$

$t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}} = t_{0,975;\,5} = 2{,}571$

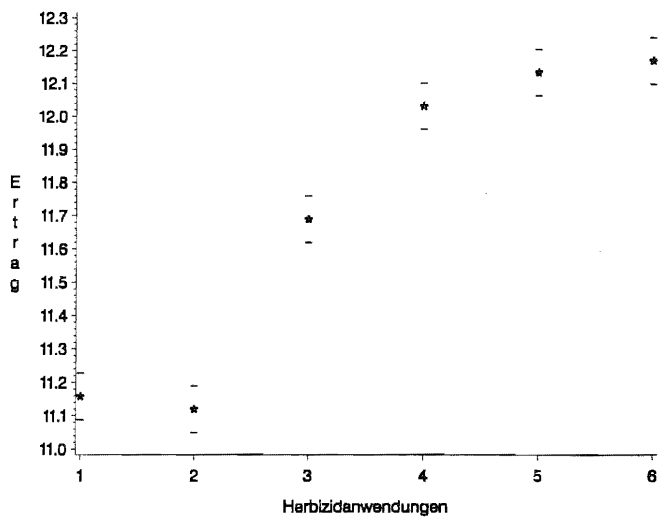
$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} = t_{0,975;\,20} = 2{,}086$

$$t_{gewogen} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + MQ_{Säulen} * t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}} + (a-2)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen} + (a-2)MQ_{Rest}}$$

$$= \frac{0{,}5961 * 2{,}571 + 0{,}2191 * 2{,}571 + 4 * 0{,}2042 * 2{,}086}{0{,}5961 + 0{,}2191 + 4 * 0{,}2042} = 2.3283$$

Die Grenzen der 0,95-Konfidenzintervalle der Mittelwerte $\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{gewogen} * s_A \,;\, \bar{y}_{i\bullet} + t_{gewogen} * s_A \rangle$ lauten:

A	Mittelwert	0,95-Konfidenzintervall untere Grenze	obere Grenze
1	11,158	11,088	11,228
2	11,120	11,050	11,190
3	11,690	11,620	11,760
4	12,032	11,962	12,102
5	12,133	12,063	12,203
6	12,168	12,098	12,238




```
data interval;
  input a mw ug og;
lines;
1 11.158 11.088 11.228
2 11.120 11.050 11.190
3 11.690 11.620 11.760
4 12.032 11.962 12.102
5 12.133 12.063 12.203
6 12.168 12.098 12.238
;
goptions htext=1.5 ftext=swiss;
symbol1 c=black i=none h=1.7 f=swissb v='*';
symbol2 c=black i=none f=swissb v='-';
proc gplot data=interval;
  label mw='Ertrag' a="Herbizidanwendungen";
  plot mw * a = 1  ug * a = 2  og * a = 2  /overlay  hminor=0;
run; quit;
```

Bezüglich der mittleren Wirkung von A_1 gibt es mit der mittleren Wirkung von A_3, A_4, A_5 und A_6 ganz offensichtlich keine Überlappungen der Konfidenzintervalle.
Mit Hilfe der Dunnett-Prozedur sollen die Nullhypothesen H_0: $a_i = a_1$ (i = 2, 3, 4, 5, 6) getestet werden. Die Grenzdifferenz ist $GD_\alpha = |d|_{1-\alpha/2;\,a-1,\,FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{2/a}$ (s. o.).

Mit $a = 6$

$s_{Rest} = \sqrt{0{,}2042} = 0{,}452$

$FG_{Rest} = 20$

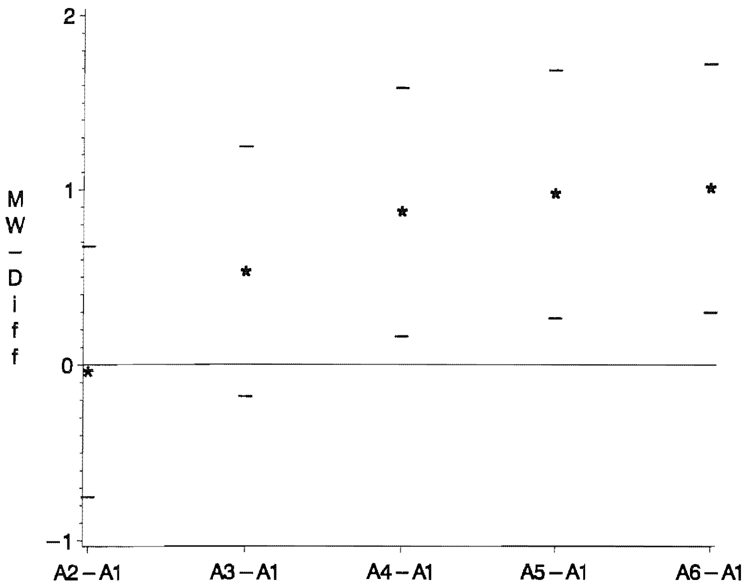
$|d|_{1-\alpha/2;\,a-1,\,FG_{Rest}} = 2{,}735$ (Tab. 8.7 a)

ist $GD_\alpha = 2{,}735 * 0{,}452 * 0{,}577 = 0{,}713$.

mittlere Erträge		Differenz zu A_1 11,158	(1-α)-Konfidenzintervall der Mittelwertdifferenz untere Grenze	obere Grenze	Test
A_2	11,120	-0,038	-0,751	0,675	nicht signifikant
A_3	11,690	0,532	-0,181	1,245	nicht signifikant
A_4	12,032	0,873	0,160	1,586	signifikant
A_5	12,133	0,975	0,262	1,688	signifikant
A_6	12,168	1,010	0,297	1,723	signifikant

Signifikante Unterschiede bestehen zwischen der unbehandelten Kontrolle (A_1) und den Herbizidanwendungen A_4, A_5 und A_6, weil die entsprechenden Konfidenzintervalle die Null nicht beinhalten.

Die nachfolgende grafische Darstellung der Konfidenzintervalle der Mittelwertdifferenzen zeigt, daß sie natürlich auch andere Aussagen liefern als die Schätzung der Mittelwerte mit Hilfe deren Konfidenzintervalle.



SAS

```
data b11325;
  input a bl l ertrag @@;
cards;
1 1 4  9.38  1 2 6 11.05  1 3 3 12.09  1 4 2 11.46  1 5 5 11.64  1 6 1 11.33
2 1 2 11.11  2 2 3 10.92  2 3 6 10.76  2 4 4 11.58  2 5 1 11.03  2 6 5 11.32
3 1 3 12.07  3 2 5 11.53  3 3 4 11.85  3 4 1 11.77  3 5 6 11.39  3 6 2 11.53
4 1 1 11.13  4 2 4 12.39  4 3 5 12.21  4 4 3 12.18  4 5 2 12.13  4 6 6 12.15
5 1 6 11.65  5 2 1 12.05  5 3 2 12.21  5 4 5 11.94  5 5 3 12.58  5 6 4 12.37
6 1 5 11.42  6 2 2 11.63  6 3 1 12.40  6 4 6 12.61  6 5 4 12.18  6 6 3 12.77
;
proc glm;
  class a bl l;
  model ertrag=a bl l/ss3;
  means a / dunnett("1") cldiff;
run;
quit;
```

```
General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class     Levels    Values
A              6    1 2 3 4 5 6
BL             6    1 2 3 4 5 6
L              6    1 2 3 4 5 6

Number of observations in data set = 36

General Linear Models Procedure
Dependent Variable: ERTRAG

Source                 DF    Sum of Squares  F Value    Pr > F
Model                  15       10.94764167     3.57    0.0045
Error                  20        4.08472222
Corrected Total        35       15.03236389

                 R-Square              C.V.        ERTRAG Mean
                 0.728271          3.857020         11.7169444

Source                 DF       Type III SS  F Value    Pr > F
A                       5        6.87178056     6.73    0.0008
BL                      5        2.98031389     2.92    0.0388
L                       5        1.09554722     1.07    0.4048
```

```
General Linear Models Procedure
Dunnett's T tests for variable: ERTRAG

NOTE: This tests controls the type I experimentwise error for
      comparisons of all treatments against a control.

Alpha= 0.05  Confidence= 0.95  df= 20  MSE= 0.204236
Critical Value of Dunnett's T= 2.735
Minimum Significant Difference= 0.7136

Comparisons significant at the 0.05 level
 are indicated by '***'.

               Simultaneous                  Simultaneous
                   Lower     Difference         Upper
     A          Confidence     Between       Confidence
 Comparison        Limit        Means           Limit
6     - 1        0.2964       1.0100          1.7236    ***
5     - 1        0.2614       0.9750          1.6886    ***
4     - 1        0.1598       0.8733          1.5869    ***
3     - 1       -0.1819       0.5317          1.2452
2     - 1       -0.7519      -0.0383          0.6752
```

Proc Mixed liefert:

```
proc mixed data=b11325;
  class a;
  model ertrag=a;
  random bl l;
  lsmeans a / adjust=dunnett;
run;
```

(die Vergleichsvariante ist die erste)

```
                              The MIXED Procedure

                            Class Level Information

                         Class     Levels  Values
                         A              6  1 2 3 4 5 6

                        REML Estimation Iteration History

                Iteration  Evaluations      Objective      Criterion
                        0            1     1.69410497
                        1            2    -2.77306615     0.00000107
                        2            1    -2.77306764     0.00000000

Convergence criteria met.

                      Covariance Parameter Estimates (REML)

                      Cov Parm         Estimate
                      BL             0.01533173
                      L              0.00000000
                      Residual       0.21835808

                       Model Fitting Information for ERTRAG

                     Description                         Value
                     Observations                      36.0000
                     Res Log Likelihood               -26.1816
                     Akaike's Information Criterion   -29.1816
                     Schwarz's Bayesian Criterion     -31.2834
                     -2 Res Log Likelihood             52.3632
                           Tests of Fixed Effects

                    Source      NDF   DDF  Type III F  Pr > F
                    A             5    28        6.29  0.0005
```

```
                          Least Squares Means

       Effect  A        LSMEAN      Std Error    DF        t   Pr > |t|
       A       1   10.75166115     0.24253946    28    44.33     0.0001
       A       2   10.71332782     0.24253946    28    44.17     0.0001
       A       3   11.28332782     0.24253946    28    46.52     0.0001
       A       4   11.62499448     0.24253946    28    47.93     0.0001

                          Least Squares Means

       Effect  A        LSMEAN      Std Error    DF        t   Pr > |t|
       A       5   11.72666115     0.24253946    28    48.35     0.0001
       A       6   11.76166115     0.24253946    28    48.49     0.0001

                   Differences of Least Squares Means

Effect A _A  Difference   Std Error DF      t Pr > |t| Adjustment   Adj P
A      2 1  -0.03833333  0.26978886 28  -0.14   0.8880 Dunnett-Hsu 1.0000
A      3 1   0.53166667  0.26978886 28   1.97   0.0587 Dunnett-Hsu 0.2045
A      4 1   0.87333333  0.26978886 28   3.24   0.0031 Dunnett-Hsu 0.0132     s
A      5 1   0.97500000  0.26978886 28   3.61   0.0012 Dunnett-Hsu 0.0052     s
A      6 1   1.01000000  0.26978886 28   3.74   0.0008 Dunnett-Hsu 0.0037     s
```

11.3.3 Lateinisches Rechteck A-LR

11.3.3.1 Lageplan

Prinzipiell gilt das für das lateinische Quadrat Gesagte auch für das lateinische Rechteck. Ein lateinisches Rechteck wird vor allem genutzt, wenn die Anzahl der Prüfglieder (für den einfaktoriellen Fall: Anzahl der Stufen des Faktors A) größer und damit die Versuchsfläche zu umfangreich wird. Die Anzahl der Blocks ist gleich der Anzahl der Säulen: $r = l < a$. Der im Vergleich zum lateinischen Quadrat geringerer Versuchsumfang wird erzielt, indem die Anzahl der Prüfglieder durch die Anzahl der Blocks dividiert wird. Dieser Quotient kann nur ganzzahlig sein (!) und teilt innerhalb der Anlage jeden Block bzw. jede Säule dementsprechend oft.

Ein einfaktorielles lateinisches Rechteck wird mit dem Symbol A - LR gekennzeichnet. Es gilt $f = a/r$, ganzzahlig, wobei $r = l$. Ist der Quotient $f = 1$, ergibt sich ein lateinisches Quadrat.
Die Gesamtanzahl der Teilstücke eines einfaktoriellen lateinischen Rechtecks ist $N = a * r$.

Beispiele für ein einfaktorielles lateinisches Rechtecks mit $a = 8$ Stufen (A_1, A_2, ..., A_8) des Prüffaktors A und vier Blocks bzw. Säulen $r = l = 4$ sind die folgenden zwei Lagepläne[11], wobei die Stufen des Prüffaktors A nicht mit A_i, sondern nur mit i gekennzeichnet sind. $f = a/r = 8/4 = 2$.

Block \ Säule	1	2	3	4
1	1	2	8	7
	6	5	3	4
2	5	1	7	3
	8	4	2	6
3	3	8	5	2
	4	7	6	1
4	2	6	4	8
	7	3	1	5

Block \ Säule	1		2		3		4	
1	5	7	3	1	2	4	8	6
2	4	3	7	8	1	6	2	5
3	6	8	1	7	3	5	4	2
4	8	1	6	4	7	2	5	3

[11] konstruiert mit CADEMO-FEVE (BioMath - Ges. für Angew. Mathem. Statistik in Biologie u. Medizin mbH)

11.3.3.2 Modell und Varianztabelle

Das lineare, additive Modell (Modell I) eines einfaktoriellen lateinischen Rechtecks A-LR lautet

$$\underline{y}_{ijk} = \mu + a_i + \underline{bl}_j + \underline{l}_k + \underline{e}_{ijk}$$

mit

$\underline{y}_{ijk}$: Einzelwert
μ: Erwartungswert des Versuches
a_i: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A (i = 1, 2, ..., a) [mit $\sum a_i = 0$]
$\underline{bl}_j$: zufälliger Effekt des j-ten Blocks (i = 1, 2, ..., r) [$\underline{bl}_j$: N(0 ; σ^2_{Blocks})]
$\underline{l}_k$: zufälliger Effekt der k-ten Säule (k = 1, 2, ..., r) [$\underline{l}_k$: N(0 ; $\sigma^2_{Säulen}$)]
$\underline{e}_{ijk}$: Zufallsfehler [$\underline{e}_{ij}$: N(0 ; σ^2_{Rest})] .

Mit $Sgl = \frac{1}{ar}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r} y_{ijk}\right)^2$ lautet die Varianztabelle:

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	H_0	E(MQ)
Gesamt	a∗r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{r} y^2_{ijk} - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$			
Blocks	r - 1	$\frac{1}{a}\sum_{j=1}^{a} bl_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$			$\sigma^2_{Rest} + a\sigma^2_{Blocks}$
Säulen	r - 1	$\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{r} l_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Säulen}}{FG_{Säulen}}$			$\sigma^2_{Rest} + a\sigma^2_{Säulen}$
A	a - 1	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest}}$	$F_A<F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest}}$	$\sigma^2_{Rest} + r\frac{\sum_{i=1}^{a} a_i^2}{a-1}$
Rest	(a-2)(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_A - SQ_{Blocks} - SQ_{Säulen}$	$\frac{SQ_{Rest}}{FG_{Rest}}$			σ^2_{Rest}

Die Blocks und die Säulen werden nicht getestet.

11.3.3.3 Konfidenzintervalle der Mittelwerte

Mit $s_A = \sqrt{\frac{1}{a*r}\left[MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen}\ (a-2)MQ_{Rest}\right]}$

gelten für die zweiseitigen (1-α)-Konfidenzintervalle für die Mittelwerte der Stufen des Faktors A die Schätzungen des lateinischen Quadrates A-LQ (s. o.).

11.3.3.4 Multiple Mittelwertvergleiche

Es gelten dieselben Beziehungen wie für die einfaktorielle Blockanlage A-Bl (s. o.).

[12] Beispielsdaten von Frau Dr. Warnstorff, Martin-Luther-Universität Halle

11.3.4 Bemerkungen zur Berechnung der (1-α)-Konfidenzintervalle mit PROC MIXED

Dem SAS-Programm ③ mit PROC MIXED zum Beispiel 11.3.1.5 einer einfaktoriellen Blockanlage A-BI wird als weitere Option **cl** hinzu gefügt. Diese Option steht dafür, daß zusätzlich die Konfidenzgrenzen der Mittelwerte und der Mittelwertdifferenzen für α = 0,05 (Standard) oder eine andere mit `alpha=` einzugebene Irrtumswahrscheinlichkeit berechnet werden.

```
proc mixed data=ertrag nobound;
  class fungd block;
  model ertrag = fungd;
  random block;
  lsmeans fungd / adjust=tukey cl ;
run;
```

Grenzen der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte

Least Squares Means

Effect	FUNGD	LSMEAN	Std Error	DF	t	Pr > |t|	Alpha	Lower	Upper
FUNGD	1	8.51000000	0.28299823	45	30.07	0.0001	0.05	7.9400	9.0800
FUNGD	2	8.76000000	0.28299823	45	30.95	0.0001	0.05	8.1900	9.3300
FUNGD	3	9.15000000	0.28299823	45	32.33	0.0001	0.05	8.5800	9.7200
FUNGD	4	9.10833333	0.28299823	45	32.19	0.0001	0.05	8.5383	9.6783
FUNGD	5	9.00833333	0.28299823	45	31.83	0.0001	0.05	8.4383	9.5783
FUNGD	6	8.89166667	0.28299823	45	31.42	0.0001	0.05	8.3217	9.4617
FUNGD	7	8.80333333	0.28299823	45	31.11	0.0001	0.05	8.2333	9.3733
FUNGD	8	9.27333333	0.28299823	45	32.77	0.0001	0.05	8.7033	9.8433
FUNGD	9	9.98166667	0.28299823	45	35.27	0.0001	0.05	9.4117	10.5517
FUNGD	10	8.71000000	0.28299823	45	30.78	0.0001	0.05	8.1400	9.2800

Grenzen der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwertdifferenzen

Differences of Least Squares Means

Effect	FUNGD	_FUNGD	Difference	Std Error	DF	t	Pr > |t|	Adjustment	Adj P	Alpha	Lower	Upper	Adj Low	Adj Upp
FUNGD	1	2	-0.25000000	0.30508465	45	-0.82	0.4169	Tukey-Kram	0.9979	0.05	-0.8645	0.3645	-1.2650	0.7650
FUNGD	1	3	-0.64000000	0.30508465	45	-2.10	0.0416	Tukey-Kram	0.5385	0.05	-1.2545	-0.0255	-1.6550	0.3750
FUNGD	1	4	-0.59833333	0.30508465	45	-1.96	0.0561	Tukey-Kram	0.6291	0.05	-1.2128	0.0161	-1.6133	0.4167
FUNGD	1	5	-0.49833333	0.30508465	45	-1.63	0.1094	Tukey-Kram	0.8247	0.05	-1.1128	0.1161	-1.5133	0.5167
FUNGD	1	6	-0.38166667	0.30508465	45	-1.25	0.2174	Tukey-Kram	0.9592	0.05	-0.9961	0.2328	-1.3967	0.6333
FUNGD	1	7	-0.29333333	0.30508465	45	-0.96	0.3414	Tukey-Kram	0.9930	0.05	-0.9078	0.3211	-1.3083	0.7217
FUNGD	1	8	-0.76333333	0.30508465	45	-2.50	0.0161	Tukey-Kram	0.2950	0.05	-1.3778	-0.1489	-1.7783	0.2517
FUNGD	1	9	-1.47166667	0.30508465	45	-4.82	0.0001	Tukey-Kram	0.0006	0.05	-2.0861	-0.8572	-2.4867	-0.4567
FUNGD	1	10	-0.20000000	0.30508465	45	-0.66	0.5154	Tukey-Kram	0.9996	0.05	-0.8145	0.4145	-1.2150	0.8150
FUNGD	2	3	-0.39000000	0.30508465	45	-1.28	0.2077	Tukey-Kram	0.9535	0.05	-1.0045	0.2245	-1.4050	0.6250
FUNGD	2	4	-0.34833333	0.30508465	45	-1.14	0.2596	Tukey-Kram	0.9772	0.05	-0.9628	0.2661	-1.3633	0.6667
FUNGD	2	5	-0.24833333	0.30508465	45	-0.81	0.4199	Tukey-Kram	0.9980	0.05	-0.8628	0.3661	-1.2633	0.7667
FUNGD	2	6	-0.13166667	0.30508465	45	-0.43	0.6681	Tukey-Kram	1.0000	0.05	-0.7461	0.4828	-1.1467	0.8833
FUNGD	2	7	-0.04333333	0.30508465	45	-0.14	0.8877	Tukey-Kram	1.0000	0.05	-0.6578	0.5711	-1.0583	0.9717
FUNGD	2	8	-0.51333333	0.30508465	45	-1.68	0.0994	Tukey-Kram	0.7991	0.05	-1.1278	0.1011	-1.5283	0.5017
FUNGD	2	9	-1.22166667	0.30508465	45	-4.00	0.0002	Tukey-Kram	0.0079	0.05	-1.8361	-0.6072	-2.2367	-0.2067
FUNGD	2	10	0.05000000	0.30508465	45	0.16	0.8706	Tukey-Kram	1.0000	0.05	-0.5645	0.6645	-0.9650	1.0650
FUNGD	3	4	0.04166667	0.30508465	45	0.14	0.8920	Tukey-Kram	1.0000	0.05	-0.5728	0.6561	-0.9733	1.0567
FUNGD	3	5	0.14166667	0.30508465	45	0.46	0.6446	Tukey-Kram	1.0000	0.05	-0.4728	0.7561	-0.8733	1.1567
FUNGD	3	6	0.25833333	0.30508465	45	0.85	0.4016	Tukey-Kram	0.9973	0.05	-0.3561	0.8728	-0.7567	1.2733
FUNGD	3	7	0.34666667	0.30508465	45	1.14	0.2618	Tukey-Kram	0.9779	0.05	-0.2678	0.9611	-0.6683	1.3617
FUNGD	3	8	-0.12333333	0.30508465	45	-0.40	0.6879	Tukey-Kram	1.0000	0.05	-0.7378	0.4911	-1.1383	0.8917
FUNGD	3	9	-0.83166667	0.30508465	45	-2.73	0.0091	Tukey-Kram	0.1944	0.05	-1.4461	-0.2172	-1.8467	0.1833
FUNGD	3	10	0.44000000	0.30508465	45	1.44	0.1562	Tukey-Kram	0.9068	0.05	-0.1745	1.0545	-0.5750	1.4550
FUNGD	4	5	0.10000000	0.30508465	45	0.33	0.7446	Tukey-Kram	1.0000	0.05	-0.5145	0.7145	-0.9150	1.1150
FUNGD	4	6	0.21666667	0.30508465	45	0.71	0.4813	Tukey-Kram	0.9993	0.05	-0.3978	0.8311	-0.7983	1.2317
FUNGD	4	7	0.30500000	0.30508465	45	1.00	0.3228	Tukey-Kram	0.9908	0.05	-0.3095	0.9195	-0.7100	1.3200
FUNGD	4	8	-0.16500000	0.30508465	45	-0.54	0.5913	Tukey-Kram	0.9999	0.05	-0.7795	0.4495	-1.1800	0.8500
FUNGD	4	9	-0.87333333	0.30508465	45	-2.86	0.0064	Tukey-Kram	0.1470	0.05	-1.4878	-0.2589	-1.8883	0.1417
FUNGD	4	10	0.39833333	0.30508465	45	1.31	0.1983	Tukey-Kram	0.9472	0.05	-0.2161	1.0128	-0.6167	1.4133
FUNGD	5	6	0.11666667	0.30508465	45	0.38	0.7040	Tukey-Kram	1.0000	0.05	-0.4978	0.7311	-0.8983	1.1317
FUNGD	5	7	0.20500000	0.30508465	45	0.67	0.5051	Tukey-Kram	0.9996	0.05	-0.4095	0.8195	-0.8100	1.2200
FUNGD	5	8	-0.26500000	0.30508465	45	-0.87	0.3897	Tukey-Kram	0.9967	0.05	-0.8795	0.3495	-1.2800	0.7500
FUNGD	5	9	-0.97333333	0.30508465	45	-3.19	0.0026	Tukey-Kram	0.0699	0.05	-1.5878	-0.3589	-1.9883	0.0417
FUNGD	5	10	0.29833333	0.30508465	45	0.98	0.3334	Tukey-Kram	0.9922	0.05	-0.3161	0.9128	-0.7167	1.3133
FUNGD	6	7	0.08833333	0.30508465	45	0.29	0.7735	Tukey-Kram	1.0000	0.05	-0.5261	0.7028	-0.9267	1.1033
FUNGD	6	8	-0.38166667	0.30508465	45	-1.25	0.2174	Tukey-Kram	0.9592	0.05	-0.9961	0.2328	-1.3967	0.6333
FUNGD	6	9	-1.09000000	0.30508465	45	-3.57	0.0009	Tukey-Kram	0.0264	0.05	-1.7045	-0.4755	-2.1050	-0.0750
FUNGD	6	10	0.18166667	0.30508465	45	0.60	0.5545	Tukey-Kram	0.9998	0.05	-0.4328	0.7961	-0.8333	1.1967
FUNGD	7	8	-0.47000000	0.30508465	45	-1.54	0.1304	Tukey-Kram	0.8683	0.05	-1.0845	0.1445	-1.4850	0.5450
FUNGD	7	9	-1.17833333	0.30508465	45	-3.86	0.0004	Tukey-Kram	0.0119	0.05	-1.7928	-0.5639	-2.1933	-0.1633
FUNGD	7	10	0.09333333	0.30508465	45	0.31	0.7611	Tukey-Kram	1.0000	0.05	-0.5211	0.7078	-0.9217	1.1083
FUNGD	8	9	-0.70833333	0.30508465	45	-2.32	0.0248	Tukey-Kram	0.3957	0.05	-1.3228	-0.0939	-1.7233	0.3067
FUNGD	8	10	0.56333333	0.30508465	45	1.85	0.0714	Tukey-Kram	0.7030	0.05	-0.0511	1.1778	-0.4517	1.5783
FUNGD	9	10	1.27166667	0.30508465	45	4.17	0.0001	Tukey-Kram	0.0049	0.05	0.6572	1.8861	0.2567	2.2867

Die (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwertdifferenzen, die letzten beiden Spalten des unteren Ausgabeteils (`Adj Low ; Adj Upp`), stimmen mit dem Ergebnis des Programms ① (PROC GLM) aus dem Abschnitt 11.3.1.5 für die einfaktorielle Blockanlage (!) überein. Die Schätzwerte der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte differieren mit der Handrechnung. Das könnte an der höheren Rechengenauigkeit der Software SAS liegen. N e i n ! Es ist schon notwendig, etwas näher darauf einzugehen.[13]

Zu erkennen ist, daß bei der einfaktoriellen Blockanlage ein gewichtetes Quantil „nur" für die Berechnung der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte eingesetzt wird. Bei anderen Versuchsanlagen kann das auch für die Berechnung der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwertdifferenzen zutreffen! Wenn mehrere MQ-Werte zugrunde zu legen sind, kommt es darauf an, welche Verteilung man als die *wahre* ansieht. SAS bietet eine Standardversion (s. o.) und mit der Option `ddfm=` weitere Möglichkeiten an. Darunter ist nicht die vertraute Schätzung für die (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte:

$$\left\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{gewogen} * s_A \,;\, \bar{y}_{i\bullet} + t_{gewogen} * s_A \right\rangle \quad \text{mit} \quad s_A^2 = \frac{1}{ar}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}\right]$$

für i = 1, 2, ..., a

$$t_{gewogen} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}}$$

Die berechneten (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte beruhen also nicht auf dem gewogenen t-Quantil. Standardseitig (also ohne die Option `ddfm=`) macht es sich SAS „einfach" und verwendet die Restvarianz anstelle des gewogenen t-Quantils. Das kann einfach gezeigt werden:
Die Konfidenzintervallbreite ist 1,14 (zum Beispiel für FUNGD = 1: 9.08 – 7.94 = 1,14). Die halbe Breite des Konfidenzintervalls dividiert durch s_A liefert das verwendete t-Quantil $t_{1-\alpha/2;\, FG_{Rest}}$:

$$\frac{1{,}14}{2 * 0{,}283} = 2{,}014 \quad = t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} = t_{0{,}975;\,45} \quad .$$

Eine andere Form der Wichtung ist die der Freiheitsgrade. Sie tauchte bereits beim Welch-Test auf. Diese Satterthwaite-Approximation der Freiheitsgrade basiert natürlich auch auf den Erwartungswerten der Varianzen. Für die (1-α)-Konfidenzintervalle der a Mittelwerte ergibt sich

$$\left\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{1-\alpha/2;FG_{Satterthwaite}} * s_A \,;\, \bar{y}_{i\bullet} + t_{1-\alpha/2;FG_{Satterthwaite}} * s_A \right\rangle \qquad \text{für } i = 1, 2, ..., a$$

mit
$$s_A^2 = \frac{1}{ar}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}\right] \qquad FG_{Satterthwaithe} = \frac{\left(MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}\right)^2}{\dfrac{MQ_{Blocks}^2}{FG_{Blocks}} + \dfrac{(a-1)^2\, MQ_{Rest}^2}{FG_{Rest}}} \quad .$$

[wie oben]

Im SAS-Programm wird das `model`-Statement erweitert um die `ddfm=`Option (denominator degrees of freedom for the tests of fixed effects):

```
model ertrag = fungd / ddfm=satterthwaite;
```

Da von einer Wichtung nur die Berechnung der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte betroffen ist, ändern sich auch nur diese:

```
  Lower      Upper

7.9185     9.1015
8.1685     9.3515
8.5585     9.7415
8.5168     9.6999
8.4168     9.5999
8.3001     9.4832
8.2118     9.3949
8.6818     9.8649
9.3901    10.5732
8.1185     9.3015
```

[13] die Bemerkungen beziehen sich auf SAS 6.12 – es kann also sein, daß in Folgeversionen Änderungen vorgenommen werden.

$$FG_{Satterthwaite} = \frac{(MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest})^2}{\frac{MQ_{Blocks}^2}{FG_{Blocks}} + \frac{(a-1)^2 MQ_{Rest}^2}{FG_{Rest}}} = \frac{(2{,}292 + 9 * 0{,}279)^2}{\frac{2{,}292^2}{5} + \frac{9^2 * 0{,}279^2}{45}} = 19{,}3731$$

$t_{1-\alpha/2;\, FG_{Satterthwaite}} = t_{0{,}975;\, 19{,}373} = 2.0903$ (SAS: `tinv(0.975,19.373)`)

Wird die Breite des (geschätzten) Konfidenzintervalls (1,183) halbiert und durch s_A dividiert, ergibt sich das verwendete t-Quantil:

$$\frac{1{,}183}{2 * 0{,}283} = 2{,}090 \quad = t_{1-\alpha/2;\, FG_{Satterthwaite}} .$$

Weitere Möglichkeiten für die Option `ddfm =` sind:
`betwithin` (im Zusammenhang mit `repeated`),
`contain` (im Zusammenhang mit `random`) und
`residual` .

Sie sollen hier nicht betrachtet werden.

11.4 Zweifaktorielle vollständige Versuchsanlagen

11.4.1 Zweifaktorielle Blockanlage (AxB)-Bl

11.4.1.1 Lageplan

Alle Kombinationen der a Stufen des Faktors A mit den b Stufen des Faktors B kommen innerhalb eines Blocks genau einmal vor. Ihre Anordnung ist zufällig. Die Gesamtanzahl der Teilstücke ist N=abr. Für a = 3 und b = 4 könnte ein Lageplan mit 4 Blocks sein:

Block												
4	A_3B_1	A_2B_3	A_3B_3	A_2B_1	A_3B_4	A_1B_3	A_3B_2	A_1B_1	A_2B_4	A_1B_2	A_2B_2	A_1B_4
3	A_3B_2	A_3B_4	A_2B_4	A_3B_3	A_2B_2	A_3B_1	A_1B_4	A_2B_3	A_1B_2	A_2B_1	A_1B_1	A_1B_3
2	A_2B_4	A_3B_2	A_2B_2	A_3B_4	A_1B_4	A_3B_3	A_1B_2	A_3B_1	A_1B_1	A_2B_3	A_1B_3	A_2B_1
1	A_2B_3	A_2B_1	A_3B_1	A_1B_3	A_3B_3	A_1B_1	A_3B_4	A_1B_2	A_3B_2	A_1B_4	A_2B_4	A_2B_2

11.4.1.2 Modell und Varianztabelle

Für die zweifaktorielle Blockanlage (AxB)-Bl mit a Stufen des Prüffaktors A, b Stufen des Prüffaktors B und r Blocks gilt das lineare, additive Modell mit festen Effekten der Prüffaktoren

$$\underline{y}_{ijk} = \mu + \underline{bl}_k + a_i + b_j + (ab)_{ij} + \underline{e}_{ijk}$$

mit

- $\underline{y}_{ijk}$: Einzelwert
- μ: Erwartungswert des Versuches
- a_i: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A (i = 1, 2, ..., a) [mit $\sum a_i = 0$]
- b_j: fester Effekt der j-ten Stufe des Prüffaktors B (j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum b_j = 0$]
- $(ab)_{ij}$: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A und der j-ten Stufe des Prüffaktors B (i = 1, 2, ..., a ; j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum\sum(ab)_{ij} = 0\ \forall i$ und $\sum\sum(ab)_{ij} = 0\ \forall j$]
- $\underline{bl}_k$: zufälliger Effekt des k-ten Blocks (k = 1, 2, ..., r) [$\underline{bl}_k : N(0\,;\,\sigma^2_{Blocks})$]
- $\underline{e}_{ijk}$: Zufallsfehler [$\underline{e}_{ijk} : N(0\,;\,\sigma^2_{Rest})$] .

Die Varianztabelle hat folgende Struktur, wobei $Sgl = \frac{1}{a\,b\,r}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}\right)^2$:

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	H_0	E(MQ)
Gesamt	a*b*r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y^2_{ijk} - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$			
Blocks	r - 1	$\frac{1}{ab}\sum_{k=1}^{r} bl^2_k - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$			$\sigma^2_{Rest} + ab\sigma^2_{Blocks}$
A	a - 1	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a} a^2_i - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest}}$	$F_A<F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest}}$	$\sigma^2_{Rest} + br\frac{\sum_{i=1}^{a} a^2_i}{a-1}$
B	b - 1	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b} b^2_j - Sgl$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest}}$	$F_B<F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest}}$	$\sigma^2_{Rest} + ar\frac{\sum_{j=1}^{b} b^2_j}{b-1}$
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(ab)_{ij}\right]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest}}$	$F_{AxB} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest}}$	$\sigma^2_{Rest} +$ $\frac{r}{(a-1)(b-1)}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(ab)^2_{ij}$
Rest	(ab-1)(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_A - SQ_B$ $- SQ_{AxB} - SQ_{Blocks}$	$\frac{SQ_{Rest}}{FG_{Rest}}$			σ^2_{Rest}

11.4.1.3 Konfidenzintervalle der Mittelwerte

Für die Mittelwerte der Stufen der Faktoren A und B sowie für die Mittelwerte der Kombinationen der Stufen beider Prüffaktoren AB werden die (1-α)-Konfidenzintervalle geschätzt nach

Konfidenzintervalle der Mittelwerte		mit
A	$\langle \bar{y}_{i\bullet\bullet} - t_{gew_A} * s_A ; \bar{y}_{i\bullet\bullet} + t_{gew_A} * s_A \rangle$	$s_A = \sqrt{\frac{1}{abr}[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}]}$ $t_{gew_A} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}}$
B	$\langle \bar{y}_{\bullet j\bullet} - t_{gew_B} * s_B ; \bar{y}_{\bullet j\bullet} + t_{gew_B} * s_B \rangle$	$s_B = \sqrt{\frac{1}{abr}[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest}]}$ $t_{gew_B} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest}}$
AB	$\langle \bar{y}_{ij\bullet} - t_{gew_{AB}} * s_{AB} ; \bar{y}_{ij\bullet} + t_{gew_{AB}} * s_{AB} \rangle$	$s_{AB} = \sqrt{\frac{1}{abr}[MQ_{Blocks} + (ab-1)MQ_{Rest}]}$ $t_{gew_{AB}} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (ab-1)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + (ab-1)MQ_{Rest}}$

11.4.1.4 Multiple Mittelwertvergleiche

Es sind verschiedenen Fragestellungen möglich, um im zweifaktoriellen Fall Mittelwerte miteinander zu vergleichen. Das sind

- der Vergleich der Mittelwerte der Stufen des Faktors A (H_0^A) [Anzahl der Vergleiche: a]
- der Vergleich der Mittelwerte der Stufen des Faktors B (H_0^B) [b Vergleiche]
- der Vergleich der Mittelwerte der Stufenkombinationen der Faktoren A und B (H_0^{AB}) [ab Vergleiche]
- der Vergleich von b Mittelwerten der Stufenkombinationen der Faktoren A und B auf derselben A-Stufe ($H_0^{AB/A}$) [b Vergleiche]
- der Vergleich von a Mittelwerten der Stufenkombinationen der Faktoren A und B auf derselben B-Stufe ($H_0^{AB/B}$) [a Vergleiche]

Die zutreffende Nullhypothese

H_0^A: $\mu_i = \mu_{i'}$ (i, i' = 1, 2, ..., a; i ≠ i')
H_0^B: $\mu_j = \mu_{j'}$ (j, j' = 1, 2, ..., b; j ≠ j')
H_0^{AB}: $\mu_{ij} = \mu_{i'j'}$ (i, i' = 1, 2, ..., a: i ≠ i' ; j, j' = 1, 2, ..., b: j ≠ j')
$H_0^{AB/A}$: $\mu_{ij} = \mu_{ij'}$ (j, j' = 1, 2, ..., b: j ≠ j' ; i fest)
$H_0^{AB/B}$: $\mu_{ij} = \mu_{i'j}$ (i, i' = 1, 2, ..., a: i ≠ i' ; j fest)

ist im Vergleich zur Alternativhypothese zu verwerfen, wenn mindestens eine Differenz zwischen zwei Mittelwerten absolut größer als die dazugehörige Grenzdifferenz GD_α oder gleich ist.

Allgemein werden für multiple Prozeduren und die zu testenden Hypothesen die Grenzdifferenzen $GD_\alpha = \xi_\alpha * s_{\bar{d}}$ mit ξ_α, dem Quantil der Verteilung, die der Verteilung der Mittelwertdifferenzen zugrunde gelegt wird, und der für den entsprechenden Test zutreffenden Standardabweichung der Differenzen $s_{\bar{d}}$ berechnet.

Für die im zweifaktoriellen Fall möglichen multiplen Vergleiche der mittleren Wirkungen untereinander ist entsprechend der Vergleichsprozedur das Quantil ξ_α zu ersetzen durch

ξ_α multiple Vergleichs-prozedur	A	B	AB	AB/A	AB/B
multipler t-Test	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}$	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}$	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}$	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}$	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}$
Bonferroni-Fisher-Prozedur	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest}}$ mit $m = a(a-1)/2$	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest}}$ mit $m = b(b-1)/2$	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest}}$ mit $m = ab(ab-1)/2$	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest}}$ mit $m = b(b-1)/2$	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest}}$ mit $m = a(a-1)/2$
Tukey-Prozedur	$q_{1-\alpha;a,FG_{Rest}} / \sqrt{2}$	$q_{1-\alpha;b,FG_{Rest}} / \sqrt{2}$	$q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest}} / \sqrt{2}$	$q_{1-\alpha;b,FG_{Rest}} / \sqrt{2}$	$q_{1-\alpha;a,FG_{Rest}} / \sqrt{2}$
Dunnett-Prozedur, zweiseitig	$\lvert d\rvert_{1-\alpha/2;a-1,FG_{Rest}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha/2;b-1,FG_{Rest}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha/2;ab-1,FG_{Rest}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha/2;b-1,FG_{Rest}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha/2;a-1,FG_{Rest}}$
Dunnett-Prozedur, einseitig	$\lvert d\rvert_{1-\alpha;a-1,FG_{Rest}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha;b-1,FG_{Rest}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha;ab-1,FG_{Rest}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha;b-1,FG_{Rest}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha;a-1,FG_{Rest}}$

und $s_{\bar{d}}$ durch

$s_{\bar{d}}$	A	B	AB	AB/A	AB/B
für alle multiplen Vergleichs-prozeduren	$\sqrt{\frac{2}{br}MQ_{Rest}}$	$\sqrt{\frac{2}{ar}MQ_{Rest}}$	$\sqrt{\frac{2}{r}MQ_{Rest}}$	$\sqrt{\frac{2}{r}MQ_{Rest}}$	$\sqrt{\frac{2}{r}MQ_{Rest}}$

11.4.1.5 Beispiel

Die Wirkung der beiden Prüffaktoren Bodenbearbeitung - in zwei verschiedenen Durchführungen - und Herbizid - 5 Herbizidaufwandmengen wurden eingesetzt - soll am Ertrag der Wintergerste in dt/ha untersucht werden. Gewählt wurden eine zweifaktorielle Blockanlage (AxB)-Bl, die Irrtumswahrscheinlichkeit mit $\alpha = 0{,}05$ und als multipler Mittelwertvergleich die Tukey-Prozedur. Unter Angabe der Teilstückskennzeichnung [der Stufe des Faktors A (Bodenbearbeitung), der Stufe des Faktors B (Herbizid) und des Blocks] sind die Ertragswerte:

1	1	1	87,60	1	3	3	84,30	2	1	1	85,50	2	3	3	85,80
1	1	2	78,30	1	3	4	87,00	2	1	2	86,40	2	3	4	82,40
1	1	3	85,60	1	4	1	84,00	2	1	3	75,80	2	4	1	86,70
1	1	4	84,40	1	4	2	85,70	2	1	4	83,50	2	4	2	88,90
1	2	1	81,70	1	4	3	84,30	2	2	1	76,90	2	4	3	93,90
1	2	2	86,40	1	4	4	83,80	2	2	2	80,30	2	4	4	89,00
1	2	3	89,80	1	5	1	89,20	2	2	3	81,60	2	5	1	81,40
1	2	4	92,10	1	5	2	85,80	2	2	4	81,30	2	5	2	80,30
1	3	1	86,80	1	5	3	90,00	2	3	1	82,10	2	5	3	83,20
1	3	2	87,10	1	5	4	92,10	2	3	2	82,60	2	5	4	81,20

Papier und Bleistift

a = 2
b = 5

Notwendige Summen sind:

$Y_{11\bullet} = \sum_{k=1}^{r} y_{11k} = 335{,}9$ $\quad Y_{12\bullet} = \sum_{k=1}^{r} y_{12k} = 350{,}0$ $\quad Y_{13\bullet} = \sum_{k=1}^{r} y_{13k} = 345{,}2$ $\quad Y_{14\bullet} = \sum_{k=1}^{r} y_{14k} = 337{,}8$ $\quad Y_{15\bullet} = \sum_{k=1}^{r} y_{15k} = 357{,}1$

$Y_{21\bullet} = \sum_{k=1}^{r} y_{21k} = 331{,}2$ $\quad Y_{22\bullet} = \sum_{k=1}^{r} y_{22k} = 320{,}1$ $\quad Y_{23\bullet} = \sum_{k=1}^{r} y_{23k} = 332{,}9$ $\quad Y_{24\bullet} = \sum_{k=1}^{r} y_{24k} = 358{,}5$ $\quad Y_{25\bullet} = \sum_{k=1}^{r} y_{25k} = 326{,}1$

$Y_{1\bullet\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{1jk} = 1726{,}0$ $\quad Y_{2\bullet\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{2jk} = 1668{,}8$

$Y_{\bullet1\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} y_{i1k} = 667{,}1$ $\quad Y_{\bullet2\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} y_{i2k} = 670{,}1$ $\quad Y_{\bullet3\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} y_{i3k} = 678{,}1$ $\quad Y_{\bullet4\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} y_{i4k} = 696{,}3$ $\quad Y_{\bullet5\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} y_{i5k} = 683{,}2$

$Y_{\bullet\bullet1} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij1} = 841{,}9$ $\quad Y_{\bullet\bullet2} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij2} = 841{,}8$ $\quad Y_{\bullet\bullet3} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij3} = 854{,}3$ $\quad Y_{\bullet\bullet4} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{\bullet\bullet4} = 856{,}8$

$Y_{\bullet\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk} = 3394{,}8$ $\quad \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}^2 = 288753{,}58$

$$Sgl = \frac{1}{a\,b\,r}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}\right)^2 = 3394{,}8^2 / (2*5*4) = \qquad 288116{,}676$$

$$SQ_{Gesamt} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}^2 - Sgl = 288753{,}580 - 288116{,}676 = \qquad 636{,}904$$

$$SQ_{Blocks} = \tfrac{1}{ab}\sum_{k=1}^{r} bl_k^2 - Sgl = \left(841{,}9^2 + 841{,}8^2 + 854{,}3^2 + 856{,}8^2\right)/(2*5) - 288116{,}676 = \qquad 19{,}082$$

$$SQ_A = \tfrac{1}{br}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl = \left(1726{,}0^2 + 1668{,}8^2\right)/(5*4) - 288116{,}676 = \qquad 81{,}796$$

$$SQ_B = \tfrac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl = \left(667{,}1^2 + 670{,}1^2 + 678{,}1^2 + 696{,}3^2 + 683{,}2^2\right)/(2*4) - 288116{,}676 = \qquad 67{,}319$$

$$SQ_{AxB} = \tfrac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(ab)_{ij}\right]^2 - Sgl - SQ_A - SQ_B$$

$$= \left(335{,}9^2 + 350{,}0^2 + 345{,}2^2 + \ldots + 326{,}1^2\right)/4 - 288116{,}676 - 81{,}796 - 67{,}319 = \qquad 225{,}314$$

$$SQ_{Rest} = SQ_{Gesamt} - SQ_A - SQ_B - SQ_{AxB} - SQ_{Blocks}$$

$$= 636{,}904 - 81{,}796 - 67{,}319 - 225{,}314 - 19{,}082 = \qquad 243{,}393$$

FG_{Gesamt}	$= a*b*r - 1$	= 39	MQ_{Gesamt}	$= SQ_{Gesamt}/FG_{Gesamt}$	= 636,904/39	= 16,3309
FG_{Blocks}	$= r - 1$	= 3	MQ_{Blocks}	$= SQ_{Blocks}/FG_{Blocks}$	= 19,082/3	= 6,3607
FG_A	$= a - 1$	= 1	MQ_A	$= SQ_A/FG_A$	= 81,796/1	= 81,7960
FG_B	$= b - 1$	= 4	MQ_B	$= SQ_B/FG_B$	= 67,319/4	= 16,8298
FG_{AxB}	$= (a-1)(b-1)$	= 4	MQ_{AxB}	$= SQ_{AxB}/FG_{AxB}$	= 225,314/4	= 56,3285
FG_{Rest}	$= (ab-1)(r-1)$	= 27	MQ_{Rest}	$= SQ_{Rest}/FG_{Rest}$	= 243,393/27	= 9,0146

Bevor die Varianztabelle zusammengestellt und die F-Tests durchgeführt werden, sollen die $(1-\alpha)$-Konfidenzintervalle der Mittelwerte berechnet werden.

A-Mittelwerte

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}\right]} = \sqrt{\frac{1}{2*5*4}\left[6{,}3607 + (2-1)9{,}0146\right]} = 0{,}62$$

$$t_{gew_A} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest}} = \frac{6{,}3607 * 3{,}18245 + (2-1)9{,}0146 * 2{,}05183}{6{,}3607 + (2-1)9{,}0146}$$

$$= 2{,}52$$

Mittelwert		$\langle \bar{y}_{i\bullet\bullet} - t_{gew_A} * s_A$;	$\bar{y}_{i\bullet\bullet} + t_{gew_A} * s_A \rangle$
$Y_{1\bullet\bullet}$ / (b*r) = 1726,0/20 =	86,30	84,74	87,86
$Y_{2\bullet\bullet}$ / (b*r) = 1668,8/20 =	83,44	81,88	85,00

B-Mittelwerte

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest}\right]} = \sqrt{\frac{1}{2*5*4}\left[6{,}3607 + (5-1)9{,}0146\right]} = 1{,}456$$

$$t_{gew_B} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest}} = \frac{6{,}3607 * 3{,}18245 + (5-1)9{,}0146 * 2{,}05183}{6{,}3607 + (5-1)9{,}0146}$$

$$= 2{,}221$$

Mittelwert		$\langle \bar{y}_{\bullet j\bullet} - t_{gew_B} * s_B$;	$\bar{y}_{\bullet j\bullet} + t_{gew_B} * s_B \rangle$
$Y_{\bullet 1\bullet}$ / (a*r) = 667,1/8 =	83,388	80,154	86,622
$Y_{\bullet 2\bullet}$ / (a*r) = 670,1/8 =	83,763	80,529	86,997
$Y_{\bullet 3\bullet}$ / (a*r) = 678,1/8 =	84,763	81,529	87,997
$Y_{\bullet 4\bullet}$ / (a*r) = 696,3/8 =	87,038	83,804	90,272
$Y_{\bullet 5\bullet}$ / (a*r) = 683,2/8 =	85,400	82,166	88,634

AB-Mittelwerte

$$s_{AB} = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (ab-1)MQ_{Rest}\right]} = \sqrt{\frac{1}{2*5*4}\left[6{,}3607 + (2*5-1)9{,}0146\right]} = 2{,}092$$

$$t_{gew_{AB}} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (ab-1)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + (ab-1)MQ_{Rest}} = \frac{6{,}3607 * 3{,}18245 + (2*5-1)9{,}0146 * 2{,}05183}{6{,}3607 + (2*5-1)9{,}0146}$$

$$= 2{,}134$$

Mittelwert		$\langle \bar{y}_{ij\bullet} - t_{gew_{AB}} * s_{AB}$;	$\bar{y}_{ij\bullet} + t_{gew_{AB}} * s_{AB} \rangle$
$Y_{11\bullet}$ / r = 335,9/4 =	83,975	79,511	88,439
$Y_{12\bullet}$ / r = 350,0/4 =	87,500	83,036	91,964
$Y_{13\bullet}$ / r = 345,2/4 =	86,300	81,836	90,764
$Y_{14\bullet}$ / r = 337,8/4 =	84,450	79,986	88,914
$Y_{15\bullet}$ / r = 357,1/4 =	89,275	84,811	93,739
$Y_{21\bullet}$ / r = 331,2/4 =	82,800	78,336	87,264
$Y_{22\bullet}$ / r = 320,1/4 =	80,025	75,561	84,489
$Y_{23\bullet}$ / r = 332,9/4 =	83,225	78,761	87,689
$Y_{24\bullet}$ / r = 358,5/4 =	89,625	85,161	94,089
$Y_{25\bullet}$ / r = 326,1/4 =	81,525	77,061	85,989

Die F-Werte und die F-Quantile für α=0,05 sind (Teil 2, Tab. 8.4; S. 34):

$F_A = MQ_A/MQ_{Rest} = 81{,}7960/9{,}0146 = 9{,}074$ $\quad F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest}} = F_{0,95;1,27} = 4{,}196$

$F_B = MQ_B/MQ_{Rest} = 16{,}8298/9{,}0146 = 1{,}867$ $\quad F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest}} = F_{0,95;4,27} = 2{,}728$

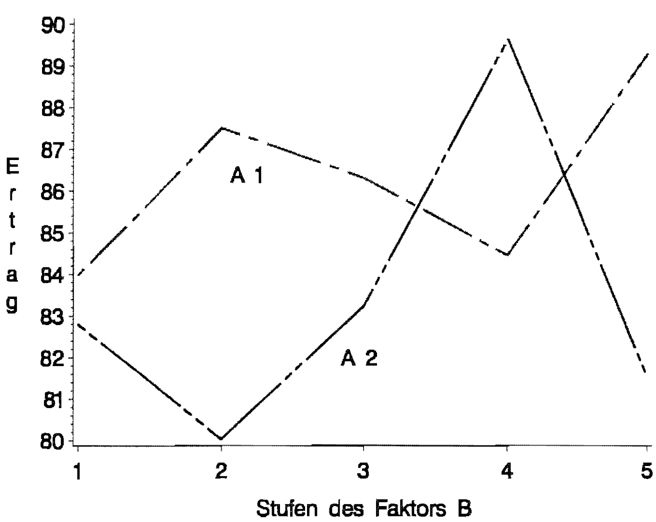
$F_{AxB} = MQ_{AxB}/MQ_{Rest} = 56{,}3285/9{,}0146 = 6{,}249$ $\quad F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest}} = F_{0,95;4,27} = 2{,}728$

Die Varianztabelle lautet:

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F	Test
Gesamt	39	636,904			
Blocks	3	19,082	6,3607		
A	1	81,796	81,7960	9,074	signifikant
B	4	67,319	16,8298	1,867	
A x B	4	225,314	56,3285	6,249	signifikant
Rest	27	243,393	9,0146		

Sie zeigt, daß der Vergleich des berechneten F-Wertes mit dem entsprechenden Quantil der F-Verteilung zur Ablehnung der Nullhypothese beim Vergleich der A-Mittelwerte und der Nullhypothese beim Vergleich der AB-Mittelwerte führt.

Es ist am instruktivsten, sich die Erträge der AB-Mittelwerte grafisch anzusehen:




```
data a;
  input b a1 a2;
lines;
1 83.975 82.800
2 87.500 80.025
3 86.300 83.225
4 84.450 89.625
5 89.275 81.525
;
goptions device=win target=cgmmwwc
         htext=2 ftext=swiss;
symbol1 c=red i=join w=9 l=27;
symbol2 c=blue i=join w=9 l=32;
footnote1 h=2 m=(25,32) f=swiss "A 1";
footnote2 h=2 m=(37,15) f=swiss "A 2";
proc gplot;
  label a1="Ertrag"
        b ="Stufen des Faktors B";
  plot a1*b = 1
       a2*b = 2
       /overlay
        hminor=0
  ;
run; quit;
```

Zu erkennen ist, daß sich auf der Faktorstufe A_1 die Erträge der Kombinationen A_1B_1, A_1B_2, A_1B_3, A_1B_4 und A_1B_5 ganz anders verhalten als die Kombinationen der B-Stufen mit der Faktorstufe A_2. Hier offenbart sich die Wechselwirkung der beiden Faktoren. Wenn die Wechselwirkung der beiden Faktoren signifikant ist, ist häufig in dessen Folge auch mindestens einer der beiden Hauptwirkungen signifikant. Im Beispiel sind es die Mittelwerte des Faktors A.

Liegen signifikante Wechselwirkungen vor, dann ist in der Regel ein Vergleich von Mittelwerten eines Faktors nicht interpretierbar - er wird unsinnig. Deshalb vergleicht man im Falle signifikanter Wechselwirkungen die Mittelwerte eines Faktors auf fester Stufe des anderen Faktors. Das führt mit dem Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A zum Vergleich der B-Mittelwerte und mit dem Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B zum Vergleich der A-Mittelwerte. Für diese Vergleiche gibt es entsprechende Grenzdifferenzen (s. o.), die entsprechend des Anlagemodells verschieden sein können.

Vergleich der A-Mittelwerte

Für das Beispiel bedeutet das, daß die Mittelwerte der Stufen des Faktors A getestet werden, indem die AB-Mittelwerte auf gleicher B-Stufe miteinander verglichen werden. Die Grenzdifferenz des Tukey-Testes heißt dann

$$GD_{\alpha}^{AB/B} = q_{1-\alpha;a,FG_{Rest}} / \sqrt{2} * \sqrt{\frac{2}{r}} s_{Rest} = q_{1-\alpha;a,FG_{Rest}} * s_{Rest} / \sqrt{r} \quad .$$

Mit $r = 4$

$s_{Rest} = \sqrt{MQ_{Rest}} = \sqrt{9{,}0146} = 3{,}002$

$q_{1-\alpha;a,FG_{Rest}} = q_{1-\alpha;2,27} = 2{,}902$ (Teil 2, S. 57, Tab. 8.6)

ist die Grenzdifferenz $GD_{\alpha}^{AB/B} = q_{1-\alpha;a,FG_{Rest}} * s_{Rest}/\sqrt{r} = 2{,}902 * 3{,}002 / \sqrt{4} = 4{,}356$.

In diesem Fall sind nur 2 Mittelwerte auf jeder B-Stufe miteinander zu vergleichen:

B-Stufe	$\bar{y}_{ij}$	$\bar{y}_{i'j}$	$\bar{y}_{ij} - \bar{y}_{i'j}$	Test
1	83,975	82,800	1,175	-
2	87,500	80,025	7,475	signifikant
3	86,300	83,225	3,075	-
4	84,450	89,625	-5,175	signifikant
5	89,275	81,525	7,750	signifikant

Die (beiden) A-Mittelwerte unterscheiden sich signifikant auf den Stufen B_2, B_4 und B_5, denn die Differenz zwischen den Mittelwerten ist größer als die berechnete Grenzdifferenz.
Bei bestimmten Herbizidaufwandmengen waren Unterschiede in der Bodenbearbeitung erkennbar.

Vergleich der B-Mittelwerte

Ein Vergleich der B-Mittelwerte muß analog unter Berücksichtigung der signifikanten Wechselwirkung durch Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A vorgenommen werden. Die Grenzdifferenz ist mit $q_{1-\alpha;b,FG_{Rest}} = q_{1-\alpha;5,27} = 4{,}1305$

$$GD_{\alpha}^{AB/A} = q_{1-\alpha;b,FG_{Rest}} * s_{Rest}/\sqrt{r} = 4{,}1305 * 3{,}002 / \sqrt{4} = 6{,}200 .$$

A-Stufe	B_j	$B_{j'}$	$\bar{y}_{ij}$	$\bar{y}_{ij'}$	$\bar{y}_{ij} - \bar{y}_{ij'}$	Test
1	1	2	83,975	87,500	-3,525	-
		3	83,975	86,300	-2,325	-
		4	83,975	84,450	-0,475	-
		5	83,975	89,275	-5,300	-
	2	3	87,500	86,300	1,200	-
		4	87,500	84,450	3,050	-
		5	87,500	89,275	-1,775	-
	3	4	86,300	84,450	1,850	-
		5	86,300	89,275	-2,975	-
	4	5	84,450	89,275	-4,825	-
2	1	2	82,800	80,025	2,775	-
		3	82,800	83,225	-0,425	-
		4	82,800	89,625	-6,825	signifikant
		5	82,800	81,525	1,275	-
	2	3	80,025	83,225	-3,200	-
		4	80,025	89,625	-9,600	signifikant
		5	80,025	81,525	-1,500	-
	3	4	83,225	89,625	-6,400	signifikant
		5	83,225	81,525	1,700	-
	4	5	89,625	81,525	8,100	signifikant

Auf der Stufe A_2 ist die Behandlung B_4 zu allen anderen B-Stufen signifikant.

Vergleich der AB-Mittelwerte

Für den Vergleich der AB-Mittelwerte lautet die Grenzdifferenz des Tukey-Testes

$$GD_{\alpha}^{AB} = q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest}} / \sqrt{2} * \sqrt{\frac{2}{r}} MQ_{Rest} = q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest}} * MQ_{Rest} / \sqrt{r} = 4{,}864 * 3{,}002 / \sqrt{4} = 7{,}301 \;,$$

wobei $q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest}} = q_{1-\alpha;10,27} = 4{,}864$ (Teil 2, S. 57, Tab. 8.6) .

Die kürzeste Form der Darstellung von Signifikanzen ist die Methode der Verbindungslinien. Dazu werden die Mittelwerte der Größe nach geordnet.

AB	22	25	21	23	11	14	13	12	15	24
$\bar{y}_{ij}$	80,025	81,525	82,800	83,225	83,975	84,450	86,300	87,500	89,275	89,625

SAS

Bis zur Berechnung der Varianztabelle ist die Realisierung mit SAS problemlos:

```
data bsp11415;
  infile "DATEN.DAT";
  input a b block ertrag;
proc glm;
  class a b block;
  model ertrag = block a b a*b / ss3;
run;
```

Beachte: Dezimalpunkt anstelle Dezimalkomma

```
General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class     Levels    Values
A              2    1 2
B              5    1 2 3 4 5
BLOCK          4    1 2 3 4

Number of observations in data set = 40

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: ERTRAG
                                  Sum of          Mean
Source                 DF        Squares        Square   F Value      Pr > F
Model                  12     393.511000     32.792583      3.64      0.0026
Error                  27     243.393000      9.014556
Corrected Total        39     636.904000

                 R-Square           C.V.      Root MSE           ERTRAG Mean
                 0.617850       3.537675       3.00242               84.8700

Source                 DF    Type III SS   Mean Square   F Value      Pr > F
BLOCK                   3      19.082000      6.360667      0.71      0.5570
A                       1      81.796000     81.796000      9.07      0.0056
B                       4      67.319000     16.829750      1.87      0.1453
A*B                     4     225.314000     56.328500      6.25      0.0011
```

Wenn die Wechselwirkung <u>nicht</u> signifikant ist, ist ein Testen der Hauptwirkungen, also ein Vergleich der Mittelwerte der Stufen der Faktoren A und B einfach:

```
proc glm;
  class a b block;
  model ertrag = block a b a*b / ss3;
  means a / tukey cldiff;
  means b / tukey cldiff;
run;
```

Anstelle von `tukey` können auch die entsprechenden Verweise für andere multiple Testprozeduren stehen. Die Option `cldiff` liefert die Konfidenzintervalle der Mittelwertdifferenzen.

Signifikante Wechselwirkungen werden beim Testen nicht berücksichtigt! Das muß der Anwender selbst in die Hand nehmen.

Dazu sind ein paar Bemerkungen erforderlich.
Die Parameter der Modellgleichung $\underline{y}_{ijk} = \mu + \underline{bl}_k + a_i + b_j + (ab)_{ij} + \underline{e}_{ijk}$
werden durch Schätzwerte ersetzt:

$\mu \rightarrow \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

$\underline{bl}_k \rightarrow \bar{y}_{\bullet\bullet k} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

$a_i \rightarrow \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

$b_j \rightarrow \bar{y}_{\bullet j\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

$(ab)_{ij} \rightarrow \bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet j\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

$$\Rightarrow \quad (ab)_{ij} = \bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet j\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} \qquad (*)$$

Das bedeutet, daß die AB-Mittelwerte geschätzt werden aus

$$\bar{y}_{ij\bullet} = \bar{y}_{i\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet j\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{ij}$$

oder in den Effekten auf der jeweiligen Stufe ausgedrückt:

$$\bar{y}_{ij\bullet} = (a_i + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}) + (b_j + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}) - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{ij} = \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + a_i + b_j + (ab)_{ij} \quad .$$

Es soll die Gleichung (*) betrachtet werden. Somit sind die Wechselwirkungseffekte unter Verwendung der bereits oben berechneten Mittelwerte:

$(ab)_{ij} = \bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet j\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	
$(ab)_{11} = \bar{y}_{11\bullet} - \bar{y}_{1\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 1\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	83,975 - 86,30 - 83,388 + 84,87 = - 0,843
$(ab)_{21} = \bar{y}_{21\bullet} - \bar{y}_{2\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 1\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	82,800 - 83,44 - 83,388 + 84,87 = 0,843
$(ab)_{12} = \bar{y}_{12\bullet} - \bar{y}_{1\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 2\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	87,500 - 86,30 - 83,763 + 84,87 = 2,307
$(ab)_{22} = \bar{y}_{22\bullet} - \bar{y}_{2\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 2\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	80,025 - 83,44 - 83,763 + 84,87 = - 2,307
$(ab)_{13} = \bar{y}_{13\bullet} - \bar{y}_{1\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 3\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	86,300 - 86,30 - 84,763 + 84,87 = 0,107
$(ab)_{23} = \bar{y}_{23\bullet} - \bar{y}_{2\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 3\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	83,225 - 83,44 - 84,763 + 84,87 = - 0,107
$(ab)_{14} = \bar{y}_{14\bullet} - \bar{y}_{1\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 4\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	84,450 - 86,30 - 87,038 + 84,87 = - 4,017
$(ab)_{24} = \bar{y}_{24\bullet} - \bar{y}_{2\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 4\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	89,625 - 83,44 - 87,038 + 84,87 = 4,017
$(ab)_{15} = \bar{y}_{15\bullet} - \bar{y}_{1\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 5\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	89,275 - 86,30 - 85,400 + 84,87 = 2,445
$(ab)_{25} = \bar{y}_{25\bullet} - \bar{y}_{2\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet 5\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$	81,525 - 83,44 - 85,400 + 84,87 = - 2,445

Demnach lassen sich die Mittelwerte schreiben als

$\bar{y}_{ij\bullet} = \bar{y}_{i\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet j\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{ij}$

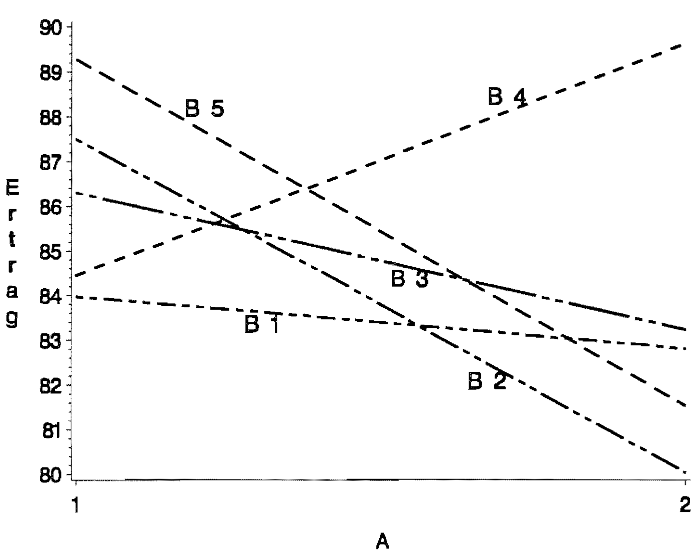
$\bar{y}_{11\bullet} = \bar{y}_{1\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet 1\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{11}$	83,975 = 86,30 + 83,388 - 84,87 - 0,843
$\bar{y}_{21\bullet} = \bar{y}_{2\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet 1\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{21}$	82,800 = 83,44 + 83,388 - 84,87 + 0,843
$\bar{y}_{12\bullet} = \bar{y}_{1\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet 2\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{12}$	87,500 = 86,30 + 83,763 - 84,87 + 2,307
$\bar{y}_{22\bullet} = \bar{y}_{2\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet 2\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{22}$	80,025 = 83,44 + 83,763 - 84,87 - 2,307
$\bar{y}_{13\bullet} = \bar{y}_{1\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet 3\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{13}$	86,300 = 86,30 + 84,763 - 84,87 + 0,107
$\bar{y}_{23\bullet} = \bar{y}_{2\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet 3\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{23}$	83,225 = 83,44 + 84,763 - 84,87 - 0,107
$\bar{y}_{14\bullet} = \bar{y}_{1\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet 4\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{14}$	84,450 = 86,30 + 87,038 - 84,87 - 4,017
$\bar{y}_{24\bullet} = \bar{y}_{2\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet 4\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{24}$	89,625 = 83,44 + 87,038 - 84,87 + 4,017
$\bar{y}_{15\bullet} = \bar{y}_{1\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet 5\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{15}$	89,275 = 86,30 + 85,400 - 84,87 +2,445
$\bar{y}_{25\bullet} = \bar{y}_{2\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet 5\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{25}$	81,525 = 83,44 + 85,400 - 84,87 - 2,445

Wird nun die Differenz zwischen zwei AB-Mittelwerten gebildet, muß der Wechselwirkungseffekt „mitgeschleppt" werden. Betrachtet werden die AB-Mittelwertdifferenzen auf gleicher B-Stufe.

$$
\begin{aligned}
\bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{i'j\bullet} &= \bar{y}_{i\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet j\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{ij} - [\bar{y}_{i'\bullet\bullet} + \bar{y}_{\bullet j\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} + (ab)_{i'j}] \\
&= \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'\bullet\bullet} + (ab)_{ij} - (ab)_{i'j} \\
&= (a_i + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}) - (a_{i'} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}) + (ab)_{ij} - (ab)_{i'j} \\
&= a_i - a_{i'} + (ab)_{ij} - (ab)_{i'j}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\overline{A_1B_1} - \overline{A_2B_1} &= \bar{y}_{1\bullet\bullet} - \bar{y}_{2\bullet\bullet} + (ab)_{11} - (ab)_{21} \qquad = a_1 - a_2 + (ab)_{11} - (ab)_{21} \\
&= 86{,}30 - 83{,}44 + (-0{,}843) - (+0{,}843) = (+1{,}43) - (-1{,}43) + (-0{,}843) - (+0{,}843) \\
&= 2{,}86 - 1{,}685 \\
\overline{A_1B_2} - \overline{A_2B_2} &= a_1 - a_2 + (ab)_{12} - (ab)_{22} = (+1{,}43) - (-1{,}43) + (+2{,}307) - (-2{,}307) = 2{,}86 + 4{,}615 \\
\overline{A_1B_3} - \overline{A_2B_3} &= a_1 - a_2 + (ab)_{13} - (ab)_{23} = (+1{,}43) - (-1{,}43) + (+0{,}107) - (-0{,}107) = 2{,}86 + 0{,}215 \\
\overline{A_1B_4} - \overline{A_2B_4} &= a_1 - a_2 + (ab)_{14} - (ab)_{24} = (+1{,}43) - (-1{,}43) + (-4{,}017) - (+4{,}017) = 2{,}86 - 8{,}035 \\
\overline{A_1B_5} - \overline{A_2B_5} &= a_1 - a_2 + (ab)_{15} - (ab)_{25} = (+1{,}43) - (-1{,}43) + (+2{,}445) - (-2{,}445) = 2{,}86 + 4{,}890
\end{aligned}
$$

Die Veränderung der AB-Mittelwerte auf gleichem B zeigt die folgende Grafik.




```
data a;
input a b1-b5;
lines;
1 83.975 87.5   86.3   84.45  89.275
2 82.80  80.025 83.225 89.625 81.525
;
goptions ftext=swiss htext=1.8
         device=win target=cgmmwwc;
symbol1 c=black i=join w=9 l=14 v=none;
symbol2 c=black i=join w=9 l=15 v=none;
symbol3 c=black i=join w=9 l=16 v=none;
symbol4 c=black i=join w=9 l=20 v=none;
symbol5 c=black i=join w=9 l=21 v=none;
footnote1 h=2 m=(25,20) f=swiss "B 1";
footnote2 h=2 m=(48,15) f=swiss "B 2";
footnote3 h=2 m=(40,24) f=swiss "B 3";
footnote4 h=2 m=(50,40) f=swiss "B 4";
footnote5 h=2 m=(19,39) f=swiss "B 5";
proc gplot;
 label b1="Ertrag";
 plot b1 * a = 1       b2 * a = 2
      b3 * a = 3       b4 * a = 4
      b5 * a = 5
      /overlay         haxis= 1,2;
run;quit;
```

Mit PROC GLM können nur die Hauptwirkungen getestet werden. Zudem sind beim Testen die signifikanten Wechselwirkungen zu berücksichtigen, was in SAS nicht passiert. Um sich hier zu helfen, ist es vorteilhaft, sich die Struktur der Mittelwerte anzusehen:

A-Mittelwerte: A_1 A_2
B-Mittelwerte: B_1 B_2 B_3 B_4 B_5
AB-Mittelwerte: $\overline{A_1B_1}$ $\overline{A_1B_2}$ $\overline{A_1B_3}$ $\overline{A_1B_4}$ $\overline{A_1B_5}$ $\overline{A_2B_1}$ $\overline{A_2B_2}$ $\overline{A_2B_3}$ $\overline{A_2B_4}$ $\overline{A_2B_5}$

Mit +1 und –1 [linearer Kontrast: (+1)∗Mittelwert1 + (-1)∗Mittelwert2 = 0] werden in der `estimate`-Anweisung die Positionen der in den Vergleich einzubeziehenden Mittelwerte gekennzeichnet. Zusätzlich wird eine alphanumerische Bezeichnung angegeben:

```
proc glm;
  class a b block;
  model ertrag = block a b a*b / ss3;
  lsmeans a / pdiff adjust=tukey;
  estimate 'A1-A2/B1' a 1 -1 a*b 1 0 0 0 0 -1;
  estimate 'A1-A2/B2' a 1 -1 a*b 0 1 0 0 0 0 -1;
  estimate 'A1-A2/B3' a 1 -1 a*b 0 0 1 0 0 0 0 -1;
  estimate 'A1-A2/B4' a 1 -1 a*b 0 0 0 1 0 0 0 0 -1;
  estimate 'A1-A2/B5' a 1 -1 a*b 0 0 0 0 1 0 0 0 0 -1;
run;
```

```
General Linear Models Procedure
Least Squares Means
Adjustment for multiple comparisons: Tukey

A        ERTRAG       Pr > |T| H0:
         LSMEAN     LSMEAN1=LSMEAN2

1     86.3000000         0.0056
2     83.4400000

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: ERTRAG

                                 T for H0:       Pr > |T|     Std Error of
Parameter          Estimate    Parameter=0                   Estimate

A1-A2/B1         1.17500000          0.55       0.5845       2.12303504
A1-A2/B2         7.47500000          3.52       0.0015       2.12303504
A1-A2/B3         3.07500000          1.45       0.1590       2.12303504
A1-A2/B4        -5.17500000         -2.44       0.0217       2.12303504
A1-A2/B5         7.75000000          3.65       0.0011       2.12303504
```

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2}{r} MQ_{Rest}}$$

Die `estimate`-Anweisungen sind auch in PROC MIXED möglich. Insgesamt ist das ein sehr aufwendiges Verfahren. Seit der Version SAS 6.12 gibt es aber sowohl in PROC GLM als auch in PROC MIXED die zusätzliche Option `slice`. Sie bewirkt, daß die Mittelwerte der Kombination (beispielsweise die AB-Mittelwerte) auf gleicher Stufe von B (oder A) getestet werden – allerdings nur mit dem F-Test (!). Wird in PROC MIXED die Option `ddfm=satterthwaite` verwendet, dann werden die AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B (Einschätzung der A-Wirkung) und auf gleicher Stufe von A (Einschätzung der B-Wirkung) unter Berücksichtigung der gewichteten Freiheitsgrade (s. S. 32 f) – anstelle der gewichteten Verteilungs-Quantile – getestet. Für dieses Beispiel ist die Option `ddfm=satterthwaite` ohne Wirkung, da nicht mehrerer MQ-Werte zu berücksichtigen sind.

```
proc glm data=bsp11415;
  class a b block;
  model ertrag = block a b a*b / ss3;
  lsmeans a*b / pdiff adjust=tukey slice=b;
run;
```

auf die Wiedergabe der Varianztabelle wird verzichtet.

General Linear Models Procedure
Least Squares Means
Adjustment for multiple comparisons: Tukey

A	B	ERTRAG LSMEAN	LSMEAN Number
1	1	83.9750000	1
1	2	87.5000000	2
1	3	86.3000000	3
1	4	84.4500000	4
1	5	89.2750000	5
2	1	82.8000000	6
2	2	80.0250000	7
2	3	83.2250000	8
2	4	89.6250000	9
2	5	81.5250000	10

Pr > |T| H0: LSMEAN(i)=LSMEAN(j)

i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.	0.8070	0.9811	1.0000	0.3139	0.9999	0.6933	1.0000	0.2388	0.9734
2	0.8070	.	0.9999	0.9045	0.9972	0.4718	0.0416	0.5975	0.9897	0.1814
3	0.9811	0.9999	.	0.9962	0.9164	0.8130	0.1385	0.9003	0.8525	0.4504
4	1.0000	0.9045	0.9962	.	0.4364	0.9984	0.5526	0.9999	0.3440	0.9238
5	0.3139	0.9972	0.9164	0.4364	.	0.1149	0.0056	0.1698	1.0000	0.0309
6	0.9999	0.4718	0.8130	0.9984	0.1149	.	0.9434	1.0000	0.0816	0.9998
7	0.6933	0.0416	0.1385	0.5526	0.0056	0.9434	.	0.8777	0.0037	0.9992
8	1.0000	0.5975	0.9003	0.9999	0.1698	1.0000	0.8777	.	0.1233	0.9980
9	0.2388	0.9897	0.8525	0.3440	1.0000	0.0816	0.0037	0.1233	.	0.0210
10	0.9734	0.1814	0.4504	0.9238	0.0309	0.9998	0.9992	0.9980	0.0210	.

General Linear Models Procedure
Least Squares Means

A*B Effect Sliced by B for ERTRAG

nur F-Test

B	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
1	1	2.761250	2.761250	0.3063	0.5845
2	1	111.751250	111.751250	12.3968	0.0015
3	1	18.911250	18.911250	2.0979	0.1590
4	1	53.561250	53.561250	5.9416	0.0217
5	1	120.125000	120.125000	13.3257	0.0011

bzw.

```
proc mixed data=bsp11415 nobound;
  class a b block;
  model ertrag = a b a*b / ddfm=satterthwaite;
  random block;
  lsmeans a*b / pdiff adjust=tukey slice=b;
run;
```

(die zufälligen Effekte werden hier nicht aufgeführt)

ohne Varianztabelle

Least Squares Means

Effect	A	B	LSMEAN	Std Error	DF	t	Pr > |t|
A*B	1	1	83.97500000	1.50121247	27	55.94	0.0001
A*B	1	2	87.50000000	1.50121247	27	58.29	0.0001
A*B	1	3	86.30000000	1.50121247	27	57.49	0.0001
A*B	1	4	84.45000000	1.50121247	27	56.25	0.0001
A*B	1	5	89.27500000	1.50121247	27	59.47	0.0001
A*B	2	1	82.80000000	1.50121247	27	55.16	0.0001
A*B	2	2	80.02500000	1.50121247	27	53.31	0.0001
A*B	2	3	83.22500000	1.50121247	27	55.44	0.0001
A*B	2	4	89.62500000	1.50121247	27	59.70	0.0001
A*B	2	5	81.52500000	1.50121247	27	54.31	0.0001

Differences of Least Squares Means

Effect	A	B	_A	_B	Difference	Std Error	DF	t	Pr > |t|	Adjustment	Adj P
A*B	1	1	1	2	-3.52500000	2.12303504	27	-1.66	0.1084	Tukey	0.8070
A*B	1	1	1	3	-2.32500000	2.12303504	27	-1.10	0.2831	Tukey	0.9811
A*B	1	1	1	4	-0.47500000	2.12303504	27	-0.22	0.8246	Tukey	1.0000
A*B	1	1	1	5	-5.30000000	2.12303504	27	-2.50	0.0189	Tukey	0.3139
A*B	1	1	2	1	1.17500000	2.12303504	27	0.55	0.5845	Tukey	0.9999
A*B	1	1	2	2	3.95000000	2.12303504	27	1.86	0.0737	Tukey	0.6933
A*B	1	1	2	3	0.75000000	2.12303504	27	0.35	0.7266	Tukey	1.0000
A*B	1	1	2	4	-5.65000000	2.12303504	27	-2.66	0.0129	Tukey	0.2388
A*B	1	1	2	5	2.45000000	2.12303504	27	1.15	0.2586	Tukey	0.9734
A*B	1	2	1	3	1.20000000	2.12303504	27	0.57	0.5766	Tukey	0.9999
A*B	1	2	1	4	3.05000000	2.12303504	27	1.44	0.1623	Tukey	0.9045
A*B	1	2	1	5	-1.77500000	2.12303504	27	-0.84	0.4105	Tukey	0.9972
A*B	1	2	2	1	4.70000000	2.12303504	27	2.21	0.0355	Tukey	0.4718
A*B	1	2	2	2	7.47500000	2.12303504	27	3.52	0.0015	Tukey	0.0416
A*B	1	2	2	3	4.27500000	2.12303504	27	2.01	0.0541	Tukey	0.5975
A*B	1	2	2	4	-2.12500000	2.12303504	27	-1.00	0.3257	Tukey	0.9897
A*B	1	2	2	5	5.97500000	2.12303504	27	2.81	0.0090	Tukey	0.1814
A*B	1	3	1	4	1.85000000	2.12303504	27	0.87	0.3912	Tukey	0.9962
A*B	1	3	1	5	-2.97500000	2.12303504	27	-1.40	0.1725	Tukey	0.9164
A*B	1	3	2	1	3.50000000	2.12303504	27	1.65	0.1108	Tukey	0.8130
A*B	1	3	2	2	6.27500000	2.12303504	27	2.96	0.0064	Tukey	0.1385
A*B	1	3	2	3	3.07500000	2.12303504	27	1.45	0.1590	Tukey	0.9003
A*B	1	3	2	4	-3.32500000	2.12303504	27	-1.57	0.1290	Tukey	0.8525
A*B	1	3	2	5	4.77500000	2.12303504	27	2.25	0.0329	Tukey	0.4504
A*B	1	4	1	5	-4.82500000	2.12303504	27	-2.27	0.0312	Tukey	0.4364
A*B	1	4	2	1	1.65000000	2.12303504	27	0.78	0.4438	Tukey	0.9984
A*B	1	4	2	2	4.42500000	2.12303504	27	2.08	0.0467	Tukey	0.5526
A*B	1	4	2	3	1.22500000	2.12303504	27	0.58	0.5687	Tukey	0.9999
A*B	1	4	2	4	-5.17500000	2.12303504	27	-2.44	0.0217	Tukey	0.3440
A*B	1	4	2	5	2.92500000	2.12303504	27	1.38	0.1796	Tukey	0.9238
A*B	1	5	2	1	6.47500000	2.12303504	27	3.05	0.0051	Tukey	0.1149
A*B	1	5	2	2	9.25000000	2.12303504	27	4.36	0.0002	Tukey	0.0056
A*B	1	5	2	3	6.05000000	2.12303504	27	2.85	0.0083	Tukey	0.1698
A*B	1	5	2	4	-0.35000000	2.12303504	27	-0.16	0.8703	Tukey	1.0000
A*B	1	5	2	5	7.75000000	2.12303504	27	3.65	0.0011	Tukey	0.0309
A*B	2	1	2	2	2.77500000	2.12303504	27	1.31	0.2022	Tukey	0.9434
A*B	2	1	2	3	-0.42500000	2.12303504	27	-0.20	0.8428	Tukey	1.0000
A*B	2	1	2	4	-6.82500000	2.12303504	27	-3.21	0.0034	Tukey	0.0816
A*B	2	1	2	5	1.27500000	2.12303504	27	0.60	0.5531	Tukey	0.9998
A*B	2	2	2	3	-3.20000000	2.12303504	27	-1.51	0.1434	Tukey	0.8777
A*B	2	2	2	4	-9.60000000	2.12303504	27	-4.52	0.0001	Tukey	0.0037
A*B	2	2	2	5	-1.50000000	2.12303504	27	-0.71	0.4859	Tukey	0.9992
A*B	2	3	2	4	-6.40000000	2.12303504	27	-3.01	0.0055	Tukey	0.1233
A*B	2	3	2	5	1.70000000	2.12303504	27	0.80	0.4303	Tukey	0.9980
A*B	2	4	2	5	8.10000000	2.12303504	27	3.82	0.0007	Tukey	0.0210

$\boxed{s_{\bar d} = \sqrt{\frac{2}{r} MQ_{Rest}}}$

Tests of Effect Slices

Effect	B	NDF	DDF	F	Pr > F
A*B	1	1	27	0.31	0.5845
A*B	2	1	27	12.40	0.0015
A*B	3	1	27	2.10	0.1590
A*B	4	1	27	5.94	0.0217
A*B	5	1	27	13.33	0.0011

nur F-Test

Die berechneten Überschreitungswahrscheinlichkeiten beziehen sich auf den Vergleich der AB-Mittelwerte mit Hilfe der Tukey-Prozedur: z. B.:

```
data q;
  diff = 8.1;
  s_d  = 2.12303504;
  q    = diff * sqrt(2)/s_d;
  prob = 1-probmc("RANGE",q,.,27,10);
proc print noobs; run;
```

DIFF	S_D	Q	PROB
8.1	2.12304	5.39564	0.020983

Sie können kann durch Änderung der Anzahl der Vergleiche (10) im Funktionsaufruf `probmc` auch für die Vergleiche AB/A (5) und AB/B (2) berechnet werden.

11.4.2 Zweifaktorielles lateinisches Quadrat (AxB)-LQ / Rechteck (AxB)-LR

11.4.2.1 Lageplan

Bei einem zweifaktoriellen lateinischen Quadrat (AxB)-LQ oder Rechteck (AxB)-LR werden die Prüfglieder (alle Kombinationen der Stufen der Faktoren A und B) den Teilstücken randomisiert so zugeordnet, daß jedes Prüfglied genau einmal in jeder Säule und jedem Block vorkommt. Durch die Blockbildung in zwei Richtungen sollen Störungen in diesen beiden Richtungen erfaßt werden. Die Anzahl der Teilstücke ist beim zweifaktoriellen lateinischen Quadrat (AxB)-LQ $N = (a*b)^2$ und $N = f^2$ beim zweifaktoriellen lateinischen Rechteck (AxB)-LQ, wobei $f = (a*b)/r$ mit $r = l$ ein ganzzahliges Vielfaches der Anzahl der Blocks r oder der Säulen l ist.

Für a = 3 und b = 4 sind folgende Lagepläne Beispiele[13].

(AxB)-LQ

Block \ Säule	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	A_2B_1	A_1B_3	A_2B_3	A_1B_1	A_3B_1	A_1B_2	A_3B_3	A_1B_4	A_3B_4	A_2B_2	A_3B_2	A_2B_4
2	A_3B_2	A_3B_4	A_2B_4	A_3B_3	A_2B_2	A_3B_1	A_1B_4	A_2B_3	A_1B_2	A_2B_1	A_1B_1	A_1B_3
3	A_1B_1	A_1B_2	A_1B_3	A_1B_4	A_2B_1	A_2B_2	A_2B_3	A_2B_4	A_3B_1	A_3B_2	A_3B_3	A_3B_4
4	A_1B_2	A_1B_4	A_1B_1	A_2B_2	A_1B_3	A_2B_4	A_2B_1	A_3B_2	A_2B_3	A_3B_4	A_3B_1	A_3B_3
5	A_2B_4	A_3B_2	A_2B_2	A_3B_4	A_1B_4	A_3B_3	A_1B_2	A_3B_1	A_1B_1	A_2B_3	A_1B_3	A_2B_1
6	A_1B_3	A_1B_1	A_2B_1	A_1B_2	A_2B_3	A_1B_4	A_3B_1	A_2B_2	A_3B_3	A_2B_4	A_3B_4	A_3B_2
7	A_3B_1	A_2B_3	A_3B_3	A_2B_1	A_3B_4	A_1B_3	A_3B_2	A_1B_1	A_2B_4	A_1B_2	A_2B_2	A_1B_4
8	A_2B_2	A_2B_4	A_1B_4	A_3B_2	A_1B_2	A_3B_4	A_1B_1	A_3B_3	A_1B_3	A_3B_1	A_2B_1	A_2B_3
9	A_3B_3	A_3B_1	A_3B_4	A_2B_3	A_3B_2	A_2B_1	A_2B_4	A_1B_3	A_2B_2	A_1B_1	A_1B_4	A_1B_2
10	A_3B_4	A_3B_3	A_3B_2	A_3B_1	A_2B_4	A_2B_3	A_2B_2	A_2B_1	A_1B_4	A_1B_3	A_1B_2	A_1B_1
11	A_1B_4	A_2B_2	A_1B_2	A_2B_4	A_1B_1	A_3B_2	A_1B_3	A_3B_4	A_2B_1	A_3B_3	A_2B_3	A_3B_1
12	A_2B_3	A_2B_1	A_3B_1	A_1B_3	A_3B_3	A_1B_1	A_3B_4	A_1B_2	A_3B_2	A_1B_4	A_2B_4	A_2B_2

(AxB)-LR mit r = 4

Block \ Säule	1	2	3	4
	A_2B_3	A_2B_4	A_3B_1	A_3B_2
1	A_1B_2	A_1B_1	A_1B_4	A_2B_1
	A_3B_4	A_2B_2	A_3B_3	A_1B_3
	A_1B_4	A_3B_3	A_1B_2	A_3B_1
2	A_2B_1	A_3B_2	A_1B_3	A_2B_3
	A_2B_2	A_3B_4	A_1B_1	A_2B_4
	A_1B_1	A_2B_3	A_2B_2	A_1B_2
3	A_3B_1	A_1B_3	A_2B_4	A_1B_4
	A_3B_3	A_2B_1	A_3B_2	A_3B_4
	A_3B_2	A_1B_2	A_2B_1	A_1B_1
4	A_2B_4	A_1B_4	A_3B_4	A_3B_3
	A_1B_3	A_3B_1	A_2B_3	A_2B_2

Bei f = 3 [$(a*b)/r = (3*4)/4 = 3$] liegen im Schnittpunkt einer Säule mit einem Block 3 Prüfglieder.

[13] konstruiert mit CADEMO-FEVE (BioMath - Ges. für Angew. Mathem. Statistik in Biologie u. Medizin mbH)

11.4.2.2 Modell und Varianztabelle

Für das zweifaktorielle lateinische Quadrat (AxB)-LQ oder Rechteck (AxB)-LR mit a Stufen des Prüffaktors A, b Stufen des Prüffaktors B und r Blocks und l = r Säulen gilt das lineare, additive Modell mit festen Effekten der Prüffaktoren:

$$\underline{y}_{ijkl} = \mu + \underline{bl}_k + \underline{l}_l + a_i + b_j + (ab)_{ij} + \underline{e}_{ijkl}$$

mit

$\underline{y}_{ijkl}$: Einzelwert

μ: Erwartungswert des Versuches

a_i: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A (i = 1, 2, ..., a) [mit $\sum a_i = 0$]

b_j: fester Effekt der j-ten Stufe des Prüffaktors B (j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum b_j = 0$]

$(ab)_{ij}$: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A und der j-ten Stufe des Prüffaktors B (i = 1, 2, ..., a ; j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum\sum (ab)_{ij} = 0\ \forall i$ und $\sum\sum (ab)_{ij} = 0\ \forall j$]

$\underline{bl}_k$: zufälliger Effekt des k-ten Blocks (k = 1, 2, ..., r) [$\underline{bl}_k$: N(0 ; σ^2_{Blocks})]

$\underline{l}_l$: zufälliger Effekt des l-ten Blocks (l = 1, 2, ..., r) [$\underline{l}_l$: N(0 ; $\sigma^2_{Säulen}$)]

$\underline{e}_{ijk}$: Zufallsfehler [$\underline{e}_{ijkl}$: N(0 ; σ^2_{Rest})] .

Die Varianztabelle hat folgende Struktur, wobei $Sgl = \frac{1}{abr}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijkl}\right)^2$:

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F	H_0	E(MQ)
Gesamt	a*b*r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y^2_{ijkl} - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$			
Blocks	r-1	$\frac{1}{ab}\sum_{k=1}^{r} bl_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$			$\sigma^2_{Rest} + ab\sigma^2_{Blocks}$
Säulen	r-1	$\frac{1}{ab}\sum_{l=1}^{r} l_l^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Säulen}}{FG_{Säulen}}$			$\sigma^2_{Rest} + ab\sigma^2_{Säulen}$
A	a - 1	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest}}$	$\sigma^2_{Rest} + br\frac{\sum_{i=1}^{a} a_i^2}{a-1}$
B	b - 1	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest}}$	$\sigma^2_{Rest} + ar\frac{\sum_{j=1}^{b} b_j^2}{b-1}$
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(ab)_{ij}\right]^2$ $- Sgl - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest}}$	$F_{AxB} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest}}$	$\sigma^2_{Rest} +$ $\frac{r}{(a-1)(b-1)}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(ab)^2_{ij}$
Rest	(ab-2)(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_A - SQ_B - SQ_{AxB} - SQ_{Blocks} - SQ_{Säulen}$	$\frac{SQ_{Rest}}{FG_{Rest}}$			σ^2_{Rest}

11.4.2.3 Konfidenzintervalle der Mittelwerte

Für die Mittelwerte der Stufen der Faktoren A und B sowie für die Mittelwerte der Kombinationen der Stufen beider Prüffaktoren AB werden die (1-α)-Konfidenzintervalle geschätzt nach

Konfidenzintervalle der Mittelwerte		mit
A	$\left\langle \bar{y}_{i\bullet\bullet} - t_{gew_A} * s_A ; \bar{y}_{i\bullet\bullet} + t_{gew_A} * s_A \right\rangle$	$s_A = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen} + (a-2)MQ_{Rest}\right]}$ $t_{gew_A} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + MQ_{Säulen} * t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}} + (a-2)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen} + (a-2)MQ_{Rest}}$
B	$\left\langle \bar{y}_{\bullet j\bullet} - t_{gew_B} * s_B ; \bar{y}_{\bullet j\bullet} + t_{gew_B} * s_B \right\rangle$	$s_B = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen} + (b-2)MQ_{Rest}\right]}$ $t_{gew_B} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + MQ_{Säulen} * t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}} + (b-2)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen} + (b-2)MQ_{Rest}}$
AB	$\left\langle \bar{y}_{ij\bullet} - t_{gew_{AB}} * s_{AB} ; \bar{y}_{ij\bullet} + t_{gew_{AB}} * s_{AB} \right\rangle$	$s_{AB} = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen} + (ab-2)MQ_{Rest}\right]}$ $t_{gew_{AB}} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + MQ_{Säulen} * t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}} + (ab-2)MQ_{Rest} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}}}{MQ_{Blocks} + MQ_{Säulen} + (ab-2)MQ_{Rest}}$

11.4.2.4 Multiple Mittelwertvergleiche

Die für die verschiedenen Fragestellungen zu formulierenden Hypothesen zum Vergleich der Mittelwerte und die Berechnung der Grenzdifferenzen entsprechen den für die zweifaktorielle Blockanlage (AxB)-Bl (s. 11.4.1.4).

11.4.3 Zweifaktorielle Spaltanlage (A/B)-Bl

11.4.3.1 Lageplan

Spaltanlagen werden im Feldversuchswesen häufig dann eingesetzt, wenn die Technik es erfordert. Aus technologischen Gründen ist es notwendig, für die Stufen eines Faktors größere Teilstücke vorzusehen. Als Beispiele für solche Faktoren können Bodenbearbeitung oder Beregnung genannt werden.
Die Teilstücksgröße der Stufen beider Faktoren haben folglich unterschiedliche Größe. Die Stufen des Faktors A sind Großteilstücke, die in jedem Block randomisiert angeordnet werden. Innerhalb der Großteilstücke werden die Stufen des Faktors B als Kleinteilstücke zufällig angeordnet. Die Wirkung der beiden Faktoren A und B wird im allgemeinen mit unterschiedlicher Präzision geschätzt. Sie ist für den Faktor A (Stufen als Großteilstücke) kleiner als für den Faktor B (Stufen als Kleinteilstücke).
Die Gesamtanzahl der Teilstücke ist $N = a\,b\,r$, die Anzahl der Prüfglieder $v = a\,b$.
Zu berücksichtigen sind die zwei Fehlerkomponenten Rest a der Großteilstücke und Rest ab der Kleinteilstücke. Das hat zur Folge, daß die für den Test heranzuziehenden Freiheitsgrade kleiner als die des Restes der zweifaktoriellen Blockanlage (AxB)-Bl sind und somit Unterschiede als signifikante Unterschiede wesentlich schwerer erkannt werden können.

Ein möglicher Lageplan für eine zweifaktorielle Spaltanlage (A/B)-Bl mit
$a = 3$
$b = 4$
$r = 4$ ist

Block												
4	A_2B_1	A_2B_3	A_2B_4	A_2B_2	A_3B_2	A_3B_3	A_3B_4	A_3B_1	A_1B_1	A_1B_4	A_1B_3	A_1B_2
3	A_1B_2	A_1B_4	A_1B_3	A_1B_1	A_2B_4	A_2B_1	A_2B_2	A_2B_3	A_3B_2	A_3B_1	A_3B_4	A_3B_3
2	A_3B_4	A_3B_1	A_3B_2	A_3B_3	A_1B_1	A_1B_2	A_1B_3	A_1B_4	A_2B_4	A_2B_2	A_2B_3	A_2B_1
1	A_2B_3	A_2B_2	A_2B_1	A_2B_4	A_3B_1	A_3B_4	A_3B_3	A_3B_2	A_1B_1	A_1B_3	A_1B_4	A_1B_2

Großteilstück für die Stufe A_3

Kleinteilstück für die Stufenkombination aus A_2 und B_3

11.4.3.2 Modell und Varianztabelle

Für die zweifaktorielle Spaltanlage (A/B)-Bl mit a Stufen des Prüffaktors A, b Stufen des Prüffaktors B und r Blocks gilt das lineare, additive Modell mit festen Effekten der Prüffaktoren

$$\underline{y}_{ijk} = \mu + \underline{bl}_k + a_i + \underline{e}_{ik} + b_j + (ab)_{ij} + \underline{e}_{ijk}$$

mit

$\underline{y}_{ijk}$: Einzelwert
μ: Erwartungswert des Versuches
a_i: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A (i = 1, 2, ..., a) [mit $\sum a_i = 0$]
b_j: fester Effekt der j-ten Stufe des Prüffaktors B (j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum b_j = 0$]
$(ab)_{ij}$: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A und der j-ten Stufe des Prüffaktors B (i = 1, 2, ..., a ; j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum\sum (ab)_{ij} = 0 \; \forall i$ und $\sum\sum (ab)_{ij} = 0 \; \forall j$]
$\underline{bl}_k$: zufälliger Effekt des k-ten Blocks (k = 1, 2, ..., r) [$\underline{bl}_k : N(0 \,;\, \sigma^2_{\text{Blocks}})$]
$\underline{e}_{ik}$: Zufallsfehler der Großteilstücke [$\underline{e}_{ik} : N(0 \,;\, \sigma^2_{\text{Rest a}})$]
$\underline{e}_{ijk}$: Zufallsfehler der Kleinteilstücke [$\underline{e}_{ijk} : N(0 \,;\, \sigma^2_{\text{Rest ab}})$].

Das Subtraktionsglied ist für alle zweifaktoriellen Anlagen gleich: $Sgl = \frac{1}{a\,b\,r}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}\right)^2$.

Die Varianztabelle hat folgendes Aussehen:

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	H_0	E(MQ)
Gesamt	a*b*r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$			
Blocks	r - 1	$\frac{1}{ab}\sum_{k=1}^{r} bl_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$			$\sigma^2_{Rest\ ab} + b\sigma^2_{Rest\ a} + ab\sigma^2_{Blocks}$
A	a - 1	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\ a}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\ a}}$	$\sigma^2_{Rest\ ab} + b\sigma^2_{Rest\ a} + br\frac{\sum_{i=1}^{a} a_i^2}{a-1}$
Rest a	(a-1)(r-1)	$\frac{1}{b}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r}\left[(a\,bl)_{ik}\right]^2$ $- Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_A$	$\frac{SQ_{Rest\ a}}{FG_{Rest\ a}}$			$\sigma^2_{Rest\ ab} + b\sigma^2_{Rest\ a}$
B	b - 1	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\ ab}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\ ab}}$	$\sigma^2_{Rest\ ab} + ar\frac{\sum_{j=1}^{b} b_j^2}{b-1}$
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(a\,b)_{ij}\right]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\ ab}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\ ab}}$	$\sigma^2_{Rest\ ab} + \frac{r}{(a-1)(b-1)}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(ab)_{ij}^2$
Rest ab	a(b-1)(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks} - SQ_A - SQ_{Rest\ a} - SQ_B - SQ_{AxB}$	$\frac{SQ_{Rest\ ab}}{FG_{Rest\ ab}}$			$\sigma^2_{Rest\ ab}$

11.4.3.3 Konfidenzintervalle der Mittelwerte

Für die Mittelwerte der Stufen der Faktoren A und B sowie für die Mittelwerte der Kombinationen der Stufen beider Prüffaktoren AB werden die (1-α)-Konfidenzintervalle geschätzt nach

	Konfidenzintervalle der Mittelwerte	mit
A	$\langle \bar{y}_{i..} - t_{gew_A} * s_A\,;\, \bar{y}_{i..} + t_{gew_A} * s_A \rangle$	$s_A = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\ a}\right]}$ $t_{gew_A} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\ a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ a}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\ a}}$
B	$\langle \bar{y}_{.j.} - t_{gew_B} * s_B\,;\, \bar{y}_{.j.} + t_{gew_B} * s_B \rangle$	$s_B = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\ ab}\right]}$ $t_{gew_B} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\ ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ ab}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\ ab}}$
AB	$\langle \bar{y}_{ij.} - t_{gew_{AB}} * s_{AB}; \bar{y}_{ij.} + t_{gew_{AB}} * s_{AB} \rangle$	$s_{AB} = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest a} + a(b-1)MQ_{Rest ab}\right]}$ $t_{gew_{AB}} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ a}} + a(b-1)MQ_{Rest ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ ab}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest a} + a(b-1)MQ_{Rest ab}}$

11.4.3.4 Multiple Mittelwertvergleiche

Die für die verschiedenen Mittelwertvergleiche aufzustellenden Hypothesen entsprechen den für die zweifaktorielle Blockanlage (AxB)-Bl (s. 11.4.1.4):

H_0^A: $\mu_i = \mu_{i'}$ (i, i' = 1, 2, ..., a; i ≠ i')
H_0^B: $\mu_j = \mu_{j'}$ (j, j' = 1, 2, ..., b; j ≠ j')
H_0^{AB}: $\mu_{ij} = \mu_{i'j'}$ (i, i' = 1, 2, ..., a: i ≠ i' ; j, j' = 1, 2, ..., b: j ≠ j')
$H_0^{AB/A}$: $\mu_{ij} = \mu_{ij'}$ (j, j' = 1, 2, ..., b: j ≠ j' ; i fest)
$H_0^{AB/B}$: $\mu_{ij} = \mu_{i'j}$ (i, i' = 1, 2, ..., a: i ≠ i' ; j fest) .

Fragestellungen zu formulierenden Hypothesen zum Vergleich der Mittelwerte und die Berechnung der Grenzdifferenzen entsprechen den für die zweifaktorielle Blockanlage (AxB)-Bl (s. 11.4.1.4).

Für diese zu testenden Hypothesen werden die Grenzdifferenzen $GD_\alpha = \xi_\alpha * s_{\bar{d}}$ in Abhängigkeit von der gewählten multiplen Vergleichsprozedur wie folgt berechnet. Dabei sind ξ_α das Quantil der Verteilung, die der Verteilung der Mittelwertdifferenzen zugrunde gelegt wird, und $s_{\bar{d}}$ die für den entsprechenden Test zutreffende Standardabweichung der Differenzen.

ξ_α multiple Vergleichs-prozedur	A	B	AB/A
multipler t-Test	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ a}}$	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ ab}}$	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ ab}}$
Bonferroni-Fisher-Prozedur	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest\ a}}$ mit $m = a(a-1)/2$	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest\ b}}$ mit $m = b(b-1)/2$	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest\ ab}}$ mit $m = b(b-1)/2$
Tukey-Prozedur	$q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\ a}}/\sqrt{2}$	$q_{1-\alpha;b,FG_{Rest\ ab}}/\sqrt{2}$	$q_{1-\alpha;b,FG_{Rest\ ab}}/\sqrt{2}$
Dunnett-Prozedur, zweiseitig	$\lvert d\rvert_{1-\alpha/2;a-1,FG_{Rest\ a}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha/2;b-1,FG_{Rest\ ab}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha/2;b-1,FG_{Rest\ ab}}$
Dunnett-Prozedur, einseitig	$\lvert d\rvert_{1-\alpha;a-1,FG_{Rest\ a}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha;b-1,FG_{Rest\ ab}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha;b-1,FG_{Rest\ ab}}$

$s_{\bar{d}}$	A	B	AB/A
für alle multiplen Vergleichs-prozeduren	$\sqrt{\frac{2}{br} MQ_{Rest\ a}}$	$\sqrt{\frac{2}{ar} MQ_{Rest\ ab}}$	$\sqrt{\frac{2}{r} MQ_{Rest\ ab}}$

Sowohl für den Vergleich der Mittelwerte AB als auch der AB/B setzt sich $s_{\bar{d}}$ aus mehreren MQ-Werten zusammen: $s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2}{br}\left[(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}\right]}$. Folglich muß für diese Vergleiche ein gewogenes Quantil für ξ_α berechnet werden:

	AB AB/B
multiple Vergleichsprozedur	ξ_α
multipler t-Test	$\dfrac{(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest ab}}} + MQ_{\text{Rest a}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest a}}}}{(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + MQ_{\text{Rest a}}}$
Bonferroni-Fisher-Prozedur	$\dfrac{(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/(2*m);FG_{\text{Rest ab}}} + MQ_{\text{Rest a}} * t_{1-\alpha/(2*m);FG_{\text{Rest a}}}}{(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + MQ_{\text{Rest a}}}$ mit $m = a(a-1)/2$
Tukey-Prozedur	$\dfrac{(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * q_{1-\alpha;a,FG_{\text{Rest ab}}}/\sqrt{2} + MQ_{\text{Rest a}} * q_{1-\alpha;a,FG_{\text{Rest a}}}/\sqrt{2}}{(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + MQ_{\text{Rest a}}}$
Dunnett-Prozedur, zweiseitig	$\dfrac{(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * \lvert d\rvert_{1-\alpha/2;a-1,FG_{\text{Rest ab}}} + MQ_{\text{Rest a}} * \lvert d\rvert_{1-\alpha/2;a-1,FG_{\text{Rest a}}}}{(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + MQ_{\text{Rest a}}}$
Dunnett-Prozedur, einseitig	$\dfrac{(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * \lvert d\rvert_{1-\alpha;a-1,FG_{\text{Rest ab}}} + MQ_{\text{Rest a}} * \lvert d\rvert_{1-\alpha;a-1,FG_{\text{Rest a}}}}{(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + MQ_{\text{Rest a}}}$

11.4.3.5 Beispiel

Das Beispiel 11.4.1.5 war aufgrund der einzusetzenden Großtechnik für die Bodenbearbeitung, den beiden Stufen des Faktors A, keine zweifaktorielle Blockanlage (AxB)-Bl. Der Lageplan wurde für eine zweifaktorielle Spaltanlage (A/B)-Bl randomisiert und so realisiert. Das bedeutet, daß die Daten auch nur dem Modell einer zweifaktoriellen Spaltanlage entsprechend ausgewertet werden können.

Papier und Bleistift

a = 2
b = 5
r = 4

Zu den im Beispiel 11.4.1.5 aufgeführten Summen fehlen noch:

$$Y_{1\bullet 1}=\sum_{j=1}^{b} y_{1j1} = 429{,}3 \quad Y_{1\bullet 2}=\sum_{j=1}^{b} y_{1j2} = 423{,}3 \quad Y_{1\bullet 3}=\sum_{j=1}^{b} y_{1j3} = 434{,}0 \quad Y_{1\bullet 4}=\sum_{j=1}^{b} y_{1j4} = 439{,}4$$

$$Y_{2\bullet 1}=\sum_{j=1}^{b} y_{2j1} = 412{,}6 \quad Y_{2\bullet 2}=\sum_{j=1}^{b} y_{2j2} = 418{,}5 \quad Y_{2\bullet 3}=\sum_{j=1}^{b} y_{2j3} = 420{,}3 \quad Y_{2\bullet 4}=\sum_{j=1}^{b} y_{2j4} = 417{,}4$$

$$SQ_{\text{Gesamt}} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}^2 - Sgl = 288753{,}580 - 288116{,}676 = \qquad 636{,}904$$

$$SQ_{\text{Blocks}} = \tfrac{1}{ab}\sum_{k=1}^{r} bl_k^2 - Sgl = \left(841{,}9^2 + 841{,}8^2 + 854{,}3^2 + 856{,}8^2\right)/(2*5) - 288116{,}676 = \qquad 19{,}082$$

$$SQ_A = \tfrac{1}{br}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl = \left(1726{,}0^2 + 1668{,}8^2\right)/(5*4) - 288116{,}676 = \qquad 81{,}796$$

$$SQ_{\text{Rest a}} = \tfrac{1}{b}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r}\left[(a\,bl)_{ik}\right]^2 - Sgl - SQ_{\text{Blocks}} - SQ_A =$$

$$= \left(429{,}3^2 + 423{,}3^2 + 434{,}0^2 + \bullet\bullet\bullet + 417{,}4^2\right)/5 - 288116{,}676 - 19{,}082 - 81{,}796 = \qquad 15{,}566$$

$$SQ_B = \frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl = \left(667{,}1^2 + 670{,}1^2 + 678{,}1^2 + 696{,}3^2 + 683{,}2^2\right)/(2*4) - 288116{,}676 = \quad 67{,}319$$

$$SQ_{AxB} = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(ab)_{ij}\right]^2 - Sgl - SQ_A - SQ_B$$

$$= \left(335{,}9^2 + 350{,}0^2 + 345{,}2^2 + \dots + 326{,}1^2\right)/4 - 288116{,}676 - 81{,}796 - 67{,}319 = \quad 225{,}314$$

$$SQ_{Rest\ ab} = SQ_{Gesamt} - SQ_A - SQ_{Rest\ a} - SQ_B - SQ_{AxB} - SQ_{Blocks}$$

$$= 636{,}904 - 81{,}796 - 15{,}566 - 67{,}319 - 225{,}314 - 19{,}082 = \quad 227{,}827$$

$FG_{Gesamt} = a*b*r - 1$	$= 39$	MQ_{Gesamt}	$= SQ_{Gesamt}/FG_{Gesamt}$	$= 636{,}904/39$	$= 16{,}3309$
$FG_{Blocks} = r - 1$	$= 3$	MQ_{Blocks}	$= SQ_{Blocks}/FG_{Blocks}$	$= 19{,}082/3$	$= 6{,}3607$
$FG_A = a - 1$	$= 1$	MQ_A	$= SQ_A/FG_A$	$= 81{,}796/1$	$= 81{,}7960$
$FG_{Rest\ a} = (a-1)(r-1)$	$= 3$	$MQ_{Rest\ a}$	$= SQ_{Rest\ a}/FG_{Rest\ a}$	$= 15{,}566/3$	$= 5{,}1887$
$FG_B = b - 1$	$= 4$	MQ_B	$= SQ_B/FG_B$	$= 67{,}319/4$	$= 16{,}8298$
$FG_{AxB} = (a-1)(b-1)$	$= 4$	MQ_{AxB}	$= SQ_{AxB}/FG_{AxB}$	$= 225{,}314/4$	$= 56{,}3285$
$FG_{Rest\ ab} = a(b-1)(r-1)$	$= 24$	$MQ_{Rest\ ab}$	$= SQ_{Rest\ ab}/FG_{Rest\ ab}$	$= 227{,}827/24$	$= 9{,}4928$

Die (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte lauten:

A-Mittelwerte

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\ a}\right]} = \sqrt{\frac{1}{2*5*4}\left[6{,}3607 + (2-1)5{,}1887\right]} = 0{,}537$$

$$t_{gew_A} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\ a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ a}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\ a}} = \frac{6{,}3607*3{,}18245 + (2-1)5{,}1887*3.18245}{6{,}3607 + (2-1)5{,}1887}$$

$$= 3{,}182$$

Mittelwert		$\langle \bar{y}_{i\bullet\bullet} - t_{gew_A} * s_A$	$; \bar{y}_{i\bullet\bullet} + t_{gew_A} * s_A \rangle$
$Y_{1\bullet\bullet}$ / (b*r) = 1726,0/20 =	86,30	84,591	88,009
$Y_{2\bullet\bullet}$ / (b*r) = 1668,8/20 =	83,44	81,731	85,149

B-Mittelwerte

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\ ab}\right]} = \sqrt{\frac{1}{2*5*4}\left[6{,}3607 + (5-1)9{,}4928\right]} = 1{,}053$$

$$t_{gew_B} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\ ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ ab}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\ ab}} = \frac{6{,}3607*3{,}18245 + (5-1)9{,}4928*2.0639}{6{,}3607 + (5-1)9{,}4928}$$

$$= 2{,}224$$

Mittelwert		$\langle \bar{y}_{\bullet j\bullet} - t_{gew_B} * s_B$	$; \bar{y}_{\bullet j\bullet} + t_{gew_B} * s_B \rangle$
$Y_{\bullet 1\bullet}$ / (a*r) = 667,1/8 =	83,388	81,046	85,730
$Y_{\bullet 2\bullet}$ / (a*r) = 670,1/8 =	83,763	81,421	86,105
$Y_{\bullet 3\bullet}$ / (a*r) = 678,1/8 =	84,763	82,421	87,105
$Y_{\bullet 4\bullet}$ / (a*r) = 696,3/8 =	87,038	84,696	89,380
$Y_{\bullet 5\bullet}$ / (a*r) = 683,2/8 =	85,400	83,058	87,742

AB-Mittelwerte

$$s_{AB} = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\ a} + a(b-1)MQ_{Rest\ ab}\right]} = \sqrt{\frac{1}{2*5*4}[6,3607+(2-1)5,4887+2(5-1)9,4928]}$$

$$= 1,477$$

$$t_{gew_{AB}} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\ a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ a}} + a(b-1)MQ_{Rest\ ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ ab}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\ a} + a(b-1)MQ_{Rest\ ab}}$$

$$= \frac{6,3607*3,18245+(2-1)5,1887*3,18245+2(5-1)9,4928*2,0639}{6,3607+(2-1)5,1887+2(5-1)9,4928} = 2,212$$

Mittelwert		$\langle \bar{y}_{ij\bullet} - t_{gew_{AB}} * s_{AB}; \bar{y}_{ij\bullet} + t_{gew_{AB}} * s_{AB} \rangle$	
$Y_{11\bullet} / r = 335,9/4 =$	83,975	80,708	87,242
$Y_{12\bullet} / r = 350,0/4 =$	87,500	84,233	90,767
$Y_{13\bullet} / r = 345,2/4 =$	86,300	83,033	89,567
$Y_{14\bullet} / r = 337,8/4 =$	84,450	81,183	87,717
$Y_{15\bullet} / r = 357,1/4 =$	89,275	86,008	92,542
$Y_{21\bullet} / r = 331,2/4 =$	82,800	79,533	86,067
$Y_{22\bullet} / r = 320,1/4 =$	80,025	76,758	83,292
$Y_{23\bullet} / r = 332,9/4 =$	83,225	79,958	86,492
$Y_{24\bullet} / r = 358,5/4 =$	89,625	86,358	92,892
$Y_{25\bullet} / r = 326,1/4 =$	81,525	78,258	84,792

Für die Zusammenstellung der Varianztabelle sind noch die F-Werte zu berechnen:

$$F_A = \frac{MQ_A}{MQ_{Rest\ a}} = \frac{81,7960}{5,1887} = 15,764$$

$$F_B = \frac{MQ_B}{MQ_{Rest\ ab}} = \frac{16,8298}{9,4928} = 1,773$$

$$F_{AxB} = \frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\ ab}} = \frac{56,3285}{9,4928} = 5,934$$

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F	F_α	Test
Gesamt	39	636,904				
Blocks	3	19,082	6,3607			
A	1	81,796	81,7960	15,764	10,128	signifikant
Rest a	3	15,566	5,1887			
B	4	67,319	16,8298	1,773	2,776	
A x B	4	225,314	56,3285	5,934	2,776	signifikant
Rest ab	24	227,827	9,4928			

Es sind die Mittelwerte noch mit Hilfe der Tukey-Prozedur miteinander zu vergleichen. Aufgrund der signifikanten Wechselwirkung A x B können auch in diesem Fall sowohl die A-Mittelwerte (Bodenbearbeitung) als auch die B-Mittelwerte (Herbizid) nur über die AB-Mittelwerte getestet werden.

Vergleich der A-Mittelwerte

Die Mittelwerte der Stufen des Faktors A werden getestet, indem die AB-Mittelwerte auf gleicher B-Stufe miteinander verglichen werden. Die Grenzdifferenz des Tukey-Testes heißt dann (s. o.)

$$HSD_{\alpha}^{AB/B} = \frac{(b-1)MQ_{Rest\ ab} * q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\ ab}}/\sqrt{2} + MQ_{Rest\ a} * q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\ a}}/\sqrt{2}}{(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}} * \sqrt{\frac{2}{br}\left[(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}\right]}$$

$$= \frac{(b-1)MQ_{Rest\ ab} * q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\ ab}} + MQ_{Rest\ a} * q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\ a}}}{(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}} * \sqrt{\frac{1}{br}\left[(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}\right]} \quad .$$

Mit $b = 5$

$r = 4$

$MQ_{Rest\ a} = 5,1887$

$MQ_{Rest\ ab} = 9,4928$

$q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\ a}} = q_{1-\alpha;2,3} = 4,501$ (Teil 2, S. 57, Tab. 8.6)

$q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\ ab}} = q_{1-\alpha;2,24} = 2,919$

ergibt sich

$$HSD_{\alpha}^{AB/B} = \frac{(b-1)MQ_{Rest\ ab} * q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\ ab}} + MQ_{Rest\ a} * q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\ a}}}{(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}} * \sqrt{\frac{1}{br}\left[(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}\right]}$$

$$= \frac{4 * 9,4928 * 2,919 + 5,1887 * 4,501}{4 * 9,4928 + 5,1887} * \sqrt{\frac{1}{5*4}\left[4 * 9,4928 + 5,1887\right]} \quad = 4,567.$$

Auf gleicher B-Stufe sind nur jeweils 2 Mittelwerte miteinander zu vergleichen:

B-Stufe	$\bar{y}_{ij}$	$\bar{y}_{i'j}$	$\bar{y}_{ij} - \bar{y}_{i'j}$	Test
1	83,975	82,800	1,175	-
2	87,500	80,025	7,475	signifikant
3	86,300	83,225	3,075	-
4	84,450	89,625	-5,175	signifikant
5	89,275	81,525	7,750	signifikant

Es zeigt sich genau wie bei der Blockanlage (AxB)-Bl, daß zwischen der Bodenbearbeitung (Stufen des Faktors A) nur auf B_2, B_4 und B_5 signifikante Unterschiede bestehen.

Vergleich der B-Mittelwerte

Aufgrund der signifikanten Wechselwirkung kann der Vergleich der B-Mittelwerte nur durch Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A vorgenommen werden. Die Grenzdifferenz des Tukey-Testes ist

$$HSD_{\alpha}^{AB/A} = \frac{q_{1-\alpha;b,FG_{Rest\ ab}}}{\sqrt{2}} * \sqrt{\frac{2}{r} MQ_{Rest\ ab}} = q_{1-\alpha;b,FG_{Rest\ ab}} * \sqrt{\frac{1}{r} MQ_{Rest\ ab}} \quad .$$

Mit $q_{1-\alpha;b,FG_{Rest\ ab}} = q_{1-\alpha;5,24} = 4,166$ ist die Grenzdifferenz $HSD_{\alpha}^{AB/A} = 4,166 * \sqrt{\frac{9,4928}{4}} = 6,418$.

Für die Darstellung der Signifikanzen mit Hilfe der Verbindungslinien müssen die AB-Mittelwerte innerhalb jeder A-Stufe der Größe nach geordnet werden:

AB	11	14	13	12	15	22	25	21	23	24
$\bar{y}_{ij}$	83,975	84,450	86,300	87,500	89,275	80,025	81,525	82,800	83,225	89,625

A_2B_4 ist zu A_2B_2, A_2B_5 und A_2B_1 signifikant.

Vergleich der AB-Mittelwerte

Die für den Vergleich der AB-Mittelwerte heranziehende Grenzdifferenz des Tukey-Testes HSD_α^{AB} gleich bis auf die q-Werte der $HSD_\alpha^{AB/B}$-Grenzdifferenz.

$$HSD_\alpha^{AB} = \frac{(b-1)MQ_{Rest\ ab} * q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\ ab}} /\sqrt{2} + MQ_{Rest\ a} * q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\ a}} /\sqrt{2}}{(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}} * \sqrt{\frac{2}{br}\left[(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}\right]}$$

$$= \frac{(b-1)MQ_{Rest\ ab} * q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\ ab}} + MQ_{Rest\ a} * q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\ a}}}{(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}} * \sqrt{\frac{1}{br}\left[(b-1)MQ_{Rest\ ab} + MQ_{Rest\ a}\right]} \quad .$$

Mit
$b = 5$
$r = 4$
$MQ_{Rest\ a} = 5,1887$
$MQ_{Rest\ ab} = 9,4928$
$q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\ a}} = q_{1-\alpha;10,3} = 9,462$
$q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\ ab}} = q_{1-\alpha;10,24} = 4,915$ (Teil 2, S. 57, Tab. 8.6)

ergibt sich

$$HSD_\alpha^{AB/B} = \frac{4 * 9,4928 * 4,915 + 5,1887 * 9,462}{4 * 9,4928 + 5,1887} * \sqrt{\frac{1}{5 * 4}\left[4 * 9,4928 + 5,1887\right]} = 8,023 \ .$$

Die signifikanten Unterschiede wieder mit der Methode der Verbindungslinien dargestellt führt zu folgendem Bild.

AB	22	25	21	23	11	14	13	12	15	24
$\bar{y}_{ij}$	80,025	81,525	82,800	83,225	83,975	84,450	86,300	87,500	89,275	89,625

SAS

Um zur Varianztabelle zu kommen, wird in der `model`-Anweisung als Term für den Rest a `a*block` eingefügt. Es ist festzuhalten, daß dieser neue Term wie auch der Blockeffekt zufällig sind. Es ist günstig, PROC MIXED zu verwenden.

```
data bsp11435;
  infile "DATEN.DAT";
  input a b block ertrag;
```

Daten aus dem Beispiel 11.4.1.5

```
proc mixed data=bsp11435 nobound;
  class a b block;
  model ertrag = a b a*b / ddfm=satterthwaite;
  random block a*block ;
  lsmeans a*b / pdiff adjust=tukey;
run;
```

da AxB signifikant, nur Vergleich der AxB-Mittelwerte

```
                       The MIXED Procedure
                     Class Level Information
                   Class     Levels  Values

                   A              2  1 2
                   B              5  1 2 3 4 5
                   BLOCK          4  1 2 3 4

                REML Estimation Iteration History

        Iteration  Evaluations     Objective     Criterion

                0            1  108.93169734
                1            1  108.36555920    0.00000000

Convergence criteria met.

              Covariance Parameter Estimates (REML)

              Cov Parm        Estimate

              BLOCK         0.11720000
              A*BLOCK      -0.86082500
              Residual      9.49279167

              Model Fitting Information for ERTRAG

            Description                          Value

            Observations                       40.0000
            Res Log Likelihood                -81.7509
            Akaike's Information Criterion    -84.7509
            Schwarz's Bayesian Criterion      -86.8527
            -2 Res Log Likelihood             163.5019
            Null Model LRT Chi-Square           0.5661
            Null Model LRT DF                   2.0000
            Null Model LRT P-Value              0.7535

                     Tests of Fixed Effects
            Source       NDF   DDF  Type III F  Pr > F

            A              1     3       15.76  0.0286           s
            B              4    24        1.77  0.1672
            A*B            4    24        5.93  0.0018           s

                      Least Squares Means

    Effect    A  B         LSMEAN      Std Error     DF         t   Pr > |t|

    A*B       1  1    83.97500000     1.47894951   29.1     56.78     0.0001
    A*B       1  2    87.50000000     1.47894951   29.1     59.16     0.0001
    A*B       1  3    86.30000000     1.47894951   29.1     58.35     0.0001
    A*B       1  4    84.45000000     1.47894951   29.1     57.10     0.0001
    A*B       1  5    89.27500000     1.47894951   29.1     60.36     0.0001
    A*B       2  1    82.80000000     1.47894951   29.1     55.99     0.0001
    A*B       2  2    80.02500000     1.47894951   29.1     54.11     0.0001
    A*B       2  3    83.22500000     1.47894951   29.1     56.27     0.0001
    A*B       2  4    89.62500000     1.47894951   29.1     60.60     0.0001
    A*B       2  5    81.52500000     1.47894951   29.1     55.12     0.0001

                 Differences of Least Squares Means

Effect A B  _A _B  Difference    Std Error   DF      t Pr > |t| Adjustment    Adj P

A*B    1 1   1  2  -3.52500000  2.17862246  24 -1.62    0.1187 Tukey-Kramer 0.8270
A*B    1 1   1  3  -2.32500000  2.17862246  24 -1.07    0.2965 Tukey-Kramer 0.9836
A*B    1 1   1  4  -0.47500000  2.17862246  24 -0.22    0.8293 Tukey-Kramer 1.0000
A*B    1 1   1  5  -5.30000000  2.17862246  24 -2.43    0.0228 Tukey-Kramer 0.3508
A*B    1 1   2  1   1.17500000  2.07749448  27  0.57    0.5764 Tukey-Kramer 0.9999
A*B    1 1   2  2   3.95000000  2.07749448  27  1.90    0.0680 Tukey-Kramer 0.6683
A*B    1 1   2  3   0.75000000  2.07749448  27  0.36    0.7209 Tukey-Kramer 1.0000
A*B    1 1   2  4  -5.65000000  2.07749448  27 -2.72    0.0113 Tukey-Kramer 0.2210
A*B    1 1   2  5   2.45000000  2.07749448  27  1.18    0.2486 Tukey-Kramer 0.9688
A*B    1 2   1  3   1.20000000  2.17862246  24  0.55    0.5869 Tukey-Kramer 0.9999
A*B    1 2   1  4   3.05000000  2.17862246  24  1.40    0.1743 Tukey-Kramer 0.9156
A*B    1 2   1  5  -1.77500000  2.17862246  24 -0.81    0.4232 Tukey-Kramer 0.9976
```

A*B	1	2	2	1	4.70000000	2.07749448	27	2.26	0.0319	Tukey-Kramer	0.4456
A*B	1	2	2	2	7.47500000	2.07749448	27	3.60	0.0013	Tukey-Kramer	0.0383
A*B	1	2	2	3	4.27500000	2.07749448	27	2.06	0.0494	Tukey-Kramer	0.5707
A*B	1	2	2	4	-2.12500000	2.07749448	27	-1.02	0.3155	Tukey-Kramer	0.9877
A*B	1	2	2	5	5.97500000	2.07749448	27	2.88	0.0078	Tukey-Kramer	0.1671
A*B	1	3	1	4	1.85000000	2.17862246	24	0.85	0.4042	Tukey-Kramer	0.9967
A*B	1	3	1	5	-2.97500000	2.17862246	24	-1.37	0.1847	Tukey-Kramer	0.9263
A*B	1	3	2	1	3.50000000	2.07749448	27	1.68	0.1036	Tukey-Kramer	0.7932
A*B	1	3	2	2	6.27500000	2.07749448	27	3.02	0.0055	Tukey-Kramer	0.1273
A*B	1	3	2	3	3.07500000	2.07749448	27	1.48	0.1504	Tukey-Kramer	0.8871
A*B	1	3	2	4	-3.32500000	2.07749448	27	-1.60	0.1211	Tukey-Kramer	0.8353
A*B	1	3	2	5	4.77500000	2.07749448	27	2.30	0.0295	Tukey-Kramer	0.4246
A*B	1	4	1	5	-4.82500000	2.17862246	24	-2.21	0.0365	Tukey-Kramer	0.4739
A*B	1	4	2	1	1.65000000	2.07749448	27	0.79	0.4340	Tukey-Kramer	0.9980
A*B	1	4	2	2	4.42500000	2.07749448	27	2.13	0.0424	Tukey-Kramer	0.5257
A*B	1	4	2	3	1.22500000	2.07749448	27	0.59	0.5603	Tukey-Kramer	0.9998
A*B	1	4	2	4	-5.17500000	2.07749448	27	-2.49	0.0192	Tukey-Kramer	0.3212
A*B	1	4	2	5	2.92500000	2.07749448	27	1.41	0.1706	Tukey-Kramer	0.9130
A*B	1	5	2	1	6.47500000	2.07749448	27	3.12	0.0043	Tukey-Kramer	0.1054
A*B	1	5	2	2	9.25000000	2.07749448	27	4.45	0.0001	Tukey-Kramer	0.0053
A*B	1	5	2	3	6.05000000	2.07749448	27	2.91	0.0071	Tukey-Kramer	0.1563
A*B	1	5	2	4	-0.35000000	2.07749448	27	-0.17	0.8675	Tukey-Kramer	1.0000
A*B	1	5	2	5	7.75000000	2.07749448	27	3.73	0.0009	Tukey-Kramer	0.0285
A*B	2	1	2	2	2.77500000	2.17862246	24	1.27	0.2150	Tukey-Kramer	0.9503
A*B	2	1	2	3	-0.42500000	2.17862246	24	-0.20	0.8470	Tukey-Kramer	1.0000
A*B	2	1	2	4	-6.82500000	2.17862246	24	-3.13	0.0045	Tukey-Kramer	0.1021
A*B	2	1	2	5	1.27500000	2.17862246	24	0.59	0.5639	Tukey-Kramer	0.9998
A*B	2	2	2	3	-3.20000000	2.17862246	24	-1.47	0.1549	Tukey-Kramer	0.8915
A*B	2	2	2	4	-9.60000000	2.17862246	24	-4.41	0.0002	Tukey-Kramer	0.0059
A*B	2	2	2	5	-1.50000000	2.17862246	24	-0.69	0.4977	Tukey-Kramer	0.9993
A*B	2	3	2	4	-6.40000000	2.17862246	24	-2.94	0.0072	Tukey-Kramer	0.1490
A*B	2	3	2	5	1.70000000	2.17862246	24	0.78	0.4428	Tukey-Kramer	0.9983
A*B	2	4	2	5	8.10000000	2.17862246	24	3.72	0.0011	Tukey-Kramer	0.0293

Auffällt, daß der Standardfehler (`Std Error`) und die Freiheitsgrade (`DF`) für einzelne Vergleiche verschieden sind. Für den Vergleich der AB-Mittelwerte allgemein und den Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B zur Einschätzung der mittleren A-Wirkung gilt (s. o.) :

$s_{\bar{d}}^{AB\,|\,AB/B} = \sqrt{\frac{2}{br}\left[(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + MQ_{\text{Rest a}}\right]}$. Mit b = 5, r = 4, $MQ_{\text{Rest ab}}$ = 9,4928 und $MQ_{\text{Rest a}}$ = 5,1887 :

$$s_{\bar{d}}^{AB\,|\,AB/B} = \sqrt{\frac{2}{5*4}\left[4*9{,}4928 + 5{,}1887\right]} = 2{,}0775.$$

Der Standardfehler der Differenzen der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A (Einschätzung der mittleren B-Wirkung) wird berechnet mit $s_{\bar{d}}^{AB/A} = \sqrt{\frac{2}{r}MQ_{\text{Rest ab}}} = \sqrt{\frac{2}{4}9{,}4928} = 2{,}1786$.

Die Freiheitsgrade sind die gewichteten Freiheitsgrade (s. S. 32 f):

$$FG^{AB\,|\,AB/B} = \frac{\left((b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + MQ_{\text{Rest a}}\right)^2}{\frac{(b-1)^2 MQ^2_{\text{Rest ab}}}{FG_{\text{Rest ab}}} + \frac{MQ^2_{\text{Rest a}}}{FG_{\text{Rest a}}}} = \frac{(4*9{,}4928+5{,}1887)^2}{\frac{4^2*9{,}4928^2}{24}+\frac{5{,}1887^2}{3}} = 26{,}977 \qquad FG^{AB/A} = FG_{\text{Rest ab}} = 24$$

An einem Beispiel, dem Vergleich der A_2B_4 - und A_2B_5 –Mittelwerte, der letzten Zeile im obigen Output, sollen die Überschreitungswahrscheinlichkeiten nachgerechnet werden:

```
data q;
  diff = 8.1;  s_d = 2.1786;
  q = diff * sqrt(2)/s_d;
  prob1 = 1-probmc("RANGE",q,.,24,10);
  prob2 = 1-probmc("RANGE",q,.,24,5);
proc print noobs; run;
```

DIFF	S_D	Q	PROB1	PROB2
8.1	2.1786	5.25802	0.029326	0086009

Es wird (leider) die Anzahl aller AB-Vergleiche ab und nicht b für AB-Mittelwerte auf gleicher A-Stufe heran gezogen. (!)

Um nun die richtigen Vergleiche zu realisieren, kann folgendes Programm helfen:

```
data p;
  input a1 b1 a2 b2 diff s_d fg p;
  v = 10;                                Vergleich der AB-Mittelwerte allgemein
  if a1 = a2 then v = 5;                 Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A
  if b1 = b2 then v = 2;                 Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B
  q = abs(diff) * sqrt(2)/s_d;
  prob = 1-probmc("RANGE",q,.,fg,v);
  if prob = missing then prob = 1;
  test = ' ';
  if prob < 0.05 then test = "s";
lines;
1 1  1  2   -3.52500000  2.17862246  24 0.8270
1 1  1  3   -2.32500000  2.17862246  24 0.9836
1 1  1  4   -0.47500000  2.17862246  24 1.0000
1 1  1  5   -5.30000000  2.17862246  24 0.3508
1 1  2  1    1.17500000  2.07749448  27 0.9999
1 1  2  2    3.95000000  2.07749448  27 0.6683
1 1  2  3    0.75000000  2.07749448  27 1.0000
1 1  2  4   -5.65000000  2.07749448  27 0.2210
1 1  2  5    2.45000000  2.07749448  27 0.9688
1 2  1  3    1.20000000  2.17862246  24 0.9999
1 2  1  4    3.05000000  2.17862246  24 0.9156
1 2  1  5   -1.77500000  2.17862246  24 0.9976
1 2  2  1    4.70000000  2.07749448  27 0.4456
1 2  2  2    7.47500000  2.07749448  27 0.0383
1 2  2  3    4.27500000  2.07749448  27 0.5707
1 2  2  4   -2.12500000  2.07749448  27 0.9877
1 2  2  5    5.97500000  2.07749448  27 0.1671
1 3  1  4    1.85000000  2.17862246  24 0.9967
1 3  1  5   -2.97500000  2.17862246  24 0.9263
1 3  2  1    3.50000000  2.07749448  27 0.7932
1 3  2  2    6.27500000  2.07749448  27 0.1273
1 3  2  3    3.07500000  2.07749448  27 0.8871
1 3  2  4   -3.32500000  2.07749448  27 0.8353
1 3  2  5    4.77500000  2.07749448  27 0.4246
1 4  1  5   -4.82500000  2.17862246  24 0.4739
1 4  2  1    1.65000000  2.07749448  27 0.9980
1 4  2  2    4.42500000  2.07749448  27 0.5257
1 4  2  3    1.22500000  2.07749448  27 0.9998
1 4  2  4   -5.17500000  2.07749448  27 0.3212
1 4  2  5    2.92500000  2.07749448  27 0.9130
1 5  2  1    6.47500000  2.07749448  27 0.1054
1 5  2  2    9.25000000  2.07749448  27 0.0053
1 5  2  3    6.05000000  2.07749448  27 0.1563
1 5  2  4   -0.35000000  2.07749448  27 1.0000
1 5  2  5    7.75000000  2.07749448  27 0.0285
2 1  2  2    2.77500000  2.17862246  24 0.9503
2 1  2  3   -0.42500000  2.17862246  24 1.0000
2 1  2  4   -6.82500000  2.17862246  24 0.1021
2 1  2  5    1.27500000  2.17862246  24 0.9998
2 2  2  3   -3.20000000  2.17862246  24 0.8915
2 2  2  4   -9.60000000  2.17862246  24 0.0059
2 2  2  5   -1.50000000  2.17862246  24 0.9993
2 3  2  4   -6.40000000  2.17862246  24 0.1490
2 3  2  5    1.70000000  2.17862246  24 0.9983
2 4  2  5    8.10000000  2.17862246  24 0.0293
;
proc print noobs;
  var A1 B1 A2 B2 DIFF P PROB TEST;
run;
```

A1	B1	A2	B2	DIFF	P	PROB	TEST
1	1	1	2	-3.525	0.8270	0.50083	
1	1	1	3	-2.325	0.9836	0.82121	
1	1	1	4	-0.475	1.0000	0.99946	
1	1	1	5	-5.300	0.3508	0.14084	
1	1	2	1	1.175	0.9999	0.57635	
1	1	2	2	3.950	0.6683	0.66824	
1	1	2	3	0.750	1.0000	1.00000	
1	1	2	4	-5.650	0.2210	0.21551	
1	1	2	5	2.450	0.9688	0.96953	
1	2	1	3	1.200	0.9999	0.98079	
1	2	1	4	3.050	0.9156	0.63355	
1	2	1	5	-1.775	0.9976	0.92351	
1	2	2	1	4.700	0.4456	0.44253	
1	2	2	2	7.475	0.0383	0.00127	s
1	2	2	3	4.275	0.5707	0.56943	
1	2	2	4	-2.125	0.9877	0.98803	
1	2	2	5	5.975	0.1671	0.16155	
1	3	1	4	1.850	0.9967	0.91228	
1	3	1	5	-2.975	0.9263	0.65446	
1	3	2	1	3.500	0.7932	0.79424	
1	3	2	2	6.275	0.1273	0.12185	
1	3	2	3	3.075	0.8871	0.15041	
1	3	2	4	-3.325	0.8353	0.83660	
1	3	2	5	4.775	0.4246	0.42124	
1	4	1	5	-4.825	0.4739	0.20840	
1	4	2	1	1.650	0.9980	0.99809	
1	4	2	2	4.425	0.5257	0.52378	
1	4	2	3	1.225	0.9998	0.99982	
1	4	2	4	-5.175	0.3212	0.01918	s
1	4	2	5	2.925	0.9130	0.91421	
1	5	2	1	6.475	0.1054	0.10019	
1	5	2	2	9.250	0.0053	0.00437	s
1	5	2	3	6.050	0.1563	0.15075	
1	5	2	4	-0.350	1.0000	1.00000	
1	5	2	5	7.750	0.0285	0.00090	s
2	1	2	2	2.775	0.9503	0.70916	
2	1	2	3	-0.425	1.0000	0.99965	
2	1	2	4	-6.825	0.1021	0.03326	s
2	1	2	5	1.275	0.9998	0.97601	
2	2	2	3	-3.200	0.8915	0.59143	
2	2	2	4	-9.600	0.0059	0.00161	s
2	2	2	5	-1.500	0.9993	0.95706	
2	3	2	4	-6.400	0.1490	0.05091	
2	3	2	5	1.700	0.9983	0.93385	
2	4	2	5	8.100	0.0293	0.00860	s

Auf gleicher B-Stufe (jeweils B_2, B_4 und B_5) unterscheiden sich die mittlere Wirkungen A_1 und A_2. Auf gleicher A-Stufe (nur A_2) unterscheiden sich die mittlere Wirkungen B_1 und B_4, B_2 und B_4 sowie B_4 und B_5.

Auch die Unterschiede in den Überschreitungswahrscheinlichkeiten P mit 10 zu vergleichenden Mittelwerten und PROB je nach Zielstellung mit 5, 2 oder 10 zu vergleichenden Mittelwerten.

11.4.4 Zweifaktorielle Streifenanlage (A+B)-Bl

11.4.4.1 Lageplan

Vor allem der Einsatz praxisüblicher Technik bedingt, daß im Feldversuchswesen Streifenanlagen genutzt werden. Bei einer zweifaktoriellen Spaltanlage (A+B)-Bl ist jeder Block in a (Anzahl der Stufen des Faktors A) Zeilen und b (Anzahl der Stufen des Faktors B) Spalten unterteilt, wobei die Anordnung der Stufen der Faktoren unabhängig voneinander zufällig erfolgt. Somit wird diese Anlage durch das Überkreuzlegen zweier einfaktorieller Blockanlagen A-Bl und B-Bl gebildet. Demnach gibt es sowohl Großteilstücke der Stufen des Faktors A als auch Großteilstücke der Stufen des Faktors B. In einem solchen Großteilstück sind die Stufen des anderen Faktors als Kleinteilstücke zufällig angeordnet.
Die Gesamtanzahl der Teilstücke ist N = a b r, die Anzahl der Prüfglieder v = a b .
Zu berücksichtigen sind die zwei Fehlerkomponenten Rest a und Rest b der Großteilstücke und Rest ab der Kleinteilstücke.
Der Nachteil liegt in den für die entsprechenden Tests im Vergleich zur Blockanlage geringeren Freiheitsgraden und damit der geringeren Chance signifikante Unterschiede aufzuzeigen.

Ein möglicher Lageplan für eine zweifaktorielle Streifenanlage (A+B)-Bl mit
a = 4
b = 3
r = 4 ist

Block 1

A_4B_3	A_4B_1	A_4B_2
A_3B_3	A_3B_1	A_3B_2
A_2B_3	A_2B_1	A_2B_2
A_1B_3	A_1B_1	A_1B_2

Block 2

A_3B_1	A_3B_2	A_3B_3
A_1B_1	A_1B_2	A_1B_3
A_4B_1	A_4B_2	A_4B_3
A_2B_1	A_2B_2	A_2B_3

Großteilstück für die Stufe B_3

Block 3

A_2B_2	A_2B_3	A_2B_1
A_4B_2	A_4B_3	A_4B_1
A_1B_2	A_1B_3	A_1B_1
A_3B_2	A_3B_3	A_3B_1

Block 4

A_1B_1	A_1B_3	A_1B_2
A_4B_1	A_4B_3	A_4B_2
A_3B_1	A_3B_3	A_3B_2
A_2B_1	A_2B_3	A_2B_2

Großteilstück für die Stufe A_1

Kleinteilstück A_2B_2

11.4.4.2 Modell und Varianztabelle

Für die zweifaktorielle Streifenanlage (A+B)-Bl mit a Stufen des Prüffaktors A, b Stufen des Prüffaktors B und r Blocks gilt das lineare, additive Modell mit festen Effekten

$$\underline{y}_{ijk} = \mu + \underline{bl}_k + a_i + \underline{e}_{ik} + b_j + \underline{e}_{jk} + (ab)_{ij} + \underline{e}_{ijk}$$

mit

$\underline{y}_{ijk}$: Einzelwert
μ: Erwartungswert des Versuches
a_i: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A (i = 1, 2, ..., a) [mit $\sum a_i = 0$]
b_j: fester Effekt der j-ten Stufe des Prüffaktors B (j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum b_j = 0$]
$(ab)_{ij}$: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A und der j-ten Stufe des Prüffaktors B (i = 1, 2, ..., a ; j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum\sum (ab)_{ij} = 0 \; \forall i$ und $\sum\sum (ab)_{ij} = 0 \; \forall j$]
$\underline{bl}_k$: zufälliger Effekt des k-ten Blocks (k = 1, 2, ..., r) [$\underline{bl}_k : N(0 ; \sigma^2_{\text{Blocks}})$]
$\underline{e}_{ik}$: Zufallsfehler des Großteilstückes A_i [$\underline{e}_{ik} : N(0 ; \sigma^2_{\text{Rest a}})$]
$\underline{e}_{jk}$: Zufallsfehler des Großteilstückes B_j [$\underline{e}_{jk} : N(0 ; \sigma^2_{\text{Rest b}})$]
$\underline{e}_{ijk}$: Zufallsfehler der Kleinteilstücke [$\underline{e}_{ijk} : N(0 ; \sigma^2_{\text{Rest ab}})$].

Die Varianztabelle lautet:

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F	H_0	E(MQ)
Gesamt	a*b*r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$			
Blocks	r - 1	$\frac{1}{ab}\sum_{k=1}^{r} bl_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$			$\sigma^2_{Rest\ ab}+b\sigma^2_{Rest\ a}+a\sigma^2_{Rest\ b}+ab\sigma^2_{Blocks}$
A	a - 1	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\ a}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\ a}}$	$\sigma^2_{Rest\ ab}+b\sigma^2_{Rest\ a}+br\frac{\sum_{i=1}^{a} a_i^2}{a-1}$
Rest a	(a-1)(r-1)	$\frac{1}{b}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r}\left[(a\ bl)_{ik}\right]^2 - Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_A$	$\frac{SQ_{Rest\ a}}{FG_{Rest\ a}}$			$\sigma^2_{Rest\ ab}+b\sigma^2_{Rest\ a}$
B	b - 1	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\ b}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\ b}}$	$\sigma^2_{Rest\ ab}+a\sigma^2_{Rest\ b}+ar\frac{\sum_{j=1}^{b} b_j^2}{b-1}$
Rest b	(b-1)(r-1)	$\frac{1}{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left[(b\ bl)_{jk}\right]^2 - Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_B$	$\frac{SQ_{Rest\ b}}{FG_{Rest\ b}}$			$\sigma^2_{Rest\ ab}+a\sigma^2_{Rest\ b}$
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(a\ b)_{ij}\right]^2 - Sgl - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\ ab}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\ ab}}$	$\sigma^2_{Rest\ ab} + \frac{r}{(a-1)(b-1)}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(ab)_{ij}^2$
Rest ab	(a-1)(b-1) *(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks} - SQ_A - SQ_{Rest\ a} - SQ_B - SQ_{Rest\ b} - SQ_{AxB}$	$\frac{SQ_{Rest\ ab}}{FG_{Rest\ b}}$			$\sigma^2_{Rest\ ab}$

11.4.4.3 Konfidenzintervalle der Mittelwerte

Für alle Mittelwerte werden die (1-α)-Konfidenzintervalle geschätzt nach

	Konfidenzintervalle der Mittelwerte	mit
A	$\langle \bar{y}_{i\bullet\bullet} - t_{gew_A} * s_A\ ;\ \bar{y}_{i\bullet\bullet} + t_{gew_A} * s_A \rangle$	$s_A = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\ a}\right]}$ $t_{gew_A} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\ a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ a}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\ a}}$
B	$\langle \bar{y}_{\bullet j\bullet} - t_{gew_B} * s_B\ ;\ \bar{y}_{\bullet j\bullet} + t_{gew_B} * s_B \rangle$	$s_B = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\ b}\right]}$ $t_{gew_B} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\ b} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ b}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\ b}}$
AB	$\langle \bar{y}_{ij\bullet} - t_{gew_{AB}} * s_{AB} ; \bar{y}_{ij\bullet} + t_{gew_{AB}} * s_{AB} \rangle$	$s_{AB} =$ $\sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\ a} + (b-1)MQ_{Rest\ b} + (a-1)(b-1)MQ_{Rest\ ab}\right]}$ $t_{gew_{AB}} =$ $\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\ a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ a}} + a(b-1)MQ_{Rest\ ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\ ab}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\ a} + a(b-1)MQ_{Rest\ ab}}$

11.4.4.4 Multiple Mittelwertvergleiche

Die für die verschiedenen Mittelwertvergleiche aufzustellenden Hypothesen entsprechen den für die zweifaktorielle Blockanlage (AxB)-Bl (s. 11.4.1.4):

H_0^{A}: $\mu_i = \mu_{i'}$ (i, i' = 1, 2, ..., a; i ≠ i')
H_0^{B}: $\mu_j = \mu_{j'}$ (j, j' = 1, 2, ..., b; j ≠ j')
H_0^{AB}: $\mu_{ij} = \mu_{i'j'}$ (i, i' = 1, 2, ..., a: i ≠ i' ; j, j' = 1, 2, ..., b: j ≠ j')
$H_0^{AB/A}$: $\mu_{ij} = \mu_{ij'}$ (j, j' = 1, 2, ..., b: j ≠ j' ; i fest)
$H_0^{AB/B}$: $\mu_{ij} = \mu_{i'j}$ (i, i' = 1, 2, ..., a: i ≠ i' ; j fest) .

Für diese zu testenden Hypothesen werden die Grenzdifferenzen $GD_\alpha = \xi_\alpha * s_{\bar{d}}$ in Abhängigkeit von der gewählten multiplen Vergleichsprozedur wie nachstehend aufgeführt berechnet (mit ξ_α , dem Quantil der Verteilung, die der Verteilung der Mittelwertdifferenzen zugrunde gelegt wird, und $s_{\bar{d}}$, der für den entsprechenden Test zutreffenden Standardabweichung der Differenzen).

ξ_α multiple Vergleichs-prozedur	A	B	AB
multipler t-Test	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}$	$t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,b}}$	$\frac{aMQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}} + bMQ_{Rest\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,b}} + (ab-a-b)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ab}}}{aMQ_{Rest\,a} + bMQ_{Rest\,b} + (ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}}$
Bonferroni-Fisher-Prozedur	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest\,a}}$ mit $m = a(a-1)/2$	$t_{1-\alpha/(2*m);FG_{Rest\,b}}$ mit $m = b(b-1)/2$	$\frac{aMQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/k;FG_{Rest\,a}} + bMQ_{Rest\,b} * t_{1-\alpha/k;FG_{Rest\,b}} + (ab-a-b)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/k;FG_{Rest\,ab}}}{aMQ_{Rest\,a} + bMQ_{Rest\,b} + (ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}}$ [k=ab(ab-1)]
Tukey-Prozedur	$q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\,a}}/\sqrt{2}$	$q_{1-\alpha;b,FG_{Rest\,b}}/\sqrt{2}$	$\frac{aMQ_{Rest\,a} * q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\,a}} + bMQ_{Rest\,b} * q_{1-\alpha;b,FG_{Rest\,b}} + (ab-a-b)MQ_{Rest\,ab} * q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\,ab}}}{\left[aMQ_{Rest\,a} + bMQ_{Rest\,b} + (ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}\right]\sqrt{2}}$
Dunnett-Prozedur, zweiseitig	$\lvert d\rvert_{1-\alpha/2;a-1,FG_{Rest\,a}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha/2;b-1,FG_{Rest\,b}}$	$\frac{aMQ_{Rest\,a} * \lvert d\rvert_{1-\alpha/2;a-1,FG_{Rest\,a}} + bMQ_{Rest\,b} * \lvert d\rvert_{1-\alpha/2;b-1,FG_{Rest\,b}} + (ab-a-b)MQ_{Rest\,ab} * \lvert d\rvert_{1-\alpha/2;ab-1,FG_{Rest\,ab}}}{aMQ_{Rest\,a} + bMQ_{Rest\,b} + (ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}}$
Dunnett-Prozedur, einseitig	$\lvert d\rvert_{1-\alpha;a-1,FG_{Rest\,a}}$	$\lvert d\rvert_{1-\alpha;b-1,FG_{Rest\,b}}$	$\frac{aMQ_{Rest\,a} * \lvert d\rvert_{1-\alpha;a-1,FG_{Rest\,a}} + bMQ_{Rest\,b} * \lvert d\rvert_{1-\alpha;b-1,FG_{Rest\,b}} + (ab-a-b)MQ_{Rest\,ab} * \lvert d\rvert_{1-\alpha;ab-1,FG_{Rest\,ab}}}{aMQ_{Rest\,a} + bMQ_{Rest\,b} + (ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}}$

ξ_α multiple Vergleichs-prozedur	AB/A	AB/B
multipler t-Test	$\frac{MQ_{Rest\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,b}} + (a-1)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,b} + (a-1)MQ_{Rest\,ab}}$	$\frac{MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}}$
Bonferroni-Fisher-Prozedur	$\frac{MQ_{Rest\,b} * t_{1-\alpha/k;FG_{Rest\,b}} + (a-1)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/k;FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,b} + (a-1)MQ_{Rest\,ab}}$ [k=ab(ab-1)]	$\frac{MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/k;FG_{Rest\,a}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/k;FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}}$ [k=ab(ab-1)]
Tukey-Prozedur	$\frac{MQ_{Rest\,b} * q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\,b}} + (a-1)MQ_{Rest\,ab} * q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\,ab}}}{\left[MQ_{Rest\,b} + (a-1)MQ_{Rest\,ab}\right]\sqrt{2}}$	$\frac{MQ_{Rest\,a} * q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\,a}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * q_{1-\alpha;ab,FG_{Rest\,ab}}}{\left[MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}\right]\sqrt{2}}$
Dunnett-Prozedur, zweiseitig	$\frac{MQ_{Rest\,b} * \lvert d\rvert_{1-\alpha/2;ab-1,FG_{Rest\,b}} + (a-1)MQ_{Rest\,ab} * \lvert d\rvert_{1-\alpha/2;ab-1,FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,b} + (a-1)MQ_{Rest\,ab}}$	$\frac{MQ_{Rest\,a} * \lvert d\rvert_{1-\alpha/2;ab-1,FG_{Rest\,a}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * \lvert d\rvert_{1-\alpha/2;ab-1,FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}}$
Dunnett-Prozedur, einseitig	$\frac{MQ_{Rest\,b} * \lvert d\rvert_{1-\alpha;ab-1,FG_{Rest\,b}} + (a-1)MQ_{Rest\,ab} * \lvert d\rvert_{1-\alpha;ab-1,FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,b} + (a-1)MQ_{Rest\,ab}}$	$\frac{MQ_{Rest\,a} * \lvert d\rvert_{1-\alpha;ab-1,FG_{Rest\,a}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * \lvert d\rvert_{1-\alpha;ab-1,FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}}$

$s_{\bar{d}}$	A	B	AB
für alle multiplen Vergleichsprozeduren	$\sqrt{\frac{2}{br}MQ_{Rest\,a}}$	$\sqrt{\frac{2}{ar}MQ_{Rest\,b}}$	$\sqrt{\frac{2}{abr}\left(aMQ_{Rest\,a}+bMQ_{Rest\,b}+(ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}\right)}$

$s_{\bar{d}}$	AB/A	AB/B
für alle multiplen Vergleichsprozeduren	$\sqrt{\frac{2}{ar}\left(MQ_{Rest\,b}+(a-1)MQ_{Rest\,ab}\right)}$	$\sqrt{\frac{2}{br}\left(MQ_{Rest\,a}+(b-1)MQ_{Rest\,ab}\right)}$

11.4.4.5 Beispiel

Drei Sorten Wintergerste wurden mit vier verschiedenen Herbizidaufwandmengen unter Verwendung praxisüblicher Technik behandelt. Die Technik bedingte als Versuchsanlage eine zweifaktorielle Streifenanlage (A+B)-Bl.

Anhand des Prüfmerkmals Ertrag sollen bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von α = 0.05 die mittleren Sorten- und Behandlungsunterschiede mit der Tukey-Prozedur verglichen werden. Die Daten sind:

1	1	1	70.9	1	4	1	86.5	2	3	1	78.7	3	2	1	81.0
1	1	2	58.7	1	4	2	84.7	2	3	2	81.0	3	2	2	84.4
1	1	3	68.5	1	4	3	91.2	2	3	3	65.8	3	2	3	74.6
1	1	4	70.3	1	4	4	79.9	2	3	4	71.6	3	2	4	72.9
1	2	1	75.9	2	1	1	78.1	2	4	1	84.0	3	3	1	86.2
1	2	2	77.5	2	1	2	68.3	2	4	2	79.9	3	3	2	65.8
1	2	3	81.7	2	1	3	70.3	2	4	3	83.7	3	3	3	87.6
1	2	4	82.6	2	1	4	82.6	2	4	4	82.3	3	3	4	77.8
1	3	1	67.3	2	2	1	84.6	3	1	1	84.1	3	4	1	88.9
1	3	2	75.6	2	2	2	84.1	3	1	2	87.6	3	4	2	88.5
1	3	3	72.5	2	2	3	85.3	3	1	3	85.4	3	4	3	83.9
1	3	4	78.0	2	2	4	83.7	3	1	4	84.2	3	4	4	87.2

Papier und Bleistift

Faktor A: Sorten a = 3
Faktor B: Behandlungen b = 4
Blocks r = 4

Als Summen werden gebraucht:

$Y_{11\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{11k}=268{,}4$ $\quad Y_{12\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{12k}=317{,}7$ $\quad Y_{13\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{13k}=293{,}4$ $\quad Y_{14\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{14k}=342{,}3$

$Y_{21\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{21k}=299{,}3$ $\quad Y_{22\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{22k}=337{,}7$ $\quad Y_{23\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{23k}=297{,}1$ $\quad Y_{24\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{24k}=329{,}9$

$Y_{31\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{31k}=341{,}3$ $\quad Y_{32\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{32k}=312{,}9$ $\quad Y_{33\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{33k}=317{,}4$ $\quad Y_{34\bullet}=\sum_{k=1}^{r}y_{34k}=348{,}5$

$Y_{1\bullet 1}=\sum_{j=1}^{b} y_{1j1} = 300{,}6$ $\quad Y_{1\bullet 2}=\sum_{j=1}^{b} y_{1j2} = 296{,}5$ $\quad Y_{1\bullet 3}=\sum_{j=1}^{b} y_{1j3} = 313{,}9$ $\quad Y_{1\bullet 4}=\sum_{j=1}^{b} y_{1j4} = 310{,}8$

$Y_{2\bullet 1}=\sum_{j=1}^{b} y_{2j1} = 325{,}4$ $\quad Y_{2\bullet 2}=\sum_{j=1}^{b} y_{2j2} = 313{,}3$ $\quad Y_{2\bullet 3}=\sum_{j=1}^{b} y_{2j3} = 305{,}1$ $\quad Y_{2\bullet 4}=\sum_{j=1}^{b} y_{2j4} = 320{,}2$

$Y_{3\bullet 1}=\sum_{j=1}^{b} y_{3j1} = 340{,}2$ $\quad Y_{3\bullet 2}=\sum_{j=1}^{b} y_{3j2} = 326{,}3$ $\quad Y_{3\bullet 3}=\sum_{j=1}^{b} y_{3j3} = 331{,}5$ $\quad Y_{3\bullet 4}=\sum_{j=1}^{b} y_{3j4} = 322{,}1$

$Y_{\bullet 11}=\sum_{i=1}^{a} y_{i11} = 233{,}1$ $\quad Y_{\bullet 21}=\sum_{i=1}^{a} y_{i21} = 241{,}5$ $\quad Y_{\bullet 31}=\sum_{i=1}^{a} y_{i31} = 232{,}2$ $\quad Y_{\bullet 41}=\sum_{i=1}^{a} y_{\bullet 41} = 259{,}4$

$Y_{\bullet 12}=\sum_{i=1}^{a} y_{i12} = 214{,}6$ $\quad Y_{\bullet 22}=\sum_{i=1}^{a} y_{i22} = 246{,}0$ $\quad Y_{\bullet 32}=\sum_{i=1}^{a} y_{i32} = 222{,}4$ $\quad Y_{\bullet 42}=\sum_{i=1}^{a} y_{\bullet 42} = 253{,}1$

$Y_{\bullet 13}=\sum_{i=1}^{a} y_{i13} = 224{,}2$ $\quad Y_{\bullet 23}=\sum_{i=1}^{a} y_{i23} = 241{,}6$ $\quad Y_{\bullet 33}=\sum_{i=1}^{a} y_{i33} = 225{,}9$ $\quad Y_{\bullet 43}=\sum_{i=1}^{a} y_{\bullet 43} = 258{,}8$

$Y_{\bullet 14}=\sum_{i=1}^{a} y_{i14} = 237{,}1$ $\quad Y_{\bullet 24}=\sum_{i=1}^{a} y_{i24} = 239{,}2$ $\quad Y_{\bullet 34}=\sum_{i=1}^{a} y_{i34} = 227{,}4$ $\quad Y_{\bullet 44}=\sum_{i=1}^{a} y_{\bullet 44} = 249{,}4$

$Y_{1\bullet\bullet}=\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{1jk} = 1221{,}8$ $\quad Y_{2\bullet\bullet}=\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{2jk} = 1264{,}0$ $\quad Y_{3\bullet\bullet}=\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{3jk} = 1320{,}1$

$Y_{\bullet 1\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} y_{i1k} = 909{,}0$ $\quad Y_{\bullet 2\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} y_{i2k} = 968{,}3$ $\quad Y_{\bullet 3\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} y_{i3k} = 907{,}9$ $\quad Y_{\bullet 4\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} y_{i4k} = 1020{,}7$

$Y_{\bullet\bullet 1}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij1} = 966{,}2$ $\quad Y_{\bullet\bullet 2}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij2} = 936{,}1$ $\quad Y_{\bullet\bullet 3}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij3} = 950{,}5$ $\quad Y_{\bullet\bullet 4}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij4} = 953{,}1$

$Y_{\bullet\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk} = 3805{,}9$ $\quad \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}^2 = 304343{,}71$

$$Sgl = \frac{1}{a\,b\,r}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}\right)^2 = 3805{,}9^2 / (3*4*4) = \qquad 301768{,}225$$

$$SQ_{Gesamt} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}^2 - Sgl = 304343{,}71 - 301768{,}225 = \qquad 2575{,}485$$

$$SQ_{Blocks} = \tfrac{1}{ab}\sum_{k=1}^{r} bl_k^2 - Sgl = \left(966{,}2^2 + 936{,}1^2 + 950{,}5^2 + 953{,}1^2\right)/(3*4) - 301768{,}225 = \qquad 38{,}067$$

$$SQ_A = \tfrac{1}{br}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl = \left(1221{,}8^2 + 1264{,}0^2 + 1320{,}1^2\right)/(4*4) - 301768{,}225 = \qquad 303{,}978$$

$$SQ_{Rest\,a} = \tfrac{1}{b}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{r} \left[(a\,bl)_{ik}\right]^2 - Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_A =$$

$$(300{,}6^2 + 296{,}5^2 + \bullet\bullet\bullet + 322{,}1^2)/4 - 301768{,}225 - 38{,}067 - 303{,}978 = \qquad 116{,}467$$

$$SQ_B = \frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl = \left(909{,}0^2 + 968{,}3^2 + 907{,}9^2 + 1020{,}7^2\right)/(3*4) - 301768{,}225 = \quad 731{,}507$$

$$SQ_{Rest\,b} = \frac{1}{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}\left[(b\,bl)_{jk}\right]^2 - Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_B =$$

$$(233{,}1^2 + 241{,}5^2 + \bullet\bullet\bullet + 249{,}4^2)/3 - 301768{,}225 - 38{,}067 - 731{,}507 = \quad 109{,}604$$

$$SQ_{AxB} = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(ab)_{ij}\right]^2 - Sgl - SQ_A - SQ_B =$$

$$(268{,}4^2 + 317{,}7^2 + \bullet\bullet\bullet + 348{,}5^2)/4 - 301768{,}225 - 303{,}978 - 731{,}507 = \quad 580{,}292$$

$$SQ_{Rest\,ab} = SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks} - SQ_A - SQ_{Rest\,a} - SQ_B - SQ_{Rest\,b} - SQ_{AxB}$$

$$= 2575{,}485 - 38{,}067 - 303{,}978 - 116{,}467 - 731{,}507 - 109{,}604 - 580{,}292 = \quad 695{,}570$$

$FG_{Gesamt} = a*b*r - 1$	=	47	MQ_{Gesamt}	$= SQ_{Gesamt}/FG_{Gesamt}$	=	2575,485/47	=	54,798
$FG_{Blocks} = r - 1$	=	3	MQ_{Blocks}	$= SQ_{Blocks}/FG_{Blocks}$	=	38,067/3	=	12,689
$FG_A = a - 1$	=	2	MQ_A	$= SQ_A/FG_A$	=	303,978/2	=	151,989
$FG_{Rest\,a} = (a-1)(r-1)$	=	6	$MQ_{Rest\,a}$	$= SQ_{Rest\,a}/FG_{Rest\,a}$	=	116,467/6	=	19,411
$FG_B = b - 1$	=	3	MQ_B	$= SQ_B/FG_B$	=	731,507/3	=	243,836
$FG_{Rest\,b} = (b-1)(r-1)$	=	9	$MQ_{Rest\,b}$	$= SQ_{Rest\,b}/FG_{Rest\,b}$	=	109,604/9	=	12,178
$FG_{AxB} = (a-1)(b-1)$	=	6	MQ_{AxB}	$= SQ_{AxB}/FG_{AxB}$	=	580,292/6	=	96,715
$FG_{Rest\,ab} = (a-1)(b-1)(r-1)$	=	18	$MQ_{Rest\,ab}$	$= SQ_{Rest\,ab}/FG_{Rest\,ab}$	=	695,570/18	=	38,643

Nun sollen die (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte für die A- (Sorten-) und B- (Behandlungs-) Mittelwerte berechnet werden.

A-Mittelwerte

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}\right]} = \sqrt{\frac{1}{3*4*4}\left[12{,}689 + (3-1)19{,}411\right]} = 1{,}036$$

$$t_{gew_A} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}} = \frac{12{,}689*3{,}18245 + (3-1)19{,}411*2{,}44691}{12{,}689 + (3-1)19{,}411}$$

$$= 2{,}613$$

Mittelwert		$\langle \bar{y}_{i\bullet\bullet} - t_{gew_A} * s_A$;	$\bar{y}_{i\bullet\bullet} + t_{gew_A} * s_A \rangle$
$Y_{1\bullet\bullet}$ / (b*r) = 1221,8/16 =	76,363	73,655	79,070
$Y_{2\bullet\bullet}$ / (b*r) = 1264,0/16 =	79,000	76,293	81,707
$Y_{3\bullet\bullet}$ / (b*r) = 1320,1/16 =	82,506	79,799	85,213

B-Mittelwerte

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{abr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,b}\right]} = \sqrt{\frac{1}{3*4*4}\left[12{,}689 + (4-1)12{,}178\right]} = 1{,}013$$

$$t_{gew_B} = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,b}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,b}} = \frac{12{,}689*3{,}18245 + (4-1)12{,}178*2{,}26216}{12{,}689 + (4-1)12{,}178}$$

$$= 2{,}499$$

Mittelwert		$\langle \bar{y}_{\bullet j\bullet} - t_{gew_B} * s_B$;	$\bar{y}_{\bullet j\bullet} + t_{gew_B} * s_B \rangle$
$Y_{\bullet 1\bullet}$ / (a*r) = 909,0/12 =	75,750	73,219	78,281
$Y_{\bullet 2\bullet}$ / (a*r) = 968,3/12 =	80,692	78,160	83,223
$Y_{\bullet 3\bullet}$ / (a*r) = 907,9/12 =	75,658	73,127	78,190
$Y_{\bullet 4\bullet}$ / (a*r) = 1020,7/12 =	85,058	82,527	87,590

Für die Zusammenstellung der Varianztabelle lauten die berechneten F-Werte:

$$F_A = \frac{MQ_A}{MQ_{Rest\,a}} = \frac{151{,}989}{19{,}411} = 7{,}830 \qquad F_{0,95;\,2,6} = 5{,}143$$

$$F_B = \frac{MQ_B}{MQ_{Rest\,b}} = \frac{243{,}836}{12{,}178} = 20{,}023 \qquad F_{0,95;\,3,9} = 3{,}863$$

$$F_{AB} = \frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\,ab}} = \frac{96{,}715}{38{,}643} = 2{,}503 \qquad F_{0,95;\,6,18} = 2{,}661$$

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F	Test
Gesamt	47	2575,485			
Blocks	3	38,067	12,689		
A	2	303,978	151,989	7,830	signifikant
Rest a	6	116,467	19,411		
B	3	731,507	243,836	20,023	signifikant
Rest b	9	109,604	12,178		
A x B	6	580,292	96,715	2,503	
Rest ab	18	695,570	38,643		

Die Wechselwirkung AxB ist nicht signifikant.

Die Berechnung der Grenzdifferenzen $GD_\alpha = \xi_\alpha * s_{\bar{d}}$ für den Vergleich der mittleren Sorten- (A-) und Behandlungs- (B-) Unterschiede mit der Tukey-Prozedur ist oben aufgeführt.

Vergleich der A-Mittelwerte

$$HSD_\alpha = q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\,a}} / \sqrt{2} * \sqrt{\frac{2}{br} MQ_{Rest\,a}} = q_{1-\alpha;a,FG_{Rest\,a}} * \sqrt{\frac{1}{br} MQ_{Rest\,a}} = 4{,}339 * \sqrt{\frac{19{,}411}{4*4}} = 4{,}779$$

A	1	2	3
$\bar{y}_{i\bullet}$	76,363	79,000	82,506

Vergleich der B-Mittelwerte

$$HSD_\alpha = q_{1-\alpha;b,FG_{Rest\,b}} / \sqrt{2} * \sqrt{\frac{2}{ar} MQ_{Rest\,b}} = q_{1-\alpha;b,FG_{Rest\,b}} * \sqrt{\frac{1}{ar} MQ_{Rest\,b}} = 4{,}415 * \sqrt{\frac{12{,}178}{3*4}} = 4{,}448$$

B	3	1	2	4
$\bar{y}_{\bullet j}$	76,658	75,750	80,692	85,058

SAS

Obwohl die Hauptwirkungen (die Mittelwerte der Stufen der Faktoren A und B) in PROC GLM „direkt“ mit der `means`-Anweisung getestet werden können, ist es bei der Spalt- und Streifenanlage vorteilhafter, mit PROC MIXED zu arbeiten:

```
data bsp11445;
  infile "DATEN.DAT";                        Daten aus dem Beispiel 11.4.4.5
  input a b block ertrag;
proc mixed data=bsp11445 nobound;
  class a b block;
  model ertrag = block a b a*b / ddfm=satterthwaite;
  random block a*block b*block;
  lsmeans a b / pdiff adjust=tukey;          (AxB nicht signifikant)
run;
```

```
                         The MIXED Procedure
                      Class Level Information
                     Class     Levels  Values

                     A              3  1 2 3
                     B              4  1 2 3 4
                     BLOCK          4  1 2 3 4

                REML Estimation Iteration History

         Iteration  Evaluations      Objective     Criterion

                 0            1  170.82747837
                 1            1  166.32813039    0.00000000

Convergence criteria met.

              Covariance Parameter Estimates (REML)

              Cov Parm       Estimate

              BLOCK         1.64520833
              A*BLOCK      -4.80789352
              B*BLOCK      -8.82152778
              Residual     38.64275463

               Model Fitting Information for ERTRAG

             Description                          Value

             Observations                       48.0000
             Res Log Likelihood                -116.246
             Akaike's Information Criterion    -120.246
             Schwarz's Bayesian Criterion      -123.413
             -2 Res Log Likelihood             232.4917
             Null Model LRT Chi-Square           4.4993
             Null Model LRT DF                   3.0000
             Null Model LRT P-Value              0.2123

                     Tests of Fixed Effects

            Source       NDF    DDF  Type III F  Pr > F

            A              2      6        7.83  0.0213
            B              3      9       20.02  0.0003
            A*B            6     18        2.50  0.0613

                       Least Squares Means

    Effect  A  B        LSMEAN     Std Error    DF        t   Pr > |t|

    A       1      76.36250000    1.03593213   8.7    73.71     0.0001
    A       2      79.00000000    1.03593213   8.7    76.26     0.0001
    A       3      82.50625000    1.03593213   8.7    79.64     0.0001
    B          1   75.75000000    1.01266574    12    74.80     0.0001
    B          2   80.69166667    1.01266574    12    79.68     0.0001
    B          3   75.65833333    1.01266574    12    74.71     0.0001
    B          4   85.05833333    1.01266574    12    83.99     0.0001
```

Differences of Least Squares Means

Effect	A	B	_A	_B	Difference	Std Error	DF	t	Pr > |t|	Adjustment	Adj P	
A	1		2		-2.63750000	1.55768982	6	-1.69	0.1414	Tukey-Kramer	0.2824	
A	1		3		-6.14375000	1.55768982	6	-3.94	0.0076	Tukey-Kramer	0.0178	s
A	2		3		-3.50625000	1.55768982	6	-2.25	0.0654	Tukey-Kramer	0.1403	
B		1		2	-4.94166667	1.42467372	9	-3.47	0.0071	Tukey-Kramer	0.0297	s
B		1		3	0.09166667	1.42467372	9	0.06	0.9501	Tukey-Kramer	0.9999	
B		1		4	-9.30833333	1.42467372	9	-6.53	0.0001	Tukey-Kramer	0.0005	s
B		2		3	5.03333333	1.42467372	9	3.53	0.0064	Tukey-Kramer	0.0270	s
B		2		4	-4.36666667	1.42467372	9	-3.07	0.0135	Tukey-Kramer	0.0545	
B		3		4	-9.40000000	1.42467372	9	-6.60	0.0001	Tukey-Kramer	0.0005	s

Die mittleren Wirkungen von A_1 und A_3 , B_1 und B_2, B_1 und B_4 , B_2 und B_3 und B_3 und B_4 unterscheiden sich signifikant. Die Handrechnung wird somit bestätigt.

11.5 Dreifaktorielle vollständige Versuchsanlagen

11.5.1 Lagepläne dreifaktorieller Versuchsanlagen

Für jede Anlage wird nach einer kurzen Beschreibung ein Schema für die Anordnung der Stufen den Faktoren innerhalb eines Blocks und ein Beispiel angegeben.
Die Randomisierung erfolgt für jeden Block neu.

Dreifaktorielle Blockanlage (AxBxC)-Bl

Die gleichgroßen Prüfglieder sind die Kombinationen der a Stufen des Faktors A, der b Stufen des Faktors B und der c Stufen des Faktors C. Alle Kombinationen kommen innerhalb eines Blocks genau einmal vor. Ihre Anordnung ist zufällig. Die Gesamtanzahl der Teilstücke ist N = a b c r.

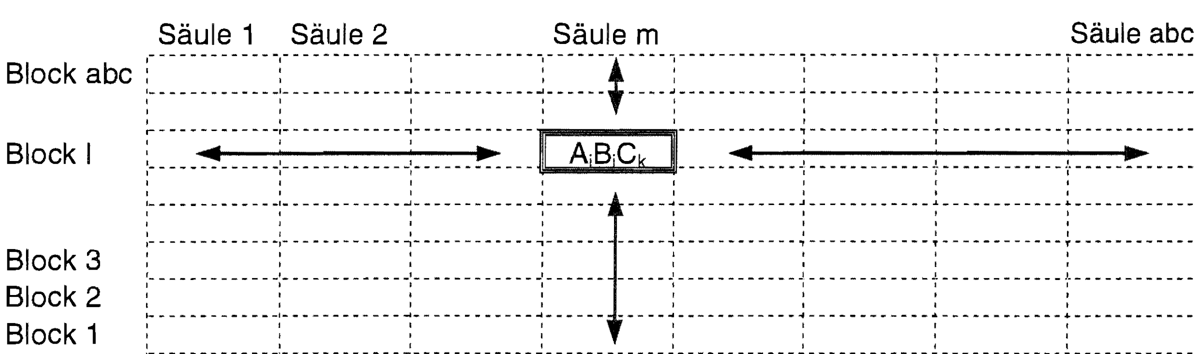
Block *l*

Beispiel: a = 3, b = 4, c = 2, Blocks = 4 :

Block												
1	$A_2B_2C_2$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_4C_2$	$A_2B_4C_2$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_3B_1C_2$	$A_2B_4C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_3C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_4C_2$
	$A_1B_3C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_3B_3C_2$	$A_1B_3C_1$	$A_3B_4C_1$	$A_3B_3C_1$	$A_1B_4C_1$	$A_2B_3C_1$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_1$	$A_3B_1C_1$
2	$A_3B_2C_1$	$A_1B_4C_1$	$A_2B_3C_1$	$A_3B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_3B_4C_1$	$A_2B_4C_1$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_4C_2$	$A_3B_3C_1$	$A_1B_3C_1$	$A_2B_3C_2$
	$A_1B_3C_2$	$A_3B_4C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_3B_2C_2$	$A_1B_4C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_3B_1C_2$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_2C_1$	$A_3B_3C_2$
3	$A_3B_3C_2$	$A_2B_1C_2$	$A_3B_4C_1$	$A_3B_1C_2$	$A_2B_4C_2$	$A_1B_4C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_3B_3C_1$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_3C_1$	$A_3B_1C_1$
	$A_1B_3C_2$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_4C_1$	$A_3B_2C_1$	$A_1B_3C_1$	$A_3B_4C_2$	$A_2B_3C_2$	$A_1B_4C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_2B_2C_1$	$A_3B_2C_2$	$A_1B_2C_1$
4	$A_2B_4C_2$	$A_3B_4C_2$	$A_3B_3C_1$	$A_3B_4C_1$	$A_2B_2C_1$	$A_3B_1C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_4C_1$	$A_2B_4C_1$	$A_1B_4C_2$	$A_2B_1C_1$
	$A_3B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_3C_1$	$A_1B_3C_2$	$A_3B_1C_1$	$A_2B_3C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_3C_1$	$A_1B_1C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_3B_3C_2$	$A_1B_1C_2$

Dreifaktorielles lateinisches Quadrat (AxBxC)-LQ

Im Vergleich zur dreifaktorielle Blockanlage (AxBxC)-Bl kommt eine weitere Blockstruktur zum Ausschalten systematischer Störgrößen in zwei Richtungen hinzu: die Säule. Die Anzahl der Blocks ist gleich der Anzahl der Säulen und der Anzahl der Prüfglieder. Alle Prüfglieder, die Kombinationen der a Stufen des Faktors A, der b Stufen des Faktors B und der c Stufen des Faktors C, werden randomisiert so angeordnet, daß jedes Prüfglied genau einmal in jeder Säule und in jedem Block vorkommt. Die Gesamtanzahl der Teilstücke ist $N = (a\,b\,c)^2$.

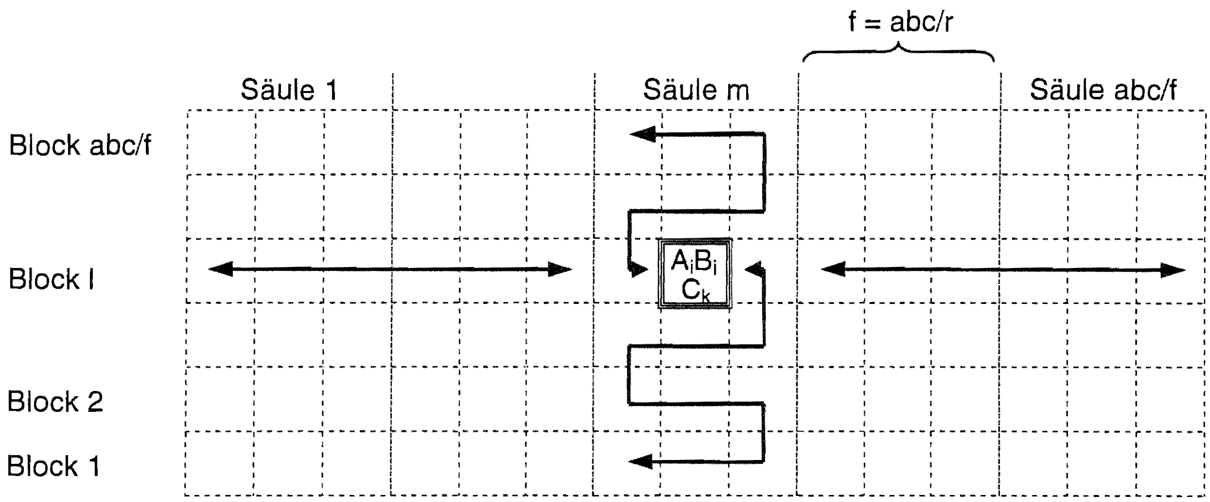


Beispiel: $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$:

Säule	1	2	3	4	5	6	7	8	Block
	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_2C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	8
	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_2C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_1C_1$	7
	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_2C_1$	6
	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_2C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	5
	$A_2B_2C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_2C_1$	$A_2B_1C_2$	4
	$A_1B_2C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	3
	$A_2B_2C_1$	$A_1B_2C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	2
	$A_1B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_2C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	1

Dreifaktorielles lateinisches Rechteck (AxBxC)-LR

Bei mehr als 5 bis 8 Prüfgliedern wird anstelle des lateinischen Quadrates das lateinische Rechteck genutzt, um systematische Störgrößen in zwei Richtungen auszuschalten. Aufgrund der speziellen Anlageform kommt als zusätzliche Bedingung hinzu, daß die Anzahl der Prüfglieder abc ein ganzzahliges Vielfaches f der Anzahl der Blocks (= Anzahl der Säulen) sein muß. Die Gesamtanzahl der Teilstücke ist $N = a\,b\,c\,r$.



Beispiel: $a = 3$, $b = 2$, $c = 3$, $r = l = 6$, $f = a*b*c/r = 3$:

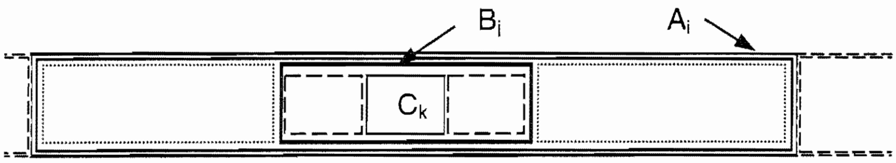
Säule 1			Säule 2			Säule 3			Säule 4			Säule 5			Säule 6			Block
$A_1B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_1C_2$	$A_3B_2C_3$	$A_3B_1C_3$	$A_1B_2C_1$	$A_3B_2C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_2B_1C_3$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	6
$A_3B_1C_1$	$A_2B_2C_1$	$A_3B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_1C_3$	$A_3B_2C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_3$	$A_3B_2C_3$	$A_2B_1C_2$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_1C_3$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_3$	5
$A_1B_2C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_3$	$A_3B_2C_3$	$A_3B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_3B_1C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_2C_1$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_2$	4
$A_1B_2C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_3$	$A_3B_1C_1$	$A_2B_2C_1$	$A_3B_1C_2$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_2B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_2B_1C_2$	$A_3B_2C_3$	$A_2B_2C_3$	$A_3B_1C_3$	$A_1B_2C_1$	$A_3B_2C_2$	3
$A_3B_1C_3$	$A_1B_2C_1$	$A_3B_2C_2$	$A_2B_1C_3$	$A_1B_2C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_1$	$A_2B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_2B_1C_2$	$A_3B_2C_3$	$A_2B_2C_3$	2
$A_3B_2C_3$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_1C_2$	$A_3B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_3B_1C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_2C_1$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	1

Die nachfolgenden Versuchsanlagen haben technologisch bedingt unterschiedliche Teilstücksgrößen für die Stufen der Faktoren. Im Vergleich zur dreifaktoriellen Blockanlage (AxBxC)-Bl kommen weitere Fehlerkomponenten hinzu, die die Chance geringer werden lassen, signifikante Unterschiede zu erkennen. Die Gesamtanzahl der (Klein-)Teilstücke ist N = a b c r .

Dreifaktorielle Spaltanlage (A/B/C)-Bl

Wenn technologisch bedingt für die Stufen der drei Faktoren unterschiedlich große Teilstücke notwendig sind: Stufen des Faktors A – Großteilstücke, innerhalb dieser die Stufen des Faktors B – Mittelteilstücke und darin die Stufen des Faktors C – Kleinteilstücke, werden Spaltanlagen angelegt.

Block *l*



Beispiel: a = 3, b = 2, c = 3, r = 4 :

A_3: B_2, B_1

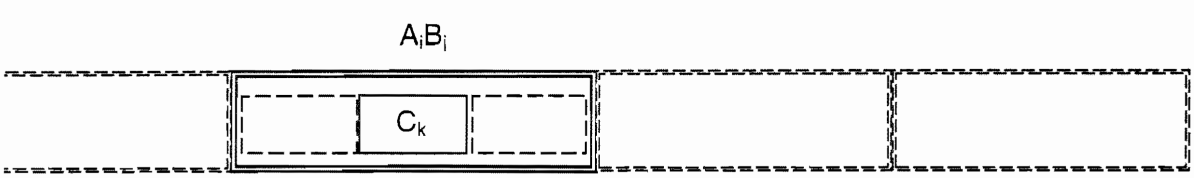
																		Block
A_2B_1 C_1	A_2B_1 C_3	A_2B_1 C_2	A_2B_2 C_2	A_2B_2 C_1	A_2B_2 C_3	A_3B_2 C_1	A_3B_2 C_3	A_3B_2 C_2	A_3B_1 C_1	A_3B_1 C_2	A_3B_1 C_3	A_1B_2 C_3	A_1B_2 C_2	A_1B_2 C_1	A_1B_1 C_3	A_1B_1 C_1	A_1B_1 C_2	4
A_3B_2 C_2	A_3B_2 C_3	A_3B_2 C_1	A_3B_1 C_3	A_3B_1 C_2	A_3B_1 C_1	A_1B_2 C_2	A_1B_2 C_3	A_1B_2 C_1	A_1B_1 C_1	A_1B_1 C_3	A_1B_1 C_2	A_2B_1 C_1	A_2B_1 C_3	A_2B_1 C_2	A_2B_2 C_2	A_2B_2 C_3	A_2B_2 C_1	3
A_3B_2 C_1	A_3B_2 C_2	A_3B_2 C_3	A_3B_1 C_1	A_3B_1 C_2	A_3B_1 C_3	A_2B_2 C_3	A_2B_2 C_1	A_2B_2 C_2	A_2B_1 C_2	A_2B_1 C_3	A_2B_1 C_1	A_1B_1 C_3	A_1B_1 C_1	A_1B_1 C_2	A_1B_2 C_2	A_1B_2 C_1	A_1B_2 C_3	2
A_2B_2 C_1	A_2B_2 C_3	A_2B_2 C_2	A_2B_1 C_1	A_2B_1 C_3	A_2B_1 C_2	A_3B_1 C_2	A_3B_1 C_1	A_3B_1 C_3	A_3B_2 C_3	A_3B_2 C_1	A_3B_2 C_2	A_1B_2 C_1	A_1B_2 C_3	A_1B_2 C_2	A_1B_1 C_2	A_1B_1 C_1	A_1B_1 C_3	1

B_2, B_1: A_2

Dreifaktorielle zweistufige Spaltanlage [(AxB)/C]-Bl

Die Kombinationen aller Stufen des Faktors A mit denen des Faktors B werden als Großteilstücke im Block angelegt. Innerhalb der zufällig angeordneten Großteilstücke liegen randomisiert die Stufen des Faktors C als Kleinteilstücke.

Block *l*



Beispiel: $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$, $r = 4$:

A_1B_1

$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_4$	$A_2B_1C_2$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_4$	$A_1B_2C_3$	$A_1B_3C_3$	$A_1B_3C_2$	$A_1B_3C_1$	$A_1B_3C_4$
$A_1B_3C_4$	$A_1B_3C_2$	$A_1B_3C_1$	$A_1B_3C_3$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_4$	$A_1B_2C_3$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_4$
$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_4$	$A_1B_1C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_4$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_4$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_2C_3$
$A_1B_3C_3$	$A_1B_3C_1$	$A_1B_3C_2$	$A_1B_3C_4$	$A_2B_3C_2$	$A_2B_3C_3$	$A_2B_3C_4$	$A_2B_3C_1$	$A_1B_2C_4$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_2C_3$

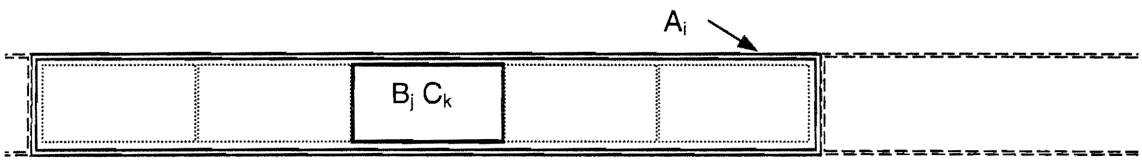
												Block
$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_4$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_2$	$A_2B_3C_1$	$A_2B_3C_4$	$A_2B_3C_3$	$A_2B_3C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_2C_4$	4
$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_1C_4$	$A_2B_3C_3$	$A_2B_3C_4$	$A_2B_3C_2$	$A_2B_3C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_4$	$A_1B_1C_1$	3
$A_1B_3C_3$	$A_1B_3C_2$	$A_1B_3C_4$	$A_1B_3C_1$	$A_2B_3C_2$	$A_2B_3C_4$	$A_2B_3C_3$	$A_2B_3C_1$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_4$	$A_2B_2C_2$	2
$A_2B_2C_4$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_2C_2$	$A_1B_1C_4$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_4$	1

A_1B_1

Dreifaktorielle zweistufige Spaltanlage [A/(BxC)]-Bl

Innerhalb der zufällig angeordneten Großteilstücke, den Stufen des Faktors A, liegen randomisiert die Kleinteilstücke, die Kombinationen der Stufen des Faktors B mit denen des Faktors C. Die Gesamtanzahl der Teilstücke ist $N = a\,b\,c\,r$.

Block *l*



Beispiel: $a = 3$, $b = 2$, $c = 2$, $r = 4$:

A_3

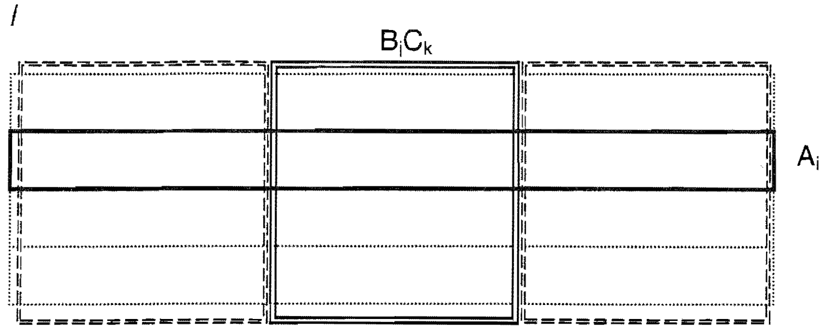
												Block
$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_1C_2$	$A_3B_1C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	4
$A_3B_2C_2$	$A_3B_1C_2$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_2C_1$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_2C_1$	3
$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_1C_2$	2
$A_2B_1C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_2C_2$	$A_3B_1C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_1C_1$	1

A_3

Dreifaktorielle zweistufige Streifenanlage [A+(BxC)]-Bl

Diese Anlage ist eine Kombination aus einer einfaktoriellen (Faktor A) und einer zweifaktoriellen (Faktoren B und C) Blockanlage. Beide Anlagen werden über Kreuz in Streifen realisiert.

Block *I*



Beispiel: a = 3, b = 2, c = 3, r = 4 :

Block 3

A_3 B_2C_3	A_3 B_1C_3	A_3 B_2C_2	A_3 B_1C_2	A_3 B_2C_1	A_3 B_1C_1
A_1 B_2C_3	A_1 B_1C_3	A_1 B_2C_2	A_1 B_1C_2	A_1 B_2C_1	A_1 B_1C_1
A_2 B_2C_3	A_2 B_1C_3	A_2 B_2C_2	A_2 B_1C_2	A_2 B_2C_1	A_2 B_1C_1

Block 4

A_1 B_1C_2	A_1 B_2C_2	A_1 B_1C_1	A_1 B_2C_3	A_1 B_1C_3	A_1 B_2C_1
A_3 B_1C_2	A_3 B_2C_2	A_3 B_1C_1	A_3 B_2C_3	A_3 B_1C_3	A_3 B_2C_1
A_2 B_1C_2	A_2 B_2C_2	A_2 B_1C_1	A_2 B_2C_3	A_2 B_1C_3	A_2 B_2C_1

1

A_2 B_1C_1	A_2 B_1C_2	A_2 B_2C_3	A_2 B_1C_3	A_2 B_2C_1	A_2 B_2C_2
A_3 B_1C_1	A_3 B_1C_2	A_3 B_2C_3	A_3 B_1C_3	A_3 B_2C_1	A_3 B_2C_2
A_1 B_1C_1	A_1 B_1C_2	A_1 B_2C_3	A_1 B_1C_3	A_1 B_2C_1	A_1 B_2C_2

$A_1 \longrightarrow$

$\uparrow B_1C_1$

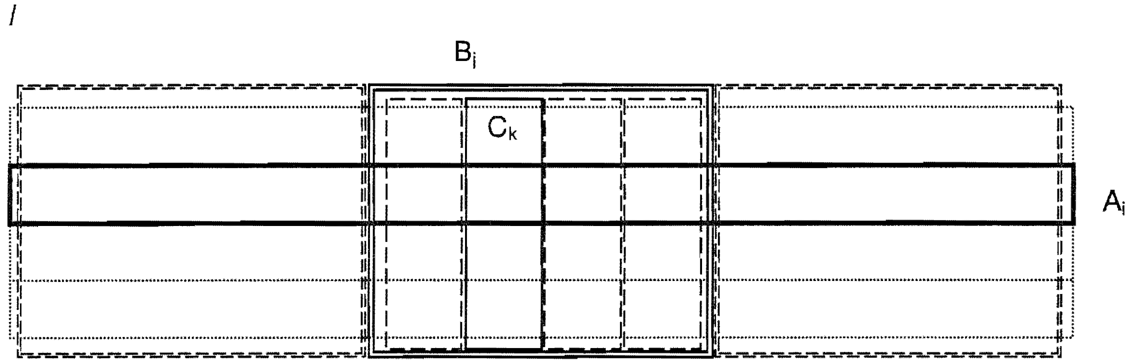
2

A_1 B_2C_2	A_1 B_2C_1	A_1 B_1C_2	A_1 B_1C_1	A_1 B_1C_3	A_1 B_2C_3
A_3 B_2C_2	A_3 B_2C_1	A_3 B_1C_2	A_3 B_1C_1	A_3 B_1C_3	A_3 B_2C_3
A_2 B_2C_2	A_2 B_2C_1	A_2 B_1C_2	A_2 B_1C_1	A_2 B_1C_3	A_2 B_2C_3

Dreifaktorielle Streifen-Spaltanlage [A+(B/C)]-BI

Diese Anlage ist eine Kombination aus einer einfaktoriellen Blockanlage (Faktor A) und einer zweifaktoriellen Spaltanlage, die über Kreuz in Streifen zusammenführt werden.

Block *I*



Beispiel: $a = 3$, $b = 2$, $c = 3$, $r = 4$:

Block 3

$A_3B_2C_3$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_1C_3$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_2$
$A_1B_2C_3$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$
$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_2$

Block 4

$A_1B_2C_3$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_3$
$A_3B_2C_3$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_2$	$A_3B_1C_3$
$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_1C_3$

Block 1

	$A_3B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_3$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_3$	$A_3B_1C_2$
$A_1 \longrightarrow$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_2$
	$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_2$
				C1	C3	C2

$\underbrace{\text{C1 C3 C2}}_{B_1}$

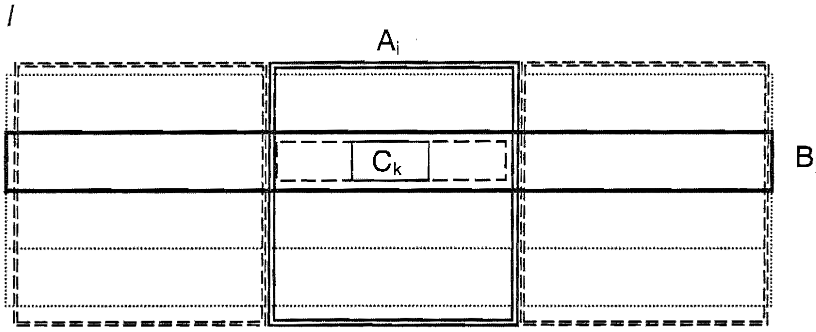
Block 2

$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_2$
$A_1B_2C_3$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$
$A_3B_2C_3$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_1C_3$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_2$

Dreifaktorielle Spalt-Streifenanlage [(A+B)/C]-Bl[14]

Pro Block ist zunächst eine zweifaktorielle Streifenanlage mit den Faktoren A und B zu bilden. Dann werden innerhalb der AB-Kombinationen die Stufen des Faktors C als Kleinteilstücke zufällig angeordnet.

Block *l*



Beispiel: $a = 3$, $b = 2$, $c = 3$, $r = 4$:

$\overbrace{\qquad\qquad}^{A_2}$

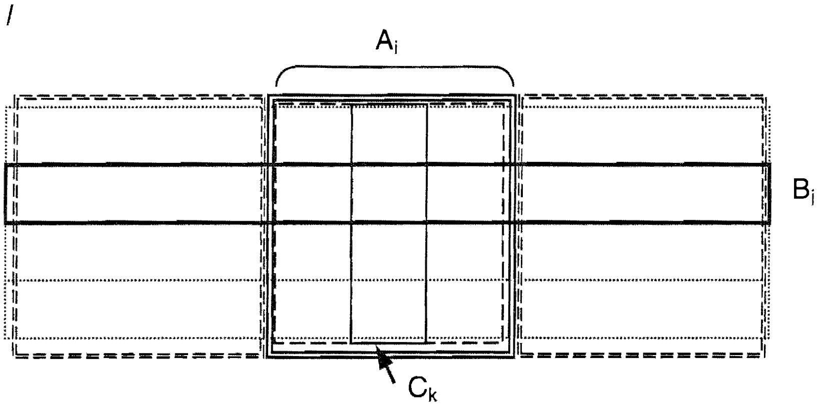
										Block
$B_1 \rightarrow$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_1C_3$	$A_3B_1C_3$	$A_3B_1C_2$	$A_3B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	4
$B_2 \rightarrow$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_1$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_3$	$A_1B_2C_3$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_2$	
	$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_3$	$A_3B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_1$	$A_2B_2C_2$	3
	$A_3B_1C_3$	$A_3B_1C_2$	$A_3B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_2$	
	$A_2B_1C_2$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_3$	$A_3B_1C_2$	2
	$A_2B_2C_1$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_2$	$A_1B_2C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_3B_2C_3$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	
	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_1B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_2C_3$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_1$	1
	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_1B_1C_3$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_3$	$A_3B_1C_2$	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_2$	

[14] Beschreibung, Planung und Auswertung auf der Grundlage von:
DÖRFEL, H. und T. BAUER: Planung uns Auswertung der dreifaktoriellen Streifenspaltanlage (A+B)/C-Bl und der Spaltstreifenanlage A/(B+C)-Bl
Biometrie und Informatik in Medizin und Biologie **22** (1991) 2, S. 48-57

Dreifaktorielle Spalt-Streifenanlage [A/(B+C)]-BI[14]

Innerhalb der pro Block zufällig angeordneten Großteilstücke, den Stufen des Faktors A, liegt eine zweifaktorielle Streifenanlage der Faktoren B und C.

Block *l*



Beispiel: a = 3, b = 2, c = 3, r = 4 :

Block

	1			2			3			4		
	$A_2B_1C_1$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_2$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_1$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_3$	$A_3B_2C_2$
	$A_2B_2C_1$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_2$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_2$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_3$	$A_3B_1C_2$
	$A_3B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_3$	$A_3B_1C_3$	$A_3B_1C_2$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_3$	$A_3B_1C_2$	$A_3B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$
	$A_3B_1C_2$	$A_3B_1C_1$	$A_3B_1C_3$	$A_3B_2C_3$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_3B_2C_3$	$A_3B_2C_2$	$A_3B_2C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_2$
B_1	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_2$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_1C_1$
B_2	$A_1B_2C_1$	$A_1B_2C_3$	$A_1B_2C_2$	$A_2B_1C_2$	$A_2B_1C_3$	$A_2B_1C_1$	$A_1B_1C_3$	$A_1B_1C_1$	$A_1B_1C_2$	$A_2B_2C_3$	$A_2B_2C_2$	$A_2B_2C_1$
	C1	C3	C2									

11.5.2 Modelle und Varianztabellen dreifaktorieller Versuchsanlagen

Für die dreifaktoriellen Versuchsanlagen mit a Stufen des Prüffaktors A, b Stufen des Prüffaktors B, c Stufen des Prüffaktors C, r Blocks und für die lateinischen Anlagen m Säulen gelten die aufgeführten linearen, additiven Modell mit festen Effekten der Prüffaktoren, mit

$\underline{y}_{ijkl}$: Einzelwert
μ: Erwartungswert des Versuches
a_i: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A (i = 1, 2, ..., a) [mit $\sum a_i = 0$]
b_j: fester Effekt der j-ten Stufe des Prüffaktors B (j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum b_j = 0$]
c_k: fester Effekt der k-ten Stufe des Prüffaktors C (k = 1, 2, ..., c) [mit $\sum c_k = 0$]
$(ab)_{ij}$: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A und der j-ten Stufe des Prüffaktors B (i = 1, 2, ..., a ; j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum\sum (ab)_{ij} = 0\ \forall i$ und $\sum\sum (ab)_{ij} = 0\ \forall j$]
$(ac)_{ik}$: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A und der k-ten Stufe des Prüffaktors C (i = 1, 2, ..., a ; k = 1, 2, ..., c) [mit $\sum\sum (ac)_{ik} = 0\ \forall i$ und $\sum\sum (ac)_{ik} = 0\ \forall k$]
$(bc)_{jk}$: fester Effekt der j-ten Stufe des Prüffaktors B und der k-ten Stufe des Prüffaktors B (i = 1, 2, ..., a ; j = 1, 2, ..., b) [mit $\sum\sum (bc)_{jk} = 0\ \forall j$ und $\sum\sum (bc)_{jk} = 0\ \forall k$]
$(abc)_{ijk}$: fester Effekt der i-ten Stufe des Prüffaktors A mit der j-ten Stufe des Prüffaktors B und der k-ten Stufe des Prüffaktors C (i = 1, 2, ..., a ; j = 1, 2, ..., b ; k = 1, 2, ..., c) [mit $\sum\sum\sum (ab)_{ijk} = 0\ \forall i$, $\sum\sum\sum (ab)_{ijk} = 0\ \forall j$ und $\sum\sum\sum (ab)_{ijk} = 0\ \forall k$]
$\underline{bl}_l$: zufälliger Effekt des l-ten Blocks (l = 1, 2, ..., r) [$\underline{bl}_l$: $N(0\ ;\ \sigma^2_{\text{Blocks}})$]
$\underline{s}_m$: zufälliger Effekt der m-ten Säule (m = 1, 2, ..., r) [$\underline{s}_m$: $N(0\ ;\ \sigma^2_{\text{Säulen}})$]
$\underline{e}_{il}$: Zufallsfehler des Restes a [$\underline{e}_{il}$: $N(0\ ;\ \sigma^2_{\text{Rest a}})$] .
$\underline{e}_{jl}$: Zufallsfehler des Restes b [$\underline{e}_{jl}$: $N(0\ ;\ \sigma^2_{\text{Rest b}})$] .
$\underline{e}_{kl}$: Zufallsfehler des Restes c [$\underline{e}_{kl}$: $N(0\ ;\ \sigma^2_{\text{Rest c}})$] .
$\underline{e}_{ijl}$: Zufallsfehler des Restes ab [$\underline{e}_{ijl}$: $N(0\ ;\ \sigma^2_{\text{Rest ab}})$] .
$\underline{e}_{ikl}$: Zufallsfehler des Restes ac [$\underline{e}_{ikl}$: $N(0\ ;\ \sigma^2_{\text{Rest ac}})$] .
$\underline{e}_{jkl}$: Zufallsfehler des Restes bc [$\underline{e}_{jkl}$: $N(0\ ;\ \sigma^2_{\text{Rest bc}})$] .
$\underline{e}_{ijkl}$: Zufallsfehler des Restes abc [$\underline{e}_{ijkl}$: $N(0\ ;\ \sigma^2_{\text{Rest abc}})$] .

Bei den lateinischen Anlagen kommt beim Einzelwert y_{ijklm} und dem Rest abc $\underline{e}_{ijklm}$ der Index m für die Säule hinzu.

Der in den Varianztabellen aufgeführte Term *Sgl* hat für alle dreifaktorielle Anlagen den Wert

$$Sgl = \frac{1}{abcr}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{ijkl}\right)^2 :$$

Dreifaktorielle Blockanlage (AxBxC)-Bl

Modell: $\underline{y}_{ijkl} = \mu + \underline{bl}_l + a_i + b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + \underline{e}_{ijkl}$

Varianztabelle: (AxBxC)-Bl

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	H_0
Gesamt	a∗b∗c∗r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{ijkl}^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$		
Blocks	r - 1	$\frac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r} bl_l^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$		
A	a - 1	$\frac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\ abc}}$
B	b - 1	$\frac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\ abc}}$
C	c - 1	$\frac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c} c_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_C}{FG_C}$	$\frac{MQ_C}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_C < F_{1-\alpha;FG_C,FG_{Rest\ abc}}$
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(a\,b)_{ij}\right]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\ abc}}$
A x C	(a-1)(c-1)	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\left[(a\,c)_{ik}\right]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_C$	$\frac{SQ_{AxC}}{FG_{AxC}}$	$\frac{MQ_{AxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxC} < F_{1-\alpha;FG_{AxC},FG_{Rest\ abc}}$
B x C	(b-1)(c-1)	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left[(b\,c)_{jk}\right]^2$ $-Sgl - SQ_B - SQ_C$	$\frac{SQ_{BxC}}{FG_{BxC}}$	$\frac{MQ_{BxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{BxC} < F_{1-\alpha;FG_{BxC},FG_{Rest\ abc}}$
A x B x C	(a-1) ∗(b-1) ∗(c-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left[(a\,b\,c)_{ijk}\right]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B - SQ_C$ $- SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$	$\frac{SQ_{AxBxC}}{FG_{AxBxC}}$	$\frac{MQ_{AxBxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxBxC} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxBxC},FG_{Rest\ abc}}$
Rest abc	(a b c - 1) ∗(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_B - SQ_C - SQ_{AxB}$ $- SQ_{AxC} - SQ_{BxC} - SQ_{AxBxC}$	$\frac{SQ_{Rest\ abc}}{FG_{Rest\ abc}}$		

Dreifaktorielles lateinisches Quadrat (AxBxC)-LQ
Dreifaktorielles lateinisches Rechteck (AxBxC)-LR

Modell: $\underline{y}_{ijklm} = \mu + \underline{bl}_l + s_m + a_i + b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + \underline{e}_{ijklm}$

Varianztabelle:

(AxBxC)-LQ
(AxBxC)-LR

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	H_0
Gesamt	a∗b∗c∗r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{ijklm}^2 - SgI$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$		
Blocks	r - 1	$\frac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r} bl_l^2 - SgI$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$		
Säulen	r - 1	$\frac{1}{abc}\sum_{m=1}^{r} l_l^2 - SgI$	$\frac{SQ_{Säulen}}{FG_{Säulen}}$		
A	a - 1	$\frac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - SgI$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\ abc}}$
B	b - 1	$\frac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - SgI$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\ abc}}$
C	c - 1	$\frac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c} c_k^2 - SgI$	$\frac{SQ_C}{FG_C}$	$\frac{MQ_C}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_C < F_{1-\alpha;FG_C,FG_{Rest\ abc}}$
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(a\,b)_{ij}\right]^2$ $-SgI - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\ abc}}$
A x C	(a-1)(c-1)	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\left[(a\,c)_{ik}\right]^2$ $-SgI - SQ_A - SQ_C$	$\frac{SQ_{AxC}}{FG_{AxC}}$	$\frac{MQ_{AxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxC} < F_{1-\alpha;FG_{AxC},FG_{Rest\ abc}}$
B x C	(b-1)(c-1)	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left[(b\,c)_{jk}\right]^2$ $-SgI - SQ_B - SQ_C$	$\frac{SQ_{BxC}}{FG_{BxC}}$	$\frac{MQ_{BxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{BxC} < F_{1-\alpha;FG_{BxC},FG_{Rest\ abc}}$
A x B x C	(a-1) ∗(b-1) ∗(c-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left[(a\,b\,c)_{ijk}\right]^2$ $-SgI - SQ_A - SQ_B - SQ_C$ $- SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$	$\frac{SQ_{AxBxC}}{FG_{AxBxC}}$	$\frac{MQ_{AxBxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxBxC} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxBxC},FG_{Rest\ abc}}$
Rest abc	(a b c - 2) ∗(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks} - SQ_{Säulen}$ $- SQ_A - SQ_B - SQ_C - SQ_{AxB}$ $- SQ_{AxC} - SQ_{BxC} - SQ_{AxBxC}$	$\frac{SQ_{Rest\ abc}}{FG_{Rest\ abc}}$		

Dreifaktorielle Spaltanlage (A/B/C)-Bl

Modell: $\underline{y}_{ijkl} = \mu + \underline{bl}_l + a_i + \underline{e}_{il} + b_j + c_k + (ab)_{ij} + \underline{e}_{ijl} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + \underline{e}_{ijkl}$

Varianztabelle: (A/B/C)-Bl

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F	H_0
Gesamt	a*b*c*r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{ijkl}^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$		
Blocks	r - 1	$\frac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r} bl_l^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$		
A	a - 1	$\frac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\ a}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\ a}}$
Rest a	(a-1)(r-1)	$\frac{1}{bc}\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}[(a\,bl)_{il}]^2$ $- Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_A$	$\frac{SQ_{Rest\ a}}{FG_{Rest\ a}}$		
B	b - 1	$\frac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\ ab}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\ ab}}$
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}[(a\,b)_{ij}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\ ab}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\ ab}}$
Rest ab	a(b-1)(r-1)	$\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r}[(a\,b\,bl)_{ijl}]^2$ $-\frac{1}{bc}\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}[(a\,bl)_{il}]^2$ $- SQ_B - SQ_{AxB}$	$\frac{SQ_{Rest\ ab}}{FG_{Rest\ ab}}$		
C	c - 1	$\frac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c} c_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_C}{FG_C}$	$\frac{MQ_C}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_C < F_{1-\alpha;FG_C,FG_{Rest\ abc}}$
A x C	(a-1)(c-1)	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}[(a\,c)_{ik}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_C$	$\frac{SQ_{AxC}}{FG_{AxC}}$	$\frac{MQ_{AxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxC} < F_{1-\alpha;FG_{AxC},FG_{Rest\ abc}}$
B x C	(b-1)(c-1)	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(b\,c)_{jk}]^2$ $-Sgl - SQ_B - SQ_C$	$\frac{SQ_{BxC}}{FG_{BxC}}$	$\frac{MQ_{BxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{BxC} < F_{1-\alpha;FG_{BxC},FG_{Rest\ abc}}$
A x B x C	(a-1) *(b-1) *(c-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(a\,b\,c)_{ijk}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B - SQ_C$ $- SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$	$\frac{SQ_{AxBxC}}{FG_{AxBxC}}$	$\frac{MQ_{AxBxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxBxC} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxBxC},FG_{Rest\ abc}}$
Rest abc	ab(c-1)(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_{Rest\ a} - SQ_B -$ $SQ_{AxB} - SQ_{Rest\ ab} - SQ_C -$ $SQ_{AxC} - SQ_{BxC} - SQ_{AxBxC}$	$\frac{SQ_{Rest\ abc}}{FG_{Rest\ abc}}$		

Dreifaktorielle zweistufige Spaltanlage [(AxB)/C]-Bl

Modell: $\underline{y}_{ijkl} = \mu + \underline{bl}_l + a_i + b_j + (ab)_{ij} + \underline{e}_{ijl} + c_k + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + \underline{e}_{ijkl}$

Varianztabelle: [(AxB)/C]-Bl

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	H_0
Gesamt	a∗b∗c∗r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{ijkl}^2 - SgI$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$		
Blocks	r - 1	$\frac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r} bl_l^2 - SgI$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$		
A	a - 1	$\frac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - SgI$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\ ab}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\ ab}}$
B	b - 1	$\frac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - SgI$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\ ab}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\ ab}}$
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}[(a\,b)_{ij}]^2$ $-SgI - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\ ab}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\ ab}}$
Rest ab	(ab-1)(r-1)	$\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r}[(a\,b\,bl)_{ijl}]^2$ $-\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}[(a\,b)_{ij}]^2 - SQ_{Blocks}$	$\frac{SQ_{Rest\ ab}}{FG_{Rest\ ab}}$		
C	c - 1	$\frac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c} c_k^2 - SgI$	$\frac{SQ_C}{FG_C}$	$\frac{MQ_C}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_C < F_{1-\alpha;FG_C,FG_{Rest\ abc}}$
A x C	(a-1)(c-1)	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}[(a\,c)_{ik}]^2$ $-SgI - SQ_A - SQ_C$	$\frac{SQ_{AxC}}{FG_{AxC}}$	$\frac{MQ_{AxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxC} < F_{1-\alpha;FG_{AxC},FG_{Rest\ abc}}$
B x C	(b-1)(c-1)	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(b\,c)_{jk}]^2$ $-SgI - SQ_B - SQ_C$	$\frac{SQ_{BxC}}{FG_{BxC}}$	$\frac{MQ_{BxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{BxC} < F_{1-\alpha;FG_{BxC},FG_{Rest\ abc}}$
A x B x C	(a-1) ∗(b-1) ∗(c-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(a\,b\,c)_{ijk}]^2$ $-SgI - SQ_A - SQ_B - SQ_C$ $- SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$	$\frac{SQ_{AxBxC}}{FG_{AxBxC}}$	$\frac{MQ_{AxBxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxBxC} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxBxC},FG_{Rest\ abc}}$
Rest abc	ab(c-1)(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_B - SQ_{AxB} -$ $SQ_{Rest\ ab} - SQ_C - SQ_{AxC} -$ $SQ_{BxC} - SQ_{AxBxC}$	$\frac{SQ_{Rest\ abc}}{FG_{Rest\ abc}}$		

Dreifaktorielle zweistufige Spaltanlage [A/(BxC)]-Bl

Modell: $\underline{y}_{ijkl} = \mu + \underline{bl}_l + a_i + \underline{e}_{il} + b_j + c_k + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + \underline{e}_{ijkl}$

Varianztabelle: [A/(BxC)]-Bl

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F	H_0
Gesamt	a∗b∗c∗r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{ijkl}^2 - SgI$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$		
Blocks	r - 1	$\frac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r} bl_l^2 - SgI$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$		
A	a - 1	$\frac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - SgI$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\,a}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\,a}}$
Rest a	(a-1)(r-1)	$\frac{1}{bc}\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}[(a\,bl)_{il}]^2$ $- SgI - SQ_{Blocks} - SQ_A$	$\frac{SQ_{Rest\,a}}{FG_{Rest\,a}}$		
B	b - 1	$\frac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - SgI$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\,abc}}$
C	c - 1	$\frac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c} c_k^2 - SgI$	$\frac{SQ_C}{FG_C}$	$\frac{MQ_C}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_C < F_{1-\alpha;FG_C,FG_{Rest\,abc}}$
B x C	(b-1)(c-1)	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(b\,c)_{jk}]^2$ $-SgI - SQ_B - SQ_C$	$\frac{SQ_{BxC}}{FG_{BxC}}$	$\frac{MQ_{BxC}}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_{BxC} < F_{1-\alpha;FG_{BxC},FG_{Rest\,abc}}$
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}[(a\,b)_{ij}]^2$ $-SgI - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\,abc}}$
A x C	(a-1)(c-1)	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}[(a\,c)_{ik}]^2$ $-SgI - SQ_A - SQ_C$	$\frac{SQ_{AxC}}{FG_{AxC}}$	$\frac{MQ_{AxC}}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_{AxC} < F_{1-\alpha;FG_{AxC},FG_{Rest\,abc}}$
A x B x C	(a-1) ∗(b-1) ∗(c-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(a\,b\,c)_{ijk}]^2$ $-SgI - SQ_A - SQ_B - SQ_C$ $- SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$	$\frac{SQ_{AxBxC}}{FG_{AxBxC}}$	$\frac{MQ_{AxBxC}}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_{AxBxC} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxBxC},FG_{Rest\,abc}}$
Rest abc	a (b c - 1) ∗(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_{Rest\,a} - SQ_B -$ $SQ_C - SQ_{BxC} - SQ_{AxB} -$ $SQ_{AxC} - SQ_{AxBxC}$	$\frac{SQ_{Rest\,abc}}{FG_{Rest\,abc}}$		

Dreifaktorielle zweistufige Streifenanlage [A+(BxC)]-Bl

Modell: $\underline{y}_{ijkl} = \mu + \underline{bl}_l + a_i + \underline{e}_{il} + b_j + c_k + (bc)_{jk} + \underline{e}_{jkl} + (ab)_{ij} + (ac)_{ik} + (abc)_{ijk} + \underline{e}_{ijkl}$

Varianztabelle: [A+(BxC)]-Bl

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	H_0
Gesamt	a*b*c*r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{ijkl}^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$		
Blocks	r - 1	$\frac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r} bl_l^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$		
A	a - 1	$\frac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\ a}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\ a}}$
Rest a	(a-1)(r-1)	$\frac{1}{bc}\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}[(a\,bl)_{il}]^2$ $- Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_A$	$\frac{SQ_{Rest\ a}}{FG_{Rest\ a}}$		
B	b - 1	$\frac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\ bc}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\ bc}}$
C	c - 1	$\frac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c} c_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_C}{FG_C}$	$\frac{MQ_C}{MQ_{Rest\ bc}}$	$F_C < F_{1-\alpha;FG_C,FG_{Rest\ bc}}$
B x C	(b-1)(c-1)	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(b\,c)_{jk}]^2$ $-Sgl - SQ_B - SQ_C$	$\frac{SQ_{BxC}}{FG_{BxC}}$	$\frac{MQ_{BxC}}{MQ_{Rest\ bc}}$	$F_{BxC} < F_{1-\alpha;FG_{BxC},FG_{Rest\ bc}}$
Rest bc	(bc-1)(r-1)	$\frac{1}{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}[(b\,c\,bl)_{jkl}]^2$ $-\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(b\,c)_{jk}]^2 - SQ_{Blocks}$	$\frac{SQ_{Rest\ bc}}{FG_{Rest\ bc}}$		
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}[(a\,b)_{ij}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\ abc}}$
A x C	(a-1)(c-1)	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}[(a\,c)_{ik}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_C$	$\frac{SQ_{AxC}}{FG_{AxC}}$	$\frac{MQ_{AxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxC} < F_{1-\alpha;FG_{AxC},FG_{Rest\ abc}}$
A x B x C	(a-1) *(b-1) *(c-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(a\,b\,c)_{ijk}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B - SQ_C$ $- SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$	$\frac{SQ_{AxBxC}}{FG_{AxBxC}}$	$\frac{MQ_{AxBxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxBxC} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxBxC},FG_{Rest\ abc}}$
Rest abc	(a-1)(bc-1) *(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_{Rest\ a} - SQ_B -$ $SQ_C - SQ_{BxC} - SQ_{Rest\ bc} -$ $SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{AxBxC}$	$\frac{SQ_{Rest\ abc}}{FG_{Rest\ abc}}$		

Dreifaktorielle Streifen-Spaltanlage [A+(B/C)]-Bl

Modell: $\underline{y}_{ijkl} = \mu + \underline{bl}_l + a_i + \underline{e}_{il} + b_j + \underline{e}_{jl} + c_k + (bc)_{jk} + \underline{e}_{jkl} + (ab)_{ij} + \underline{e}_{ijl} + (ac)_{ik} + (abc)_{ijk} + \underline{e}_{ijkl}$

Varianztabelle: [A+(B/C)]-Bl

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	H_0
Gesamt	a*b*c*r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{ijkl}^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$		
Blocks	r - 1	$\frac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r} bl_l^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$		
A	a - 1	$\frac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\ a}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\ a}}$
Rest a	(a-1)(r-1)	$\frac{1}{bc}\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}[(a\,bl)_{il}]^2$ $- Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_A$	$\frac{SQ_{Rest\ a}}{FG_{Rest\ a}}$		
B	b - 1	$\frac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\ b}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\ b}}$
Rest b	(b-1)(r-1)	$\frac{1}{ac}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r}[(b\,bl)_{jl}]^2$ $- Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_B$	$\frac{SQ_{Rest\ b}}{FG_{Rest\ b}}$		
C	c - 1	$\frac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c} c_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_C}{FG_C}$	$\frac{MQ_C}{MQ_{Rest\ bc}}$	$F_C < F_{1-\alpha;FG_C,FG_{Rest\ bc}}$
B x C	(b-1)(c-1)	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(b\,c)_{jk}]^2$ $-Sgl - SQ_B - SQ_C$	$\frac{SQ_{BxC}}{FG_{BxC}}$	$\frac{MQ_{BxC}}{MQ_{Rest\ bc}}$	$F_{BxC} < F_{1-\alpha;FG_{BxC},FG_{Rest\ bc}}$
Rest bc	b(c-1)(r-1)	$\frac{1}{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}[(b\,c\,bl)_{jkl}]^2$ $-\frac{1}{ac}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r}[(b\,bl)_{jl}]^2 - SQ_C - SQ_{BxC}$	$\frac{SQ_{Rest\ bc}}{FG_{Rest\ bc}}$		
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}[(a\,b)_{ij}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\ ab}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\ ab}}$
Rest ab	(a-1)(b-1) *(r-1)	$\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r}[(a\,b\,bl)_{ijl}]^2 - \frac{1}{bc}\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}[(a\,bl)_{il}]^2$ $-\frac{1}{ac}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r}[(b\,bl)_{jl}]^2 - Sgl$ $SQ_{Blocks} - SQ_{AxB}$	$\frac{SQ_{Rest\ ab}}{FG_{Rest\ ab}}$		
A x C	(a-1)(c-1)	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}[(a\,c)_{ik}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_C$	$\frac{SQ_{AxC}}{FG_{AxC}}$	$\frac{MQ_{AxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxC} < F_{1-\alpha;FG_{AxC},FG_{Rest\ abc}}$
A x B x C	(a-1) *(b-1) *(c-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(a\,b\,c)_{ijk}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B - SQ_C$ $- SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$	$\frac{SQ_{AxBxC}}{FG_{AxBxC}}$	$\frac{MQ_{AxBxC}}{MQ_{Rest\ abc}}$	$F_{AxBxC} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxBxC},FG_{Rest\ abc}}$
Rest abc	b(a-1)(c-1) *(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_{Rest\ a} - SQ_B -$ $SQ_{Rest\ b} - SQ_C - SQ_{BxC} -$ $SQ_{Rest\ bc} - SQ_{AxB} - SQ_{Rest\ ab}$ $- SQ_{AxC} - SQ_{AxBxC}$	$\frac{SQ_{Rest\ abc}}{FG_{Rest\ abc}}$		

Dreifaktorielle Spalt-Streifenanlage [(A+B)/C]-Bl

Modell: $\underline{y}_{ijkl} = \mu + \underline{bl}_l + a_i + \underline{e}_{il} + b_j + \underline{e}_{jl} + (ab)_{ij} + \underline{e}_{ijl} + c_k + (ac)_{ik} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + \underline{e}_{ijkl}$

Varianztabelle: [(A+B)/C]-Bl

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	H_0
Gesamt	a*b*c*r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{ijkl}^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$		
Blocks	r - 1	$\frac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r} bl_l^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$		
A	a - 1	$\frac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\,a}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\,a}}$
Rest a	(a-1)(r-1)	$\frac{1}{bc}\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}[(a\,bl)_{il}]^2$ $- Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_A$	$\frac{SQ_{Rest\,a}}{FG_{Rest\,a}}$		
B	b - 1	$\frac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\,b}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\,b}}$
Rest b	(b-1)(r-1)	$\frac{1}{ac}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r}[(b\,bl)_{jl}]^2$ $- Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_B$	$\frac{SQ_{Rest\,b}}{FG_{Rest\,b}}$		
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}[(a\,b)_{ij}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\,ab}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\,ab}}$
Rest ab	(a-1)(b-1) *(r-1)	$\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r}[(a\,b\,bl)_{ijl}]^2$ $-Sgl - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_B - SQ_{AxB}$	$\frac{SQ_{Rest\,ab}}{FG_{Rest\,ab}}$		
C	c - 1	$\frac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c} c_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_C}{FG_C}$	$\frac{MQ_C}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_C < F_{1-\alpha;FG_C,FG_{Rest\,abc}}$
A x C	(a-1)(c-1)	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}[(a\,c)_{ik}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_C$	$\frac{SQ_{AxC}}{FG_{AxC}}$	$\frac{MQ_{AxC}}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_{AxC} < F_{1-\alpha;FG_{AxC},FG_{Rest\,abc}}$
B x C	(b-1)(c-1)	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(b\,c)_{jk}]^2$ $-Sgl - SQ_B - SQ_C$	$\frac{SQ_{BxC}}{FG_{BxC}}$	$\frac{MQ_{BxC}}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_{BxC} < F_{1-\alpha;FG_{BxC},FG_{Rest\,abc}}$
A x B x C	(a-1) *(b-1) *(c-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(a\,b\,c)_{ijk}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B - SQ_C$ $- SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$	$\frac{SQ_{AxBxC}}{FG_{AxBxC}}$	$\frac{MQ_{AxBxC}}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_{AxBxC} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxBxC},FG_{Rest\,abc}}$
Rest abc	a b (c - 1) *(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_{Rest\,a} - SQ_B -$ $SQ_{Rest\,b} - SQ_{AxB} - SQ_{Rest\,ab}$ $- SQ_C - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$ $- SQ_{AxBxC}$	$\frac{SQ_{Rest\,abc}}{FG_{Rest\,abc}}$		

Dreifaktorielle Spalt-Streifenanlage [A/(B+C)]-Bl

Modell: $\underline{y}_{ijkl} = \mu + \underline{bl}_l + a_i + \underline{e}_{il} + b_j + (ab)_{ij} + \underline{e}_{ijl} + c_k + (ac)_{ik} + \underline{e}_{ikl} + (bc)_{jk} + (abc)_{ijk} + \underline{e}_{ijkl}$

Varianztabelle: [A/(B+C)]-Bl

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F	H_0
Gesamt	a*b*c*r - 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{ijkl}^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Gesamt}}{FG_{Gesamt}}$		
Blocks	r - 1	$\frac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r} bl_l^2 - Sgl$	$\frac{SQ_{Blocks}}{FG_{Blocks}}$		
A	a - 1	$\frac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a} a_i^2 - Sgl$	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{Rest\,a}}$	$F_A < F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest\,a}}$
Rest a	(a-1)(r-1)	$\frac{1}{bc}\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}[(a\,bl)_{il}]^2$ $- Sgl - SQ_{Blocks} - SQ_A$	$\frac{SQ_{Rest\,a}}{FG_{Rest\,a}}$		
B	b - 1	$\frac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b} b_j^2 - Sgl$	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest\,ab}}$	$F_B < F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest\,ab}}$
A x B	(a-1)(b-1)	$\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}[(a\,b)_{ij}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B$	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest\,ab}}$	$F_{AxB} < F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest\,ab}}$
Rest ab	a(b-1)(r-1)	$\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r}[(a\,b\,bl)_{ijl}]^2$ $-Sgl - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_B - SQ_{AxB}$	$\frac{SQ_{Rest\,ab}}{FG_{Rest\,ab}}$		
C	c - 1	$\frac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c} c_k^2 - Sgl$	$\frac{SQ_C}{FG_C}$	$\frac{MQ_C}{MQ_{Rest\,ac}}$	$F_C < F_{1-\alpha;FG_C,FG_{Rest\,ac}}$
A x C	(a-1)(c-1)	$\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}[(a\,c)_{ik}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_C$	$\frac{SQ_{AxC}}{FG_{AxC}}$	$\frac{MQ_{AxC}}{MQ_{Rest\,ac}}$	$F_{AxC} < F_{1-\alpha;FG_{AxC},FG_{Rest\,ac}}$
Rest ac	a(c-1)(r-1)	$\frac{1}{b}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}[(a\,c\,bl)_{ikl}]^2$ $-Sgl - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_C - SQ_{AxC}$	$\frac{SQ_{Rest\,ac}}{FG_{Rest\,ac}}$		
B x C	(b-1)(c-1)	$\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(b\,c)_{jk}]^2$ $-Sgl - SQ_B - SQ_C$	$\frac{SQ_{BxC}}{FG_{BxC}}$	$\frac{MQ_{BxC}}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_{BxC} < F_{1-\alpha;FG_{BxC},FG_{Rest\,abc}}$
A x B x C	(a-1) *(b-1) *(c-1)	$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}[(a\,b\,c)_{ijk}]^2$ $-Sgl - SQ_A - SQ_B - SQ_C$ $- SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$	$\frac{SQ_{AxBxC}}{FG_{AxBxC}}$	$\frac{MQ_{AxBxC}}{MQ_{Rest\,abc}}$	$F_{AxBxC} <$ $F_{1-\alpha;FG_{AxBxC},FG_{Rest\,abc}}$
Rest abc	a(b-1)(c-1) *(r-1)	$SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks}$ $- SQ_A - SQ_{Rest\,a} - SQ_B$ $- SQ_C - SQ_{AxB} - SQ_{Rest\,ab}$ $- SQ_{AxC} - SQ_{Rest\,ac} - SQ_{BxC}$ $- SQ_{AxBxC}$	$\frac{SQ_{Rest\,abc}}{FG_{Rest\,abc}}$		

11.5.3 Konfidenzintervalle der Mittelwerte

Die Schätzungen der (1-α)-Konfidenzintervalle $\langle m-t*s\,;\,m+t*s\rangle$ für die Mittelwerte m der Stufen der Faktoren A, B und C sowie für die Mittelwerte der Kombinationen der Stufen der Prüffaktoren AxB, AxC, BxC und AxBxC werden angegeben.

Dreifaktorielle Blockanlage (AxBxC)-Bl

Mittelwert	s	t
A: $m=\bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(a-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(a-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(a-1)MQ_{Rest\,abc}}$
B: $m=\bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(b-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(b-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(b-1)MQ_{Rest\,abc}}$
C: $m=\bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(c-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
AB: $m=\bar{y}_{ij\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(ab-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(ab-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(ab-1)MQ_{Rest\,abc}}$
AC: $m=\bar{y}_{i\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(ac-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(ac-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(ac-1)MQ_{Rest\,abc}}$
BC: $m=\bar{y}_{\bullet jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(bc-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(bc-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(bc-1)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC: $m=\bar{y}_{ijk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(abc-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(abc-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(abc-1)MQ_{Rest\,abc}}$

Dreifaktorielles lateinisches Quadrat (AxBxC)-LQ
Dreifaktorielles lateinisches Rechteck (AxBxC)-LR

Bei der Kennzeichnung der Mittelwerte wird der Säulenindex nicht angegeben.

Mittelwert	s	t
A: $m=\bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(a-2)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+MQ_{Säulen}*t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}}+(a-2)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(a-2)MQ_{Rest\,abc}}$
B: $m=\bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(b-2)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+MQ_{Säulen}*t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}}+(b-2)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(b-2)MQ_{Rest\,abc}}$
C: $m=\bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(c-2)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+MQ_{Säulen}*t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}}+(c-2)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(c-2)MQ_{Rest\,abc}}$
AB: $m=\bar{y}_{ij\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(ab-2)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+MQ_{Säulen}*t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}}+(ab-2)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(ab-2)MQ_{Rest\,abc}}$
AC: $m=\bar{y}_{i\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(ac-2)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+MQ_{Säulen}*t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}}+(ac-2)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(ac-2)MQ_{Rest\,abc}}$
BC: $m=\bar{y}_{\bullet jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(bc-2)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+MQ_{Säulen}*t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}}+(bc-2)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(bc-2)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC: $m=\bar{y}_{ijk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(abc-2)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+MQ_{Säulen}*t_{1-\alpha/2;FG_{Säulen}}+(abc-2)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+MQ_{Säulen}+(abc-2)MQ_{Rest\,abc}}$

Dreifaktorielle Spaltanlage (A/B/C)-Bl

Mittelwert	s	t
A: $m = \bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest a}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}}}$
B: $m = \bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest ab}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}}}$
C: $m = \bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AB: $m = \bar{y}_{ij\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}} + a(b-1)MQ_{\text{Rest ab}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest a}}} + a(b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest ab}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}} + a(b-1)MQ_{\text{Rest ab}}}$
AC: $m = \bar{y}_{i\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}} + a(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest a}}} + a(c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}} + a(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
BC: $m = \bar{y}_{\bullet jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + b(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest ab}}} + b(c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + b(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC: $m = \bar{y}_{ijk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}} + a(c-1)MQ_{\text{Rest ab}} + a(bc-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Bl.}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Bl.}}} + (a-1)MQ_{\text{R. a}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{R. a}}} + a(c-1)MQ_{\text{R. ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{R. ab}}} + a(bc-1)MQ_{\text{R. abc}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{R. abc}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest a}} + a(c-1)MQ_{\text{Rest ab}} + a(bc-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$

Dreifaktorielle zweistufige Spaltanlage [(AxB)/C]-Bl

Mittelwert	s	t
A: $m = \bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest ab}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (a-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest ab}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest ab}}}$
B: $m = \bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest ab}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}}}$
C: $m = \bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AB: $m = \bar{y}_{ij\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (ab-1)MQ_{\text{Rest ab}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (ab-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest ab}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (ab-1)MQ_{\text{Rest ab}}}$
AC: $m = \bar{y}_{i\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest ab}} + a(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (a-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest ab}}} + a(c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (a-1)MQ_{\text{Rest ab}} + a(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
BC: $m = \bar{y}_{\bullet jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + b(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest ab}}} + b(c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + b(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC: $m = \bar{y}_{ijk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{\text{Blocks}} + (ab-1)MQ_{\text{Rest ab}} + ab(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Blocks}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Blocks}}} + (ab-1)MQ_{\text{Rest ab}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest ab}}} + ab(c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * t_{1-\alpha/2;FG_{\text{Rest. abc}}}}{MQ_{\text{Blocks}} + (ab-1)MQ_{\text{Rest ab}} + ab(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$

Dreifaktorielle zweistufige Spaltanlage [A/(BxC)]-BI

Mittel-wert	s	t
A : $m=\bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(a-1)MQ_{Rest\,a}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(a-1)MQ_{Rest\,a}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}}{MQ_{Blocks}+(a-1)MQ_{Rest\,a}}$
B : $m=\bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(b-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(b-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(b-1)MQ_{Rest\,abc}}$
C : $m=\bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(c-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
AB : $m=\bar{y}_{ij\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(a-1)MQ_{Rest\,a}+a(b-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(a-1)MQ_{Rest\,a}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}+a(b-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(a-1)MQ_{Rest\,a}+a(b-1)MQ_{Rest\,abc}}$
AC : $m=\bar{y}_{i\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(a-1)MQ_{Rest\,a}+a(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(a-1)MQ_{Rest\,a}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}+a(c-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(a-1)MQ_{Rest\,a}+a(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
BC : $m=\bar{y}_{\bullet jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(bc-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(bc-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(bc-1)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC : $m=\bar{y}_{ijk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks}+(a-1)MQ_{Rest\,a}+a(bc-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks}*t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}}+(a-1)MQ_{Rest\,a}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}+a(bc-1)MQ_{Rest\,abc}*t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks}+(a-1)MQ_{Rest\,a}+a(bc-1)MQ_{Rest\,abc}}$

Dreifaktorielle zweistufige Streifenanlage [A+(BxC)]-Bl

Mittelwert	s	t
A: $m = \bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}}$
B: $m = \bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,bc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\,bc} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,bc}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,bc}}$
C: $m = \bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (c-1)MQ_{Rest\,bc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (c-1)MQ_{Rest\,bc} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,bc}}}{MQ_{Blocks} + (c-1)MQ_{Rest\,bc}}$
AB: $m = \bar{y}_{ij\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,bc} + (a-1)(b-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Bl.} * t_{1-\alpha/2;FG_{Bl}} + (a-1)MQ_{R.\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,a}} + (b-1)MQ_{R.\,bc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,bc}} + (a-1)(b-1)MQ_{R.\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,abc}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,bc} + (a-1)(b-1)MQ_{Rest\,abc}}$
AC: $m = \bar{y}_{i\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (c-1)MQ_{Rest\,bc} + (a-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Bl.} * t_{1-\alpha/2;FG_{Bl.}} + (a-1)MQ_{R.\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,a}} + (c-1)MQ_{R.\,bc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,bc}} + (a-1)(c-1)MQ_{R.\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,abc}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (c-1)MQ_{Rest\,bc} + (a-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
BC: $m = \bar{y}_{\bullet jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (bc-1)MQ_{Rest\,bc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (bc-1)MQ_{Rest\,bc} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,bc}}}{MQ_{Blocks} + (bc-1)MQ_{Rest\,bc}}$
ABC: $m = \bar{y}_{ijk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (bc-1)MQ_{Rest\,bc} + (a-1)(bc-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Bl.} * t_{1-\alpha/2;FG_{Bl}} + (a-1)MQ_{R.\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,a}} + (bc-1)MQ_{R.\,bc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,bc}} + (a-1)(bc-1)MQ_{R.\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,abc}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (bc-1)MQ_{Rest\,bc} + (a-1)(bc-1)MQ_{Rest\,abc}}$

Dreifaktorielle Streifen-Spaltanlage [A+(B/C)]-Bl

Mittel-wert	s	t
A: $m = \bar{y}_{i\cdot\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}}$
B: $m = \bar{y}_{\cdot j\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,b}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,b}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,b}}$
C: $m = \bar{y}_{\cdot\cdot k\cdot}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (c-1)MQ_{Rest\,bc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (c-1)MQ_{Rest\,bc} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,bc}}}{MQ_{Blocks} + (c-1)MQ_{Rest\,bc}}$
AB: $m = \bar{y}_{ij\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + (a-1)(b-1)MQ_{Rest\,ab}\right]}$	$\frac{MQ_{Bl.} * t_{1-\alpha/2;FG_{Bl.}} + (a-1)MQ_{R.\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,a}} + (b-1)MQ_{R.\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,b}} + (a-1)(b-1)MQ_{R.\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,ab}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + (a-1)(b-1)MQ_{Rest\,ab}}$
AC: $m = \bar{y}_{i\cdot k\cdot}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (c-1)MQ_{Rest\,bc} + (a-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Bl.} * t_{1-\alpha/2;FG_{Bl.}} + (a-1)MQ_{R.\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,a}} + (c-1)MQ_{R.\,bc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,bc}} + (a-1)(c-1)MQ_{R.\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,abc}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (c-1)MQ_{Rest\,bc} + (a-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
BC: $m = \bar{y}_{\cdot jk\cdot}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + b(c-1)MQ_{Rest\,bc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,b}} + b(c-1)MQ_{Rest\,bc} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,bc}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + b(c-1)MQ_{Rest\,bc}}$
ABC: $m = \bar{y}_{ijk\cdot}$	$s = \sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (ab-1)MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + (a-1)(b-1)MQ_{Rest\,ab} + b(c-1)MQ_{Rest\,bc} + b(a-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$t = \frac{MQ_{Bl.} * t_{1-\alpha/2;FG_{Bl.}} + (ab-1)MQ_{R.\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,a}} + (b-1)MQ_{R.\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,b}} + (a-1)(b-1)MQ_{R.\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,ab}} + b(c-1)MQ_{R.\,bc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,bc}} + b(a-1)(c-1)MQ_{R.\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,abc}}}{MQ_{Bl.} + (ab-1)MQ_{R.\,a} + (b-1)MQ_{R.\,b} + (a-1)(b-1)MQ_{R.\,ab} + b(c-1)MQ_{R.\,bc} + b(a-1)(c-1)MQ_{R.\,abc}}$

Dreifaktorielle Spalt-Streifenanlage [(A+B)/C]-Bl

Mittel-wert	s	t
A : $m = \bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}}$
B : $m = \bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,b}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,b}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,b}}$
C : $m = \bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (c-1)MQ_{Rest\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks} + (c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
AB : $m = \bar{y}_{ij\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + (a-1)(b-1)MQ_{Rest\,ab}\right]}$	$\frac{MQ_{Bl.} * t_{1-\alpha/2;FG_{Bl.}} + (a-1)MQ_{R.\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,a}} + (b-1)MQ_{R.\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,b}} + (a-1)(b-1)MQ_{R.\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,ab}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + (a-1)(b-1)MQ_{Rest\,ab}}$
AC : $m = \bar{y}_{i\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}} + a(c-1)MQ_{Rest\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
BC : $m = \bar{y}_{\bullet jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + b(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,b}} + b(c-1)MQ_{Rest\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + b(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC : $m = \bar{y}_{ijk\bullet}$	$s = \sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + (a-1)(b-1)MQ_{Rest\,ab} + ab(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	
	$t = \frac{MQ_{Bl.} * t_{1-\alpha/2;FG_{Bl.}} + (a-1)MQ_{R.\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,a}} + (b-1)MQ_{R.\,b} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,b}} + (a-1)(b-1)MQ_{R.\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,ab}} + ab(c-1)MQ_{R.\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{R.\,abc}}}{MQ_{Blocks} + (ab-1)MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,b} + (a-1)(b-1)MQ_{Rest\,ab} + ab(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$	

Dreifaktorielle Spalt-Streifenanlage [A/(B+C)]-Bl

Mittelwert	s	t
A: $m = \bar{y}_{i\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}}$
B: $m = \bar{y}_{\bullet j\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}}$
C: $m = \bar{y}_{\bullet\bullet k}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (c-1)MQ_{Rest\,ac}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (c-1)MQ_{Rest\,ac} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ac}}}{MQ_{Blocks} + (c-1)MQ_{Rest\,ac}}$
AB: $m = \bar{y}_{ij\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(b-1)MQ_{Rest\,ab}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}} + a(b-1)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(b-1)MQ_{Rest\,ab}}$
AC: $m = \bar{y}_{i\bullet k}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(c-1)MQ_{Rest\,ac}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}} + a(c-1)MQ_{Rest\,ac} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ac}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(c-1)MQ_{Rest\,ac}}$
BC: $m = \bar{y}_{\bullet jk}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} + (c-1)MQ_{Rest\,ac} + (b-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Bl} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ab}} + (c-1)MQ_{Rest\,ac} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ac}} + (b-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} + (c-1)MQ_{Rest\,ac} + (b-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$

ABC: $m = \bar{y}_{ijk\bullet}$

$$s = \sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(b-1)MQ_{Rest\,ab} + a(c-1)MQ_{Rest\,ac} + a(b-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$$

$$t = \frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}} + a(b-1)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ab}} + a(c-1)MQ_{Rest\,ac} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ac}} + a(b-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(b-1)MQ_{Rest\,ab} + a(c-1)MQ_{Rest\,ac} + a(b-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$$

11.5.4 Multiple Mittelwertvergleiche

In Abhängigkeit signifikanter Wechselwirkungen können im allgemeinen die mittleren Effekte von Faktoren und Faktorkombinationen nur getestet werden, indem die Kombination mit mindestens einem weiteren Faktor auf gleicher Stufe des nicht zu testenden Effektes verglichen werden. In der Tabelle 11.1 sind die (sinnvollen) Mittelwertvergleiche bei verschiedenen signifikanten Wechselwirkungen aufgelistet.

Obwohl es klar ist / sein müßte, soll an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, daß signifikante Wechselwirkungen nichts „Anrüchiges“ sind oder negativ zu beurteilen wären: (signifikante) Wechselwirkungen können durchaus nicht nur fachlich berechtigt, sondern auch „gewollt“ sein.

Tabelle 11.1: Sinnvolle Mittelwertvergleiche bei signifikanten Wechselwirkungen

signifikante Wechsel-wirkung(en)	zu testende mittlere Wirkung						
	A	B	C	AxB	AxC	BxC	AxBxC
	durch Vergleich der						
AxB	AB-Mittel auf gleicher Stufe von B	AB-Mittel auf gleicher Stufe von A	C-Mittel	AB-Mittel	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von B	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von A	ABC-Mittel
AxC	AC-Mittel auf gleicher Stufe von C	B-Mittel	AC-Mittel auf gleicher Stufe von A	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von C	AC-Mittel	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von A	ABC-Mittel
BxC	A-Mittel	BC-Mittel auf gleicher Stufe von C	BC-Mittel auf gleicher Stufe von B	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von C	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von B	BC-Mittel	ABC-Mittel
AxB AxC	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von BC	AB-Mittel auf gleicher Stufe von A	AC-Mittel auf gleicher Stufe von A	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von C	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von B	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von A	ABC-Mittel
AxB BxC	AB-Mittel auf gleicher Stufe von B	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von AC	BC-Mittel auf gleicher Stufe von B	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von C	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von B	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von A	ABC-Mittel
AxC BxC	AC-Mittel auf gleicher Stufe von C	BC-Mittel auf gleicher Stufe von C	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von AB	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von C	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von B	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von A	ABC-Mittel
AxB AxC BxC	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von BC	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von AC	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von AB	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von C	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von B	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von A	ABC-Mittel
AxBxC	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von BC	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von AC	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von AB	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von C	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von B	ABC-Mittel auf gleicher Stufe von A	ABC-Mittel

Die für die verschiedenen Mittelwertvergleiche aufzustellenden Hypothesen sind:

H_0^{A}: $\mu_i = \mu_{i'}$ $(i, i' = 1, 2, ..., a; i \neq i')$

H_0^{B}: $\mu_j = \mu_{j'}$ $(j, j' = 1, 2, ..., b; j \neq j')$

H_0^{C}: $\mu_k = \mu_{k'}$ $(k, k' = 1, 2, ..., c; k \neq k')$

H_0^{AB}: $\mu_{ij} = \mu_{i'j'}$ $(i, i' = 1, 2, ..., a: i \neq i' ; j, j' = 1, 2, ..., b: j \neq j')$

H_0^{AC}: $\mu_{ik} = \mu_{i'k'}$ $(i, i' = 1, 2, ..., a: i \neq i' ; k, k' = 1, 2, ..., c: k \neq k')$

H_0^{BC}: $\mu_{jk} = \mu_{j'k'}$ $(j, j' = 1, 2, ..., b: j \neq j' ; k, k' = 1, 2, ..., c: k \neq k')$

H_0^{ABC}: $\mu_{jk} = \mu_{j'k'}$ $(j, j' = 1, 2, ..., b: j \neq j' ; k, k' = 1, 2, ..., c: k \neq k')$

$H_0^{AB/A}$: $\mu_{ij} = \mu_{ij'}$ $(j, j' = 1, 2, ..., b: j \neq j' ; i = 1, 2, ..., a: i \text{ fest})$

$H_0^{AB/B}$: $\mu_{ij} = \mu_{i'j}$ $(i, i' = 1, 2, ..., a: i \neq i' ; j = 1, 2, ..., b: j \text{ fest})$

$H_0^{AC/A}$: $\mu_{ik} = \mu_{ik'}$ $(k, k' = 1, 2, ..., c: k \neq k' ; i = 1, 2, ..., a: i \text{ fest})$

$H_0^{AC/C}$: $\mu_{ik} = \mu_{i'k}$ $(i, i' = 1, 2, ..., a: i \neq i' ; k = 1, 2, ..., c: k \text{ fest})$

$H_0^{BC/B}$: $\mu_{jk} = \mu_{jk'}$ $(k, k' = 1, 2, ..., c: k \neq k' ; j = 1, 2, ..., b: j \text{ fest})$

$H_0^{BC/C}$: $\mu_{jk} = \mu_{j'k}$ $(j, j' = 1, 2, ..., b: j \neq j' ; k = 1, 2, ..., c: k \text{ fest})$

$H_0^{ABC/A}$: $\mu_{ijk} = \mu_{ij'k'}$ (j, j' = 1, 2, ..., b: j ≠ j' ; k, k' = 1, 2, ..., c: k ≠ k' ; i = 1, 2, ..., a: i fest)
$H_0^{ABC/B}$: $\mu_{ijk} = \mu_{i'jk'}$ (i, i' = 1, 2, ..., a: i ≠ i' ; k, k' = 1, 2, ..., c: k ≠ k' ; j = 1, 2, ..., b: j fest)
$H_0^{ABC/C}$: $\mu_{ijk} = \mu_{i'j'k}$ (i, i' = 1, 2, ..., a: i ≠ i' ; j, j' = 1, 2, ..., b: j ≠ j' ; k = 1, 2, ..., c: k fest)
$H_0^{ABC/AB}$: $\mu_{ijk} = \mu_{ijk'}$ (k, k' = 1, 2, ..., c: k ≠ k' ; i = 1, 2, ..., a: i fest ; j = 1, 2, ..., b: j fest)
$H_0^{ABC/AC}$: $\mu_{ijk} = \mu_{ij'k}$ (j, j' = 1, 2, ..., b: j ≠ j' ; i = 1, 2, ..., a: i fest ; k = 1, 2, ..., c: k fest)
$H_0^{ABC/BC}$: $\mu_{ijk} = \mu_{i'jk}$ (i, i' = 1, 2, ..., a: i ≠ i' ; j = 1, 2, ..., b: j fest ; k = 1, 2, ..., c: k fest)

Für diese zu testenden Hypothesen werden die Grenzdifferenzen

$$\boxed{GD_\alpha = \xi_\alpha * s_{\bar{d}}}$$

in Abhängigkeit von der gewählten multiplen Vergleichsprozedur wie folgt berechnet. Dabei sind ξ_α das Quantil der Verteilung, die der Verteilung der Mittelwertdifferenzen zugrunde gelegt wird, und $s_{\bar{d}}$ die für den entsprechenden Test zutreffende Standardabweichung der Differenzen. Der Term $\xi_{\alpha;FG}$ steht unter Angabe der entsprechenden Freiheitsgrade FG für:

	$\xi_{\alpha:FG}$
multipler t-Test	$t_{1-\alpha/2;FG}$
Bonferroni-Fisher-Prozedur	$t_{1-\alpha/(2*m);FG}$
Tukey-Prozedur	$q_{1-\alpha;a,FG}/\sqrt{2}$
Dunnett-Prozedur, zweiseitig	$\lvert d \rvert_{1-\alpha/2;a-1,FG}$
Dunnett-Prozedur, einseitig	$\lvert d \rvert_{1-\alpha;a-1,FG}$

a ist die Anzahl der zu vergleichenden Mittelwerte und m die Anzahl der Vergleiche für die Bonferroni-Fisher-Prozedur mit

Vergleich der Mittelwerte	m
A	a(a-1)/2
B	b(b-1)/2
C	c(c-1)/2
AB	ab(ab-1)/2
AC	ac(ac-1)/2
BC	bc(bc-1)/2
ABC	abc(abc-1)/2
AB/A	b(b-1)/2
AB/B	a(a-1)/2
AC/A	c(c-1)/2
AC/C	a(a-1)/2
BC/B	c(c-1)/2
BC/C	b(b-1)/2
ABC/A	bc(bc-1)/2
ABC/B	ac(ac-1)/2
ABC/C	ab(ab-1)/2
ABC/AB	c(c-1)/2
ABC/AC	b(b-1)/2
ABC/BC	a(a-1)/2

Dreifaktorielle Blockanlage (AxBxC)-Bl

Dreifaktorielles lateinisches Quadrat (AxBxC)-LQ

Dreifaktorielles lateinisches Rechteck (AxBxC)-LR

Vergleich der Mittelwerte	$s_{\bar{d}}$	ξ_α
A : $\bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr} MQ_{\text{Rest abc}}}$	
B : $\bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet j'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{acr} MQ_{\text{Rest abc}}}$	
C : $\bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abr} MQ_{\text{Rest abc}}}$	
AB : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'j'\bullet\bullet}$ AB/A: $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{ij'\bullet\bullet}$ AB/B : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{cr} MQ_{\text{Rest abc}}}$	
AC : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet} - \bar{y}_{i'\bullet k'\bullet}$ AC/A : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet} - \bar{y}_{i\bullet k'\bullet}$ AC/C : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet} - \bar{y}_{i'\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{br} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
BC : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet} - \bar{y}_{\bullet j'k'\bullet}$ BC/B : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet} - \bar{y}_{\bullet jk'\bullet}$ BC/C : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet} - \bar{y}_{\bullet j'k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{ar} MQ_{\text{Rest abc}}}$	
ABC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'j'k'\bullet}$ ABC/A : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{ij'k'\bullet}$ ABC/B : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'jk'\bullet}$ ABC/C : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'j'k\bullet}$ ABC/AB : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{ijk'\bullet}$ ABC/AC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{ij'k\bullet}$ ABC/BC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{r} MQ_{\text{Rest abc}}}$	

Dreifaktorielle Spaltanlage (A/B/C)-Bl

Vergleich der Mittelwerte	$s_{\bar{d}}$	ξ_α
A : $\bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr} MQ_{\text{Rest a}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}$
B : $\bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet j'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{acr} MQ_{\text{Rest ab}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}$
C : $\bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abr} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
AB : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'j'\bullet\bullet}$ AB/B : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest a}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}}{MQ_{\text{Rest a}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}}}$
AB/A: $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{ij'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{cr} MQ_{\text{Rest ab}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}$
AC : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet} - \bar{y}_{i'\bullet k'\bullet}$ AC/C : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet} - \bar{y}_{i'\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest a}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AC/A : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet} - \bar{y}_{i\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{br} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
BC : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet} - \bar{y}_{\bullet j'k'\bullet}$ BC/C : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet} - \bar{y}_{\bullet j'k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}\left[MQ_{\text{Rest ab}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest ab}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest ab}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
BC/B : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet} - \bar{y}_{\bullet jk'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{ar} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
ABC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'j'k'\bullet}$ ABC/B : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'jk'\bullet}$ ABC/C : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'j'k\bullet}$ ABC/BC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest a}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + (bc-b)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}} + (bc-b)MQ_{\text{Rest abc}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}} + (b-1)MQ_{\text{Rest ab}} + (bc-b)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC/A : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{ij'k'\bullet}$ ABC/AC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{ij'k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{cr}\left[MQ_{\text{Rest ab}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest ab}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest ab}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC/AB : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{ijk'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{r} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$

Dreifaktorielle zweistufige Spaltanlage [(AxB)/C]-BI

Vergleich der Mittelwerte	$s_{\bar{d}}$	ξ_{α}
A : $\bar{y}_{i\cdot\cdot\cdot} - \bar{y}_{i'\cdot\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr} MQ_{\text{Rest ab}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}$
B : $\bar{y}_{\cdot j\cdot\cdot} - \bar{y}_{\cdot j'\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{acr} MQ_{\text{Rest ab}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}$
C : $\bar{y}_{\cdot\cdot k\cdot} - \bar{y}_{\cdot\cdot k'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{abr} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
AB : $\bar{y}_{ij\cdot\cdot} - \bar{y}_{i'j'\cdot\cdot}$ AB/A: $\bar{y}_{ij\cdot\cdot} - \bar{y}_{ij'\cdot\cdot}$ AB/B : $\bar{y}_{ij\cdot\cdot} - \bar{y}_{i'j\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{cr} MQ_{\text{Rest ab}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}$
AC : $\bar{y}_{i\cdot k\cdot} - \bar{y}_{i'\cdot k'\cdot}$ AC/C : $\bar{y}_{i\cdot k\cdot} - \bar{y}_{i'\cdot k\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest ab}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest ab}} * \xi_{\alpha:FG_{\text{Rest ab}}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * \xi_{\alpha:FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest ab}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AC/A : $\bar{y}_{i\cdot k\cdot} - \bar{y}_{i\cdot k'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{br} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
BC : $\bar{y}_{\cdot jk\cdot} - \bar{y}_{\cdot j'k'\cdot}$ BC/C : $\bar{y}_{\cdot jk\cdot} - \bar{y}_{\cdot j'k\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}\left[MQ_{\text{Rest ab}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest ab}} * \xi_{\alpha:FG_{\text{Rest ab}}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * \xi_{\alpha:FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest ab}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
BC/B : $\bar{y}_{\cdot jk\cdot} - \bar{y}_{\cdot jk'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{ar} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
ABC : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{i'j'k'\cdot}$ ABC/A : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{ij'k'\cdot}$ ABC/B : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{i'jk'\cdot}$ ABC/C : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{i'j'k\cdot}$ ABC/AC : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{ij'k\cdot}$ ABC/BC : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{i'jk\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{cr}\left[MQ_{\text{Rest ab}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest ab}} * \xi_{\alpha:FG_{\text{Rest ab}}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * \xi_{\alpha:FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest ab}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC/AB : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{ijk'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{r} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$

Dreifaktorielle zweistufige Spaltanlage [A/(BxC)]-BI

Vergleich der Mittelwerte	$s_{\bar{d}}$	ξ_α
A : $\bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr} MQ_{\text{Rest a}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}$
B : $\bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet j'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{acr} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
C : $\bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abr} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
AB : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'j'\bullet\bullet}$ AB/B : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr} \left[MQ_{\text{Rest a}} + (b-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}} + (b-1)MQ_{\text{Rest abc}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}} + (b-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AB/A: $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{ij'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{cr} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
AC : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet} - \bar{y}_{i'\bullet k'\bullet}$ AC/C : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet} - \bar{y}_{i'\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr} \left[MQ_{\text{Rest a}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}} + (c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AC/A : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet} - \bar{y}_{i\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{br} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
BC : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet} - \bar{y}_{\bullet j'k'\bullet}$ BC/C : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet} - \bar{y}_{\bullet j'k\bullet}$ BC/B : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet} - \bar{y}_{\bullet jk'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{ar} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
ABC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'j'k'\bullet}$ ABC/B : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'jk'\bullet}$ ABC/C : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'j'k\bullet}$ ABC/BC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr} \left[MQ_{\text{Rest a}} + (bc-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}} + (bc-1)MQ_{\text{Rest abc}} * \xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}} + (bc-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC /A : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{ij'k'\bullet}$ ABC/AB : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{ijk'\bullet}$ ABC/AC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{ij'k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{r} MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$

Dreifaktorielle zweistufige Streifenanlage [A+(BxC)]-Bl

Vergleich der Mittelwerte	$s_{\bar{d}}$	ξ_{α}
A : $\bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet}-\bar{y}_{i'\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}MQ_{\text{Rest a}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}$
B : $\bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet j'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}MQ_{\text{Rest bc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest bc}}}$
C : $\bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet}-\bar{y}_{\bullet\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abr}MQ_{\text{Rest bc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest bc}}}$
AB : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet}-\bar{y}_{i'j'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abcr}\left[aMQ_{\text{Rest a}}+bMQ_{\text{Rest bc}}+(ab-a-b)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{aMQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+bMQ_{\text{Rest bc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest bc}}}+(ab-a-b)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{aMQ_{\text{Rest a}}+bMQ_{\text{Rest bc}}+(ab-a-b)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AB/A: $\bar{y}_{ij\bullet\bullet}-\bar{y}_{ij'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}\left[MQ_{\text{Rest bc}}+(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest bc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest bc}}}+(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest bc}}+(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AB/B : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet}-\bar{y}_{i'j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest a}}+(b-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+(b-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}}+(b-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AC : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet}-\bar{y}_{i'\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abcr}\left[aMQ_{\text{Rest a}}+cMQ_{\text{Rest bc}}+(ac-a-c)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{aMQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+cMQ_{\text{Rest bc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest bc}}}+(ac-a-c)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{aMQ_{\text{Rest a}}+cMQ_{\text{Rest bc}}+(ac-a-c)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AC/A : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet}-\bar{y}_{i\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abr}\left[MQ_{\text{Rest bc}}+(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest bc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest bc}}}+(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest bc}}+(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AC/C : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet}-\bar{y}_{i'\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest a}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
BC : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet}-\bar{y}_{\bullet j'k'\bullet}$ BC/B : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet}-\bar{y}_{\bullet jk'\bullet}$ BC/C : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet}-\bar{y}_{\bullet j'k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{ar}MQ_{\text{Rest bc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest bc}}}$
ABC : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{i'j'k'\bullet}$ ABC/B : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{i'jk'\bullet}$ ABC/C : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{i'j'k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abcr}\left[aMQ_{\text{Rest a}}+bcMQ_{\text{Rest bc}}+(abc-a-bc)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{aMQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+bcMQ_{\text{Rest bc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest bc}}}+(abc-a-bc)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{aMQ_{\text{Rest a}}+bcMQ_{\text{Rest bc}}+(abc-a-bc)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC/A : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{ij'k'\bullet}$ ABC/AB : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{ijk'\bullet}$ ABC/AC : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{ij'k\bullet}$ ABC/BC : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{i'jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{ar}\left[MQ_{\text{Rest bc}}+(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest bc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest bc}}}+(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest bc}}+(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC/AB : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{ijk'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest a}}+(bc-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+(bc-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}}+(bc-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$

Dreifaktorielle Streifen-Spaltanlage [A+(B/C)]-BI

Vergleich der Mittelwerte	$s_{\bar d}$	ξ_α
A : $\bar y_{i\cdot\cdot\cdot}-\bar y_{i'\cdot\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}MQ_{Rest\,a}}$	$\xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}}$
B : $\bar y_{\cdot j\cdot\cdot}-\bar y_{\cdot j'\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}MQ_{Rest\,b}}$	$\xi_{\alpha;FG_{Rest\,b}}$
C : $\bar y_{\cdot\cdot k\cdot}-\bar y_{\cdot\cdot k'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{abr}MQ_{Rest\,bc}}$	$\xi_{\alpha;FG_{Rest\,bc}}$
AB : $\bar y_{ij\cdot\cdot}-\bar y_{i'j'\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{abcr}\left[aMQ_{Rest\,a}+bMQ_{Rest\,b}+(ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}\right]}$	$\frac{aMQ_{Rest\,a}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}}+bMQ_{Rest\,b}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,b}}+(ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}}}{aMQ_{Rest\,a}+bMQ_{Rest\,b}+(ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}}$
AB/A: $\bar y_{ij\cdot\cdot}-\bar y_{ij'\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}\left[MQ_{Rest\,b}+(a-1)MQ_{Rest\,ab}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,b}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,b}}+(a-1)MQ_{Rest\,ab}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,b}+(a-1)MQ_{Rest\,ab}}$
AB/B : $\bar y_{ij\cdot\cdot}-\bar y_{i'j\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{Rest\,a}+(b-1)MQ_{Rest\,ab}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,a}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}}+(b-1)MQ_{Rest\,ab}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,a}+(b-1)MQ_{Rest\,ab}}$
AC : $\bar y_{i\cdot k\cdot}-\bar y_{i'\cdot k'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{abcr}\left[aMQ_{Rest\,a}+cMQ_{Rest\,bc}+(ac-a-c)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{aMQ_{Rest\,a}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}}+cMQ_{Rest\,bc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,bc}}+(ac-a-c)MQ_{Rest\,abc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{aMQ_{Rest\,a}+cMQ_{Rest\,bc}+(ac-a-c)MQ_{Rest\,abc}}$
AC/A : $\bar y_{i\cdot k\cdot}-\bar y_{i\cdot k'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{abr}\left[MQ_{Rest\,bc}+(a-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,bc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,bc}}+(a-1)MQ_{Rest\,abc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,bc}+(a-1)MQ_{Rest\,abc}}$
AC/C : $\bar y_{i\cdot k\cdot}-\bar y_{i'\cdot k\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{Rest\,a}+(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,a}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}}+(c-1)MQ_{Rest\,abc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,a}+(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
BC : $\bar y_{\cdot jk\cdot}-\bar y_{\cdot j'k'\cdot}$ BC/C : $\bar y_{\cdot jk\cdot}-\bar y_{\cdot j'k\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}\left[MQ_{Rest\,b}+(c-1)MQ_{Rest\,bc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,b}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,b}}+(c-1)MQ_{Rest\,bc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,bc}}}{MQ_{Rest\,b}+(c-1)MQ_{Rest\,bc}}$
BC/B : $\bar y_{\cdot jk\cdot}-\bar y_{\cdot jk'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{ar}MQ_{Rest\,bc}}$	$\xi_{\alpha;FG_{Rest\,bc}}$
ABC : $\bar y_{ijk\cdot}-\bar y_{i'j'k'\cdot}$ ABC/C : $\bar y_{ijk\cdot}-\bar y_{i'j'k\cdot}$	$s_{\bar d}=\sqrt{\frac{2}{abcr}\left[aMQ_{Rest\,a}+bMQ_{Rest\,b}+(ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}+(bc-b)MQ_{Rest\,bc}+(abc-ab-bc+b)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\xi_\alpha=\frac{aMQ_{Rest\,a}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}}+bMQ_{Rest\,b}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,b}}+(ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}}+(bc-1)MQ_{Rest\,bc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,bc}}+(abc-ab-bc+b)MQ_{Rest\,abc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{aMQ_{Rest\,a}+bMQ_{Rest\,b}+(ab-a-b)MQ_{Rest\,ab}+(bc-1)MQ_{Rest\,bc}+(abc-ab-bc+b)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC/A : $\bar y_{ijk\cdot}-\bar y_{ij'k'\cdot}$ ABC/AC : $\bar y_{ijk\cdot}-\bar y_{ij'k\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}\left[MQ_{Rest\,b}+(a-1)MQ_{Rest\,ab}+(c-1)MQ_{Rest\,bc}+(ac-a-c+1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,b}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,b}}+(a-1)MQ_{Rest\,ab}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}}+(c-1)MQ_{Rest\,bc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,bc}}+(ac-a-c+1)MQ_{Rest\,abc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,b}+(a-1)MQ_{Rest\,ab}+(c-1)MQ_{Rest\,bc}+(ac-a-c+1)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC/B : $\bar y_{ijk\cdot}-\bar y_{i'jk'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{abcr}\left[aMQ_{Rest\,a}+(ab-a)MQ_{Rest\,ab}+bcMQ_{Rest\,bc}+(abc-ab-bc)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{aMQ_{Rest\,a}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}}+(ab-a)MQ_{Rest\,ab}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}}+bc\,MQ_{Rest\,bc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,bc}}+(abc-ab-bc)MQ_{Rest\,abc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{aMQ_{Rest\,a}+(ab-a)MQ_{Rest\,ab}+bc\,MQ_{Rest\,bc}+(abc-ab-bc)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC/AB : $\bar y_{ijk\cdot}-\bar y_{ijk'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{ar}\left[MQ_{Rest\,bc}+(a-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,bc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,bc}}+(a-1)MQ_{Rest\,abc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,bc}+(a-1)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC/BC : $\bar y_{ijk\cdot}-\bar y_{i'jk\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{Rest\,a}+(b-1)MQ_{Rest\,ab}+(bc-b)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,a}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}}+(b-1)MQ_{Rest\,ab}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}}+(bc-b)MQ_{Rest\,abc}*\xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,a}+(b-1)MQ_{Rest\,ab}+(bc-b)MQ_{Rest\,abc}}$

Dreifaktorielle Spalt-Streifenanlage [(A+B)/C]-Bl

Vergleich der Mittelwerte	$s_{\bar{d}}$	ξ_α
A : $\bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet}-\bar{y}_{i'\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}MQ_{\text{Rest a}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}$
B : $\bar{y}_{\bullet j\bullet\bullet}-\bar{y}_{\bullet j'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}MQ_{\text{Rest b}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest b}}}$
C : $\bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet}-\bar{y}_{\bullet\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abr}MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
AB : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet}-\bar{y}_{i'j'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[aMQ_{\text{Rest a}}+bMQ_{\text{Rest b}}+(ab-a-b)MQ_{\text{Rest ab}}\right]}$	$\frac{aMQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+bMQ_{\text{Rest b}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest b}}}+(ab-a-b)MQ_{\text{Rest ab}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}}{aMQ_{\text{Rest a}}+bMQ_{\text{Rest b}}+(ab-a-b)MQ_{\text{Rest ab}}}$
AB/A: $\bar{y}_{ij\bullet\bullet}-\bar{y}_{ij'\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}\left[MQ_{\text{Rest b}}+(a-1)MQ_{\text{Rest ab}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest b}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest b}}}+(a-1)MQ_{\text{Rest ab}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}}{MQ_{\text{Rest b}}+(a-1)MQ_{\text{Rest ab}}}$
AB/B : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet}-\bar{y}_{i'j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest a}}+(b-1)MQ_{\text{Rest ab}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+(b-1)MQ_{\text{Rest ab}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}}{MQ_{\text{Rest a}}+(b-1)MQ_{\text{Rest ab}}}$
AC : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet}-\bar{y}_{i'\bullet k'\bullet}$ AC/C : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet}-\bar{y}_{i'\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest a}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
AC/A : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet}-\bar{y}_{i\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{br}MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
AC/C : $\bar{y}_{i\bullet k\bullet}-\bar{y}_{i'\bullet k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest a}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
BC : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet}-\bar{y}_{\bullet j'k'\bullet}$ BC/C : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet}-\bar{y}_{\bullet j'k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}\left[MQ_{\text{Rest b}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest b}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest b}}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest b}}+(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
BC/B : $\bar{y}_{\bullet jk\bullet}-\bar{y}_{\bullet jk'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{ar}MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$
ABC : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{i'j'k'\bullet}$ ABC/C : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{i'j'k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abcr}\left[MQ_{\text{Rest a}}+bMQ_{\text{Rest b}}+(ab-a-b)MQ_{\text{Rest ab}}+ab(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+bMQ_{\text{Rest b}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest b}}}+(ab-a-b)MQ_{\text{Rest ab}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}+ab(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}}+bMQ_{\text{Rest b}}+(ab-a-b)MQ_{\text{Rest ab}}+ab(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC/A : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{ij'k'\bullet}$ ABC/AC : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{ij'k\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}\left[MQ_{\text{Rest b}}+(a-1)MQ_{\text{Rest ab}}+c(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest b}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest b}}}+(a-1)MQ_{\text{Rest ab}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}+c(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest b}}+(a-1)MQ_{\text{Rest ab}}+c(a-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC/B : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{i'jk'\bullet}$ ABC/BC : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{i'jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{\text{Rest a}}+(b-1)MQ_{\text{Rest ab}}+b(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}\right]}$	$\frac{MQ_{\text{Rest a}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest a}}}+(b-1)MQ_{\text{Rest ab}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest ab}}}+b(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}*\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}}{MQ_{\text{Rest a}}+(b-1)MQ_{\text{Rest ab}}+b(c-1)MQ_{\text{Rest abc}}}$
ABC/AB : $\bar{y}_{ijk\bullet}-\bar{y}_{ijk'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{r}MQ_{\text{Rest abc}}}$	$\xi_{\alpha;FG_{\text{Rest abc}}}$

Dreifaktorielle Spalt-Streifenanlage [A/(B+C)]-Bl

Vergleich der Mittelwerte	$s_{\bar{d}}$	ξ_α
A : $\bar{y}_{i\cdots} - \bar{y}_{i'\cdots}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr} MQ_{Rest\,a}}$	$\xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}}$
B : $\bar{y}_{\cdot j\cdot\cdot} - \bar{y}_{\cdot j'\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{acr} MQ_{Rest\,ab}}$	$\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}}$
C : $\bar{y}_{\cdot\cdot k\cdot} - \bar{y}_{\cdot\cdot k'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{abr} MQ_{Rest\,ac}}$	$\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ac}}$
AB : $\bar{y}_{ij\cdot\cdot} - \bar{y}_{i'j'\cdot\cdot}$ AB/B : $\bar{y}_{ij\cdot\cdot} - \bar{y}_{i'j\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,a} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}}$
AB/A: $\bar{y}_{ij\cdot\cdot} - \bar{y}_{ij'\cdot\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{cr} MQ_{Rest\,ab}}$	$\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}}$
AC : $\bar{y}_{i\cdot k\cdot} - \bar{y}_{i'\cdot k'\cdot}$ AC/C : $\bar{y}_{i\cdot k\cdot} - \bar{y}_{i'\cdot k\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{Rest\,a} + (c-1)MQ_{Rest\,ac}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,a} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}} + (c-1)MQ_{Rest\,ac} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ac}}}{MQ_{Rest\,a} + (c-1)MQ_{Rest\,ac}}$
AC/A : $\bar{y}_{i\cdot k\cdot} - \bar{y}_{i\cdot k'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{br} MQ_{Rest\,ac}}$	$\xi_{\alpha;FG_{Rest\,ac}}$
BC : $\bar{y}_{\cdot jk\cdot} - \bar{y}_{\cdot j'k'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{abcr}\left[bMQ_{Rest\,ab} + cMQ_{Rest\,ac} + (bc-b-c)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{bMQ_{Rest\,ab} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}} + cMQ_{Rest\,ac} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ac}} + (bc-b-c)MQ_{Rest\,abc} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{bMQ_{Rest\,ab} + cMQ_{Rest\,ac} + (bc-b-c)MQ_{Rest\,abc}}$
BC/B : $\bar{y}_{\cdot jk\cdot} - \bar{y}_{\cdot jk'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{abr}\left[MQ_{Rest\,ac} + (b-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,ac} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ac}} + (b-1)MQ_{Rest\,abc} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,ac} + (b-1)MQ_{Rest\,abc}}$
BC/C : $\bar{y}_{\cdot jk\cdot} - \bar{y}_{\cdot j'k\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{acr}\left[MQ_{Rest\,ab} + (c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,ab} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}} + (c-1)MQ_{Rest\,abc} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,ab} + (c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{i'j'k'\cdot}$ ABC/B : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{i'jk'\cdot}$ ABC/C : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{i'j'k\cdot}$ ABC/BC : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{i'jk\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} + (c-1)MQ_{Rest\,ac} + (b-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,a} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,a}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}} + (c-1)MQ_{Rest\,ac} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ac}} + (b-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} + (c-1)MQ_{Rest\,ac} + (b-1)(c-1)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC/A : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{ij'k'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[bMQ_{Rest\,ab} + cMQ_{Rest\,ac} + (bc-b-c)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{bMQ_{Rest\,ab} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}} + cMQ_{Rest\,ac} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ac}} + (bc-b-c)MQ_{Rest\,abc} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{bMQ_{Rest\,ab} + cMQ_{Rest\,ac} + (bc-b-c)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC/AB : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{ijk'\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{br}\left[MQ_{Rest\,ac} + (b-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,ac} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ac}} + (b-1)MQ_{Rest\,abc} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,ac} + (b-1)MQ_{Rest\,abc}}$
ABC/AC : $\bar{y}_{ijk\cdot} - \bar{y}_{ij'k\cdot}$	$\sqrt{\frac{2}{cr}\left[MQ_{Rest\,ab} + (c-1)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,ab} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,ab}} + (c-1)MQ_{Rest\,abc} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,ab} + (c-1)MQ_{Rest\,abc}}$

11.5.5 Gewogenes Quantil der entsprechenden Verteilung oder gewogene Freiheitsgrade bei der Berechnung der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte und der der Mittelwertdifferenzen, wenn mehrere MQ-Werte zugrunde zu legen sind?

Wie bereits auf den Seiten 32, 33 und 59 angesprochen, ist es erforderlich, eine gewichtete Größe heran zu ziehen , wenn für die Berechnung der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte und/oder der Berechnung der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwertdifferenzen mehrere MQ-Werte zu berücksichtigen sind. Während hier vom gewichteten Quantil der Verteilung ausgegangen wird, bietet SAS mit der Option `ddfm=satterthwaite` die Wichtung der Freiheitsgrade. Die Wichtung der Freiheitsgrade findet Anklang, weil SAS sie anbietet, aber auch weil die Berechnung der exakten Quantilswerte für reelle Freiheitsgrade kein Problem ist. Die Wichtung der Freiheitsgrade ist im Vergleich zur Wichtung der Quantile der Verteilung die gegenwärtig modernere Methode – letzlich entscheidet aber die persönliche Philosophie, Schule aus der man kommt oder „Geschmackssache", welche dieser Methoden als die *wahre* angesehen wird.

Ausgehend von den unter 11.5.3 und 11.5.4 aufgeführten Formeln zur Berechnung der gewichteten Quantile können problemlos die Zusammenhänge für die gewichteten Freiheitsgrade aufgestellt werden. Für die Berechnung der (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte wird dann nur das t-Quantil zu den gewichteten Freiheitsgraden $FG_{Satterthwaite}$ (und der vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit) verwendet. Für die Testprozeduren werden die Quantile der Testverteilung – beispielsweise für die Tukey-Prozedur die Verteilung der studentisierten Spannweiten – zu den gewichteten Freiheitsgraden verwendet. Beispiele sollen das demonstrieren.

<u>(1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte</u> – dreifaktorielle Spaltanlage (A/B/C)-Bl

$$\langle m - t * s \,;\, m + t * s \rangle$$

Mittelwert	s	t
A: $m = \bar{y}_{i\bullet\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}}$
AB: $m = \bar{y}_{ij\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{1}{abcr}\left[MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(b-1)MQ_{Rest\,ab}\right]}$	$\frac{MQ_{Blocks} * t_{1-\alpha/2;FG_{Blocks}} + (a-1)MQ_{Rest\,a} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,a}} + a(b-1)MQ_{Rest\,ab} * t_{1-\alpha/2;FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(b-1)MQ_{Rest\,ab}}$

$$\langle m - t_{1-\alpha/2;\,FG_{Satterthwaite}} * s \,;\, m + t_{1-\alpha/2;\,FG_{Satterthwaite}} * s \rangle$$

für die A- Mittelwerte:

$$FG_{Satterthwaite} = \frac{\left(MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a}\right)^2}{\frac{MQ^2_{Blocks}}{FG_{Blocks}} + \frac{(a-1)^2 MQ^2_{Rest\,a}}{FG_{Rest\,a}}}$$

für die AB- Mittelwerte:

$$FG_{Satterthwaite} = \frac{\left(MQ_{Blocks} + (a-1)MQ_{Rest\,a} + a(b-1)MQ_{Rest\,ab}\right)^2}{\frac{MQ^2_{Blocks}}{FG_{Blocks}} + \frac{(a-1)^2 MQ^2_{Rest\,a}}{FG_{Rest\,a}} + \frac{a(b-1)^2 MQ^2_{Rest\,ab}}{FG_{Rest\,ab}}}$$

multiple Mittelwertvergleiche – dreifaktorielle Spaltanlage (A/B/C)-Bl

$$GD_\alpha = \xi_\alpha * s_{\bar{d}}$$

Vergleich der Mittelwerte	$s_{\bar{d}}$	ξ_α
AB : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'j'\bullet\bullet}$ AB/B : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,a} * \xi_{\alpha:FG_{Rest\,a}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * \xi_{\alpha:FG_{Rest\,ab}}}{MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}}$
ABC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'j'k'\bullet}$ ABC/B : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'jk'\bullet}$ ABC/C : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'j'k\bullet}$ ABC/BC : $\bar{y}_{ijk\bullet} - \bar{y}_{i'jk\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} + (bc-b)MQ_{Rest\,abc}\right]}$	$\frac{MQ_{Rest\,a} * \xi_{\alpha:FG_{Rest\,a}} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} * \xi_{\alpha:FG_{Rest\,ab}} + (bc-b)MQ_{Rest\,abc} * \xi_{\alpha:FG_{Rest\,abc}}}{MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} + (bc-b)MQ_{Rest\,abc}}$

$$GD_\alpha = \xi_{\alpha;FG_{Satterthwaite}} * s_{\bar{d}}$$

für die AB- und AB/B-Mittelwertvergleiche:

$$FG_{Satterthwaite} = \frac{\left(MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab}\right)^2}{\frac{MQ^2_{Rest\,a}}{FG_{Rest\,a}} + \frac{(b-1)^2 MQ^2_{Rest\,ab}}{FG_{Rest\,ab}}}$$

für die ABC- , ABC/B- , ABC/C- , und ABC/BC-Mittelwertvergleiche:

$$FG_{Satterthwaite} = \frac{\left(MQ_{Rest\,a} + (b-1)MQ_{Rest\,ab} + (bc-b)MQ_{Rest\,abc}\right)^2}{\frac{MQ^2_{Rest\,a}}{FG_{Rest\,a}} + \frac{(b-1)^2 MQ^2_{Rest\,ab}}{FG_{Rest\,ab}} + \frac{(bc-b)^2 MQ^2_{Rest\,abc}}{FG_{Rest\,abc}}}$$

Die Art der Übertragung vom gewichteten Quantil der Verteilung zu den gewichteten Freiheitsgraden ist anhand obiger Beispiele erkennbar und auf alle anderen Fälle übertragbar.

11.5.6 Beispiele

11.5.6.1 (AxBxC)-BI

Der Einfluß der Saatmenge, der Düngermenge (N-Düngung) und der Beregnung (ja / nein) auf den Kornertrag dt/ha von Sommergerste soll untersucht werden.
Die Versuchsanlage ist eine dreifaktorielle Blockanlage (AxBxC)-BI.
Die Hauptwirkungen sollen mit Hilfe der Tukey-Prozedur bei $\alpha = 0{,}05$ verglichen werden. Die Daten mit vorangestellter Teilstückskennzeichnung (A, B, C, Block) sind:

1	1	1	1	49,80	1	1	1	2	44,40	1	1	1	3	38,90	1	1	1	4	35,30
1	1	2	1	32,50	1	1	2	2	31,30	1	1	2	3	35,70	1	1	2	4	35,90
1	2	1	1	31,20	1	2	1	2	35,60	1	2	1	3	34,80	1	2	1	4	34,80
1	2	2	1	35,40	1	2	2	2	38,00	1	2	2	3	31,10	1	2	2	4	30,50
1	3	1	1	29,40	1	3	1	2	32,60	1	3	1	3	32,60	1	3	1	4	34,90
1	3	2	1	35,90	1	3	2	2	34,40	1	3	2	3	28,60	1	3	2	4	30,70
2	1	1	1	33,80	2	1	1	2	45,20	2	1	1	3	36,40	2	1	1	4	27,70
2	1	2	1	33,90	2	1	2	2	38,80	2	1	2	3	36,20	2	1	2	4	36,00
2	2	1	1	40,70	2	2	1	2	44,70	2	2	1	3	41,40	2	2	1	4	37,20
2	2	2	1	39,10	2	2	2	2	42,30	2	2	2	3	35,90	2	2	2	4	35,20
2	3	1	1	38,60	2	3	1	2	39,90	2	3	1	3	36,90	2	3	1	4	40,50
2	3	2	1	41,80	2	3	2	2	41,80	2	3	2	3	39,20	2	3	2	4	30,80
3	1	1	1	36,50	3	1	1	2	38,90	3	1	1	3	33,50	3	1	1	4	24,90
3	1	2	1	38,70	3	1	2	2	34,20	3	1	2	3	35,70	3	1	2	4	30,50
3	2	1	1	44,90	3	2	1	2	43,60	3	2	1	3	43,80	3	2	1	4	39,00
3	2	2	1	46,60	3	2	2	2	46,30	3	2	2	3	49,10	3	2	2	4	41,90
3	3	1	1	41,10	3	3	1	2	42,60	3	3	1	3	44,30	3	3	1	4	36,70
3	3	2	1	45,10	3	3	2	2	40,00	3	3	2	3	44,50	3	3	2	4	38,50

Papier und Bleistift

Die notwendigen Summenwerte sind:

$$Y_{1\bullet\bullet\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{1jkl} = 834{,}3 \qquad Y_{2\bullet\bullet\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{2jkl} = 914{,}0 \qquad Y_{3\bullet\bullet\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{3jkl} = 960{,}9$$

$$Y_{\bullet1\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{a1jkl} = 864{,}7 \qquad Y_{\bullet2\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{a2jkl} = 943{,}1 \qquad Y_{\bullet3\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{a3jkl} \; 901{,}4$$

$$Y_{\bullet\bullet1\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{ij1l} = 1367{,}1 \qquad Y_{\bullet\bullet2\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{ij2l} = 1342{,}1 \qquad Y_{\bullet\bullet\bullet1} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{ijk1} = 695{,}0$$

$$Y_{\bullet\bullet\bullet2} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{ijk2} = 714{,}6 \qquad Y_{\bullet\bullet\bullet3} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{ijk3} = 678{,}6 \qquad Y_{\bullet\bullet\bullet4} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{ijk4} = 621{,}0$$

$$Y_{11\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{11kl} = 303{,}8 \qquad Y_{12\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{12kl} = 271{,}4 \qquad Y_{13\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{13kl} = 259{,}1$$

$$Y_{21\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{21kl} = 288{,}0 \qquad Y_{22\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{22kl} = 316{,}5 \qquad Y_{23\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{23kl} = 309{,}5$$

$$Y_{31\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{31kl} = 272{,}9 \qquad Y_{32\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{32kl} = 355{,}2 \qquad Y_{33\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{33kl} = 332{,}8$$

$$Y_{1\bullet1\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{1j1l} = 434{,}3 \quad Y_{1\bullet2\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{1j2l} = 400{,}0 \quad Y_{2\bullet1\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{2j1l} = 463{,}0 \quad Y_{2\bullet2\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{2j2l} = 451{,}0$$

$$Y_{3\bullet1\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{3j1l} = 469{,}8 \quad Y_{3\bullet2\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{3j2l} = 491{,}1$$

$$Y_{\bullet 11\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}y_{i11l}=445{,}3 \qquad Y_{\bullet 21\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}y_{i21l}=471{,}7 \qquad Y_{\bullet 31\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}y_{i31l}=450{,}1$$

$$Y_{\bullet 12\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}y_{i12l}=419{,}4 \qquad Y_{\bullet 22\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}y_{i22l}=471{,}4 \qquad Y_{\bullet 32\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}y_{i32l}=451{,}3$$

$$Y_{111\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{111l}=168{,}4 \qquad Y_{112\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{112l}=135{,}4 \qquad Y_{121\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{121l}=136{,}4 \qquad Y_{122\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{122l}=135{,}0$$

$$Y_{131\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{131l}=129{,}5 \qquad Y_{132\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{132l}=129{,}6 \qquad Y_{211\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{211l}=143{,}1 \qquad Y_{212\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{212l}=144{,}9$$

$$Y_{221\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{221l}=164{,}0 \qquad Y_{222\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{222l}=152{,}5 \qquad Y_{231\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{231l}=155{,}9 \qquad Y_{232\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{232l}=153{,}6$$

$$Y_{311\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{311l}=133{,}8 \qquad Y_{312\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{312l}=139{,}1 \qquad Y_{321\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{321l}=171{,}3 \qquad Y_{322\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{322l}=183{,}9$$

$$Y_{331\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{331l}=164{,}7 \qquad Y_{332\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{332l}=168{,}1$$

$$Y_{\bullet\bullet\bullet\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}y_{ijkl}=2709{,}2 \qquad \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}y_{ijkl}^2=103916{,}420$$

$$Sgl=\tfrac{1}{abcr}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}y_{ijkl}\right)^2=2709{,}2^2/(3*3*2*4)=101941{,}176$$

$$SQ_{Gesamt}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}y_{ijkl}^2-Sgl=103916{,}420-101941{,}176= \qquad 1975{,}244$$

$$SQ_{Blocks}=\tfrac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r}bl_l^2-Sgl=\left(695{,}0^2+714{,}6^2+678{,}6^2+621{,}0^2\right)/(3*3*2)-101941{,}176= \qquad 270{,}886$$

$$SQ_A=\tfrac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a}a_i^2-Sgl=\left(834{,}3^2+914{,}0^2+960{,}9^2\right)/(3*2*4)-101941{,}176= \qquad 341{,}378$$

$$SQ_B=\tfrac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b}b_j^2-Sgl=\left(864{,}7^2+943{,}1^2+901{,}4^2\right)/(3*2*4)-101941{,}176= \qquad 128{,}227$$

$$SQ_C=\tfrac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c}c_k^2-Sgl=\left(1367{,}1^2+1342{,}1^2\right)/(3*3*4)-101941{,}176= \qquad 8{,}680$$

$$SQ_{AxB}=\tfrac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(ab)_{ij}\right]^2-Sgl-SQ_A-SQ_B$$

$$=\left(303{,}8^2+271{,}4^2+259{,}1^2+\ldots+332{,}8^2\right)/(2*4)-101941{,}176-341{,}378-128{,}227= \qquad 512{,}844$$

$$SQ_{AxC}=\tfrac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\left[(ac)_{ik}\right]^2-Sgl-SQ_A-SQ_C$$

$$=\left(434{,}3^2+400{,}0^2+463{,}0^2+\ldots+491{,}1^2\right)/(3*4)-101941{,}176-341{,}378-8{,}680= \qquad 65{,}244$$

$$SQ_{BxC}=\tfrac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left[(bc)_{jk}\right]^2-Sgl-SQ_B-SQ_C$$

$$=\left(445{,}3^2+471{,}7^2+450{,}1^2+\ldots+451{,}3^2\right)/(3*4)-101941{,}176-128{,}227-8{,}680= \qquad 19{,}334$$

$$SQ_{AxBxC}=\tfrac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left[(abc)_{ijk}\right]^2-Sgl-SQ_A-SQ_B-SQ_C-SQ_{AxB}-SQ_{AxC}-SQ_{BxC}$$

$$=\left(168{,}4^2+135{,}4^2+136{,}4^2+\ldots+168{,}1^2\right)/4-101941{,}176$$

$$-341{,}378-128{,}227-8{,}680-512{,}844-65{,}244-19{,}334= \qquad 85{,}512$$

$$SQ_{Rest}=SQ_{Gesamt}-SQ_{Blocks}-SQ_A-SQ_B-SQ_C-SQ_{AxB}-SQ_{AxC}-SQ_{BxC}-SQ_{AxBxC}$$

$$=1975{,}244-270{,}886-341{,}378-128{,}227$$

$$-8{,}680-512{,}844-65{,}244-19{,}334-85{,}512 = \qquad 543{,}139$$

FG_{Gesamt}	$= a*b*c*r - 1$	$= 71$	MQ_{Gesamt}	$= SQ_{Gesamt}/FG_{Gesamt}$	$= 1975{,}244/71 = 27{,}820$
FG_{Blocks}	$= r - 1$	$= 3$	MQ_{Blocks}	$= SQ_{Blocks}/FG_{Blocks}$	$= 270{,}886/3 = 90{,}295$
FG_A	$= a - 1$	$= 2$	MQ_A	$= SQ_A/FG_A$	$= 341{,}378/2 = 170{,}689$
FG_B	$= b - 1$	$= 2$	MQ_B	$= SQ_B/FG_B$	$= 128{,}227/2 = 64{,}113$
FG_C	$= c - 1$	$= 1$	MQ_C	$= SQ_C/FG_C$	$= 8{,}680/1 = 8{,}680$
FG_{AxB}	$= (a-1)(b-1)$	$= 4$	MQ_{AxB}	$= SQ_{AxB}/FG_{AxB}$	$= 512{,}844/4 = 128{,}211$
FG_{AxC}	$= (a-1)(c-1)$	$= 2$	MQ_{AxC}	$= SQ_{AxC}/FG_{AxC}$	$= 65{,}244/2 = 32{,}622$
FG_{BxC}	$= (b-1)(c-1)$	$= 2$	MQ_{BxC}	$= SQ_{BxC}/FG_{BxC}$	$= 19{,}334/2 = 9{,}667$
FG_{AxBxC}	$= (a-1)(b-1)(c-1)$	$= 4$	MQ_{AxBxC}	$= SQ_{AxBxC}/FG_{AxBxC}$	$= 85{,}512/4 = 21{,}378$
FG_{Rest}	$= (abc-1)(r-1)$	$= 51$	MQ_{Rest}	$= SQ_{Rest}/FG_{Rest}$	$= 543{,}139/51 = 10{,}650$

Varianztabelle

Variationsursache	FG	SQ	MQ	F	$F_{\alpha;\, FG_1\, ;\, FG_{Rest}}$	Test
Gesamt	71	1975,244	27,820			
Blocks	3	270,886	90,295			
A	2	341,378	170,689	16,027	3,179	signifikant
B	2	128,227	64,113	6,020	3,179	signifikant
C	1	8,680	8,680	0,815	4,030	
A x B	4	512,844	128,211	12,039	2,553	signifikant
A x C	2	65,244	32,622	3,063	3,179	
B x C	2	19,334	9,667	0,908	3,179	
A x B x C	4	85,512	21,378	2,007	2,553	
Rest abc	51	543,139	10,650			

Tukey-Prozedur

Aufgrund der signifikanten Wechselwirkung AxB wird die A-Wirkung durch Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher B-Stufe und die B-Wirkung durch Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher A-Stufe getestet.

$GD_\alpha = \xi_\alpha * s_{\bar{d}}$ ➔ $HSD_\alpha = q_{1-\alpha;FG_{Rest}} / \sqrt{2} * s_{\bar{d}}$

$q_{1-\alpha,a;FG_{Rest}} = q_{1-\alpha,b;FG_{Rest}} = q_{1-\alpha,3;51} = 3{,}414$ [SAS: `probmc("RANGE",.,0.95,51,3)`]

$q_{1-\alpha,c;FG_{Rest}} = q_{1-\alpha,2;51} = 2{,}839$ [SAS: `probmc("RANGE",.,0.95,51,2)`]

Vergleich der Mittelwerte	$s_{\bar{d}}$	HSD_α
AB/A: $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{ij'\bullet\bullet}$ AB/B: $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'j\bullet\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{cr} MQ_{Rest\,abc}} = \sqrt{\frac{2}{2*4} 10{,}65} = 1{,}632$	$3{,}414/\sqrt{2} * 1{,}632 = 3{,}940$
C: $\bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet k'\bullet}$	$\sqrt{\frac{2}{abr} MQ_{Rest\,abc}} = \sqrt{\frac{2}{3*3*4} 10{,}65} = 0{,}769$	$2{,}839/\sqrt{2} * 0{,}769 = 1{,}544$

Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B zur Einschätzung der A-Wirkung

B-Stufe	$\bar{y}_{ij\bullet}$	$\bar{y}_{i'j\bullet}$	$\bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{i'j\bullet}$	Test
1	37,975	36,0	1,975	-
	37,975	34,1125	3,8625	.-
	36,0	34,1125	1,8875	.-
2	33,925	39,5625	-5,6375	signifikant
	33,925	44,4	-10,475	signifikant
	39,5625	44,4	-4,8375	signifikant
3	32,3875	38,6875	-6,3	signifikant
	32,3875	41,6	-9,2125	signifikant
	38,6875	41,6	-2,09125	

Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A zur Einschätzung der B-Wirkung

A-Stufe	$\bar{y}_{ij\bullet}$	$\bar{y}_{ij'\bullet}$	$\bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{ij'\bullet}$	Test
1	37,975	33,925	4,05	signifikant
	37,975	32,3875	5,5875	signifikant
	33,925	32,3875	1,5375	.-
2	36,0	39,5625	-3,5625	.-
	36,0	38,6875	-2,6875	.-
	39,5625	38,6875	0,875	.-
3	34,1125	44,4	-10,2875	signifikant
	34,1125	41,6	-7,4875	signifikant
	44,4	41,6	2,8	.-

Vergleich der C-Mittelwerte

$\bar{y}_{\bullet\bullet k}$	$\bar{y}_{\bullet\bullet k'}$	$\bar{y}_{\bullet\bullet k} - \bar{y}_{\bullet\bullet k'}$	Test
37,975	37,2806	0,6944	-

SAS

```
data bsp11561;
  infile 'BSP11561.DAT';
  input a b c block ertrag;
proc mixed data=bsp11561 nobound;
  class a b c block;
  model ertrag = a b c a*b a*c b*c a*b*c/ ddfm=satterthwaite;
  random block ;
  lsmeans c a*b / pdiff adjust=tukey;
run;
```

aus der Kenntnis der signifikanten Wechselwirkung AxB werden die Effekte der Faktoren A und B nicht getestet

```
                 The MIXED Procedure
               Class Level Information
             Class      Levels   Values

             A               3   1 2 3
             B               3   1 2 3
             C               2   1 2
             BLOCK           4   1 2 3 4
```

REML Estimation Iteration History

Iteration	Evaluations	Objective	Criterion
0	1	225.45567820	
1	1	213.10502225	0.00000000

Convergence criteria met.

Covariance Parameter Estimates (REML)

Cov Parm	Estimate
BLOCK	4.42476580
Residual	10.64977124

Model Fitting Information for ERTRAG

Description	Value
Observations	72.0000
Res Log Likelihood	-156.175
Akaike's Information Criterion	-158.175
Schwarz's Bayesian Criterion	-160.164
-2 Res Log Likelihood	312.3504
Null Model LRT Chi-Square	12.3507
Null Model LRT DF	1.0000
Null Model LRT P-Value	0.0004

Tests of Fixed Effects

Source	NDF	DDF	Type III F	Pr > F
A	2	51	16.03	0.0001
B	2	51	6.02	0.0045
C	1	51	0.82	0.3709
A*B	4	51	12.04	0.0001
A*C	2	51	3.06	0.0554
B*C	2	51	0.91	0.4099
A*B*C	4	51	2.01	0.1074

Least Squares Means

Effect	A	B	C	LSMEAN	Std Error	DF	t	Pr > |t|
C			1	37.97500000	1.18406859	3.75	32.07	0.0001
C			2	37.28055556	1.18406859	3.75	31.49	0.0001
A*B	1	1		37.97500000	1.56122159	10.8	24.32	0.0001
A*B	1	2		33.92500000	1.56122159	10.8	21.73	0.0001
A*B	1	3		32.38750000	1.56122159	10.8	20.74	0.0001
A*B	2	1		36.00000000	1.56122159	10.8	23.06	0.0001
A*B	2	2		39.56250000	1.56122159	10.8	25.34	0.0001
A*B	2	3		38.68750000	1.56122159	10.8	24.78	0.0001
A*B	3	1		34.11250000	1.56122159	10.8	21.85	0.0001
A*B	3	2		44.40000000	1.56122159	10.8	28.44	0.0001
A*B	3	3		41.60000000	1.56122159	10.8	26.65	0.0001

Differences of Least Squares Means

Effect	A	B	C	_A	_B	_C	Difference	Std Error	DF	t	Pr > |t|	Adjustment	Adj P	
C			1			2	0.69444444	0.76919046	51	0.90	0.3709	Tukey-Kramer	0.3709	1
A*B	1	1		1	2		4.05000000	1.63169936	51	2.48	0.0164	Tukey-Kramer	0.2648	
A*B	1	1		1	3		5.58750000	1.63169936	51	3.42	0.0012	Tukey-Kramer	0.0307	
A*B	1	1		2	1		1.97500000	1.63169936	51	1.21	0.2317	Tukey-Kramer	0.9505	
A*B	1	1		2	2		-1.58750000	1.63169936	51	-0.97	0.3352	Tukey-Kramer	0.9867	
A*B	1	1		2	3		-0.71250000	1.63169936	51	-0.44	0.6642	Tukey-Kramer	1.0000	
A*B	1	1		3	1		3.86250000	1.63169936	51	2.37	0.0218	Tukey-Kramer	0.3237	
A*B	1	1		3	2		-6.42500000	1.63169936	51	-3.94	0.0003	Tukey-Kramer	0.0071	
A*B	1	1		3	3		-3.62500000	1.63169936	51	-2.22	0.0308	Tukey-Kramer	0.4079	
A*B	1	2		1	3		1.53750000	1.63169936	51	0.94	0.3505	Tukey-Kramer	0.9892	
A*B	1	2		2	1		-2.07500000	1.63169936	51	-1.27	0.2093	Tukey-Kramer	0.9350	
A*B	1	2		2	2		-5.63750000	1.63169936	51	-3.45	0.0011	Tukey-Kramer	0.0283	
A*B	1	2		2	3		-4.76250000	1.63169936	51	-2.92	0.0052	Tukey-Kramer	0.1081	
A*B	1	2		3	1		-0.18750000	1.63169936	51	-0.11	0.9090	Tukey-Kramer	1.0000	
A*B	1	2		3	2		-10.47500000	1.63169936	51	-6.42	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000	
A*B	1	2		3	3		-7.67500000	1.63169936	51	-4.70	0.0001	Tukey-Kramer	0.0006	
A*B	1	3		2	1		-3.61250000	1.63169936	51	-2.21	0.0313	Tukey-Kramer	0.4126	
A*B	1	3		2	2		-7.17500000	1.63169936	51	-4.40	0.0001	Tukey-Kramer	0.0017	
A*B	1	3		2	3		-6.30000000	1.63169936	51	-3.86	0.0003	Tukey-Kramer	0.0089	
A*B	1	3		3	1		-1.72500000	1.63169936	51	-1.06	0.2954	Tukey-Kramer	0.9777	
A*B	1	3		3	2		-12.01250000	1.63169936	51	-7.36	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000	
A*B	1	3		3	3		-9.21250000	1.63169936	51	-5.65	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000	
A*B	2	1		2	2		-3.56250000	1.63169936	51	-2.18	0.0336	Tukey-Kramer	0.4316	

A*B	2	1	2	3	-2.68750000	1.63169936	51	-1.65	0.1057	Tukey-Kramer	0.7744
A*B	2	1	3	1	1.88750000	1.63169936	51	1.16	0.2528	Tukey-Kramer	0.9618
A*B	2	1	3	2	-8.40000000	1.63169936	51	-5.15	0.0001	Tukey-Kramer	0.0001
A*B	2	1	3	3	-5.60000000	1.63169936	51	-3.43	0.0012	Tukey-Kramer	0.0301
A*B	2	2	2	3	0.87500000	1.63169936	51	0.54	0.5941	Tukey-Kramer	0.9998
A*B	2	2	3	1	5.45000000	1.63169936	51	3.34	0.0016	Tukey-Kramer	0.0385
A*B	2	2	3	2	-4.83750000	1.63169936	51	-2.96	0.0046	Tukey-Kramer	0.0973
A*B	2	2	3	3	-2.03750000	1.63169936	51	-1.25	0.2175	Tukey-Kramer	0.9411
A*B	2	3	3	1	4.57500000	1.63169936	51	2.80	0.0071	Tukey-Kramer	0.1395
A*B	2	3	3	2	-5.71250000	1.63169936	51	-3.50	0.0010	Tukey-Kramer	0.0250
A*B	2	3	3	3	-2.91250000	1.63169936	51	-1.78	0.0802	Tukey-Kramer	0.6914
A*B	3	1	3	2	-10.28750000	1.63169936	51	-6.30	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000
A*B	3	1	3	3	-7.48750000	1.63169936	51	-4.59	0.0001	Tukey-Kramer	0.0009
A*B	3	2	3	3	2.80000000	1.63169936	51	1.72	0.0922	Tukey-Kramer	0.7341

Der Vergleich der C-Mittelwerte (**1**) weist keine Signifikanz aus. Die Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Tukey-Prozedur berücksichtigen alle a*b = 9 Vergleiche. Für die Einschätzung der A-Wirkung mit Hilfe der Vergleiche der AB-Mittelwerte auf gleicher B-Stufe sind das aber nur a = 3 und für die Einschätzung der B-Wirkung mit Hilfe der Vergleiche der AB-Mittelwerte auf gleicher A-Stufe sind das b = 3 Vergleiche. Das kann mit einem kleinen Programm (vgl. Seite 60) korrigiert werden.

11.5.6.2 [A/(BxC)]-BI

In einem Versuch mit drei Kartoffelsorten sollten die Wirkungen der Beregnung (ja oder nein) und Düngung (ja oder nein) sowie die der Sorten auf den Ertrag untersucht werden.
Der Einsatz großflächiger Beregnungstechnik führt zu einer dreifaktoriellen zweistufigen Spaltanlage [A/(BxC)]-BI.
Als Testprozedur wird die Tukey-Prozedur mit α = 0,05 genutzt. Die Daten mit vorangestellter Teilstückskennzeichnung (A, B, C, Block) sind:

1 1 1 1	406,40	1 1 1 2	371,75	1 1 1 3	411,10	1 1 1 4	377,30
1 1 2 1	421,40	1 1 2 2	382,70	1 1 2 3	418,60	1 1 2 4	402,80
1 2 1 1	342,20	1 2 1 2	364,50	1 2 1 3	329,90	1 2 1 4	351,75
1 2 2 1	352,10	1 2 2 2	366,30	1 2 2 3	393,60	1 2 2 4	402,65
1 3 1 1	369,30	1 3 1 2	408,70	1 3 1 3	359,20	1 3 1 4	394,60
1 3 2 1	338,35	1 3 2 2	394,90	1 3 2 3	351,20	1 3 2 4	361,80
2 1 1 1	495,25	2 1 1 2	512,30	2 1 1 3	534,63	2 1 1 4	527,20
2 1 2 1	534,55	2 1 2 2	493,60	2 1 2 3	545,80	2 1 2 4	519,80
2 2 1 1	461,30	2 2 1 2	496,10	2 2 1 3	485,25	2 2 1 4	442,90
2 2 2 1	454,60	2 2 2 2	488,60	2 2 2 3	519,40	2 2 2 4	511,70
2 3 1 1	522,60	2 3 1 2	504,30	2 3 1 3	539,90	2 3 1 4	533,40
2 3 2 1	517,10	2 3 2 2	546,60	2 3 2 3	538,70	2 3 2 4	505,50

Papier und Bleistift

Die notwendigen Summenwerte sind:

$$Y_{1\bullet\bullet\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{1jkl} = 9073{,}10 \qquad Y_{2\bullet\bullet\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{2jkl} = 12231{,}08$$

$$Y_{\bullet1\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{a1jkl} = 7355{,}18 \qquad Y_{\bullet2\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{a2jkl} = 6762{,}85 \qquad Y_{\bullet3\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{a3jkl}\ 7186{,}15$$

$$Y_{\bullet\bullet1\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{ij1l} = 10541{,}83 \qquad Y_{\bullet\bullet2\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{ij2l} = 10762{,}35 \qquad Y_{\bullet\bullet\bullet1} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{ijk1} = 5215{,}15$$

$$Y_{\bullet\bullet\bullet2} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{ijk2} = 5330{,}35 \qquad Y_{\bullet\bullet\bullet3} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{ijk3} = 5427{,}28 \qquad Y_{\bullet\bullet\bullet4} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{ijk4} = 5331{,}40$$

$$Y_{11\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{11kl} = 3192{,}05 \qquad Y_{12\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{12kl} = 2903{,}00 \qquad Y_{13\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{13kl} = 2978{,}05$$

$$Y_{21\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{21kl} = 4163{,}13 \qquad Y_{22\bullet\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{22kl} = 3859{,}85 \qquad Y_{23\bullet} = \sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} y_{23kl} = 4208{,}10$$

$$Y_{1\bullet1\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{1j1l} = 4486{,}70 \qquad Y_{1\bullet2\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{1j2l} = 4586{,}40 \qquad Y_{2\bullet1\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{2j1l} = 6055{,}13$$

$$Y_{2\bullet2\bullet} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{l=1}^{r} y_{2j2l} = 6175{,}95$$

$$Y_{\bullet11\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r} y_{i11l} = 3635{,}93 \qquad Y_{\bullet21\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r} y_{i21l} = 3273{,}90 \qquad Y_{\bullet31\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r} y_{i31l} = 3632{,}00$$

$$Y_{\bullet12\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r} y_{i12l} = 3719{,}25 \qquad Y_{\bullet22\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r} y_{i22l} = 3488{,}95 \qquad Y_{\bullet32\bullet} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r} y_{i32l} = 3554{,}15$$

$$Y_{1\bullet\bullet1} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{1jk1} = 2229{,}75 \qquad Y_{1\bullet\bullet2} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{1jk2} = 2288{,}85 \qquad Y_{1\bullet\bullet3} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{1jk3} = 2263{,}60$$

$$Y_{1\bullet\bullet4} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{1jk4} = 2290{,}90$$

$Y_{2\bullet\bullet1}=\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}y_{2jk1}=2985{,}40$ $\quad Y_{2\bullet\bullet2}=\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}y_{2jk2}=3041{,}50$ $\quad Y_{2\bullet\bullet3}=\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}y_{2jk3}=3163{,}68$

$Y_{2\bullet\bullet4}=\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}y_{2jk4}=3040{,}50$

$Y_{111\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{111l}=15566{,}55$ $\quad Y_{112\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{112l}=1625{,}50$ $\quad Y_{121\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{121l}=1388{,}35$

$Y_{122\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{122l}=1514{,}65$ $\quad Y_{131\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{131l}=1531{,}80$ $\quad Y_{132\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{132l}=1446{,}25$

$Y_{211\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{211l}=2069{,}38$ $\quad Y_{212\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{212l}=2093{,}75$ $\quad Y_{221\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{221l}=1885{,}55$

$Y_{222\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{222l}=1974{,}30$ $\quad Y_{231\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{231l}=2100{,}20$ $\quad Y_{232\bullet}=\sum_{l=1}^{r}y_{232l}=2107{,}90$

$Y_{\bullet\bullet\bullet\bullet}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}y_{ijkl}=21304{,}18$ $\qquad \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}y_{ijkl}^{2}=9698610{,}45$

$$Sgl=\frac{1}{abcr}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}y_{ijkl}\right)^{2}=21304{,}18^{2}/\,(2*3*2*4)=9455585{,}11$$

$$SQ_{Gesamt}=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}y_{ijkl}^{2}-Sgl=9698610{,}45-9455585{,}11= \quad 243025{,}34$$

$$SQ_{Blocks}=\frac{1}{abc}\sum_{l=1}^{r}bl_{l}^{2}-Sgl=\left(5215{,}15^{2}+5330{,}35^{2}+5427{,}28^{2}+5331{,}40^{2}\right)/(2*3*2)-9455585{,}11=1882{,}79$$

$$SQ_{A}=\frac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a}a_{i}^{2}-Sgl=\left(9073{,}10^{2}+12231{,}08^{2}\right)/(3*2*4)-9455585{,}11= \quad 207767{,}45$$

$$SQ_{Rest\,a}=\frac{1}{bc}\sum_{i=1}^{a}\sum_{l=1}^{r}\left[(a\,bl)_{il}\right]^{2}-Sgl-SQ_{Blocks}-SQ_{A}=$$

$$\left(2229{,}75^{2}+2288{,}85^{2}+\ldots+3040{,}50^{2}\right)/(3*2)-9455585{,}11-1882{,}79-207767{,}45= \quad 1360{,}31$$

$$SQ_{B}=\frac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b}b_{j}^{2}-Sgl=\left(7355{,}18^{2}+6762{,}85^{2}+7186{,}15^{2}\right)/(2*2*4)-9455585{,}11= \quad 11637{,}68$$

$$SQ_{C}=\frac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c}c_{k}^{2}-Sgl=\left(10541{,}83^{2}+10762{,}35^{2}\right)/(2*3*4)-9455585{,}11= \quad 1013{,}11$$

$$SQ_{AxB}=\frac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[(ab)_{ij}\right]^{2}-Sgl-SQ_{A}-SQ_{B}$$

$$=\left(3192{,}05^{2}+2903{,}00^{2}+2978{,}05^{2}+\ldots+4208{,}10^{2}\right)/(2*4)-9455585{,}11-207767{,}452-11637{,}685=$$

$$2956{,}38$$

$$SQ_{AxC}=\frac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\left[(ac)_{ik}\right]^{2}-Sgl-SQ_{A}-SQ_{C}$$

$$=\left(4486{,}70^{2}+4586{,}40^{2}+6055{,}13^{2}+6175{,}95^{2}\right)/(3*4)-9455585{,}11-207767{,}452-1013{,}106=$$

$$9{,}29$$

$$SQ_{BxC}=\frac{1}{ar}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left[(bc)_{jk}\right]^{2}-Sgl-SQ_{B}-SQ_{C}$$

$$=\left(3635{,}93^{2}+3273{,}90^{2}+3632{,}00^{2}+\ldots+3554{,}15^{2}\right)/(2*4)-9455585{,}11-11637{,}685-1013{,}106=$$

$$2689{,}98$$

$$SQ_{AxBxC} = \tfrac{1}{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left[(abc)_{ijk}\right]^2 - Sgl - SQ_A - SQ_B - SQ_C - SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC}$$

$$= (1566{,}55^2 + 1625{,}50^2 + 1388{,}35^2 + \dots + 2107{,}90^2)/4 - 9455585{,}11$$

$$- 207767{,}452 - 11637{,}685 - 1013{,}106 - 2956{,}379 - 9{,}293 - 2689{,}979 = \quad 697{,}04$$

$$SQ_{Rest\ abc} = SQ_{Gesamt} - SQ_{Blocks} - SQ_A - SQ_{Rest\ a} - SQ_B - SQ_C - SQ_{AxB} - SQ_{AxC} - SQ_{BxC} - SQ_{AxBxC}$$

$$= 243025{,}34 - 1882{,}79 - 207767{,}45 - 1360{,}31 - 11637{,}68$$

$$- 1013{,}11 - 2956{,}38 - 9{,}29 - 2689{,}98 - 697{,}04 = \quad 13011{,}31$$

FG_{Gesamt}	$= a*b*c*r - 1$	= 47	MQ_{Gesamt}	$= SQ_{Gesamt}/FG_{Gesamt}$	= 243025,34/47	= 5170,75
FG_{Blocks}	$= r - 1$	= 3	MQ_{Blocks}	$= SQ_{Blocks}/FG_{Blocks}$	= 1882,79/3	= 627,60
FG_A	$= a - 1$	= 1	MQ_A	$= SQ_A/FG_A$	= 20776,45/1	= 20776,45
$FG_{Rest\ a}$	$= (a-1)(r-1)$	= 3	$MQ_{Rest\ a}$	$= SQ_{Rest\ a}/FG_{Rest\ a}$	= 1360,31/3	= 453,44
FG_B	$= b - 1$	= 2	MQ_B	$= SQ_B/FG_B$	= 11637,68/2	= 5818,84
FG_C	$= c - 1$	= 1	MQ_C	$= SQ_C/FG_C$	= 1013,11/1	= 1013,11
FG_{AxB}	$= (a-1)(b-1)$	= 2	MQ_{AxB}	$= SQ_{AxB}/FG_{AxB}$	= 2956,38/2	= 1478,19
FG_{AxC}	$= (a-1)(c-1)$	= 1	MQ_{AxC}	$= SQ_{AxC}/FG_{AxC}$	= 9,29/1	= 9,29
FG_{BxC}	$= (b-1)(c-1)$	= 2	MQ_{BxC}	$= SQ_{BxC}/FG_{BxC}$	= 2689,98/2	= 344,99
FG_{AxBxC}	$= (a-1)(b-1)(r-1)$	= 2	MQ_{AxBxC}	$= SQ_{AxBxC}/FG_{AxBxC}$	= 697,04/2	= 348,52
$FG_{Rest\ abc}$	$= a(bc-1)(r-1)$	= 30	$MQ_{Rest\ abc}$	$= SQ_{Rest\ abc}/FG_{Rest\ abc}$	= 13011,31/30	= 433,71

$F_A =$	$MQ_A / MQ_{Rest\ a}$	207767,45/ 453,44 =	485,207
$F_B =$	$MQ_B / MQ_{Rest\ abc}$	5818,84/ 433,71 =	13,416
$F_C =$	$MQ_C / MQ_{Rest\ abc}$	1013,11/ 433,71 =	2,336
$F_{AxB} =$	$MQ_{AxB} / MQ_{Rest\ abc}$	1478,19/ 433,71 =	3,408
$F_{AxC} =$	$MQ_{AxC} / MQ_{Rest\ abc}$	9,029 / 433,71 =	0,021
$F_{BxC} =$	$MQ_{BxC} / MQ_{Rest\ abc}$	1344,99/ 433,71 =	3,101
$F_{AxBxC} =$	$MQ_{AxBxC} / MQ_{Rest\ abc}$	348,52/ 433,71 =	0,804

Varianztabelle

Variations-ursache	FG	SQ	MQ	F	$F_{\alpha;\,FG_1;\,FG_2}$	Test
Gesamt	47	243025,34	5170,75			
Blocks	3	1882,79	627,60			
A	1	207767,45	207767,45	458,207	10,128	signifikant
Rest a	3	1360,31	453,44			
B	2	11637,68	5818,84	13,416	3,316	signifikant
C	1	1013,11	1013,11	2,336	4,171	
A x B	2	2956,38	1478,19	3,408	3,316	signifikant
A x C	1	9,29	9,29	0,021	4,171	
B x C	2	2689,98	1344,99	3,101	3,316	
A x B x C	2	697,04	348,52	0,804	3,316	
Rest abc	30	13011,31	433,71			

Tukey-Prozedur

Die Wechselwirkung AxB ist signifikant. Folglich wird die A-Wirkung durch Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher B-Stufe und die B-Wirkung durch Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher A-Stufe getestet.

$$GD_\alpha = \xi_\alpha * s_{\bar{d}} \quad \rightarrow \quad HSD_\alpha = q_{1-\alpha;FG_{Rest}} / \sqrt{2} * s_{\bar{d}}$$

$q_{1-\alpha,a;FG_{Rest\ a}} = q_{1-\alpha,2;3} = 4{,}501$ [SAS: `probmc("RANGE",.,0.95,3,2)`]

$q_{1-\alpha,a;FG_{Rest\ abc}} = q_{1-\alpha,2;30} = 2{,}888$ [SAS: `probmc("RANGE",.,0.95,30,2)`]

$q_{1-\alpha,b;FG_{Rest\ abc}} = q_{1-\alpha,3;30} = 3{,}487$ [SAS: `probmc("RANGE",.,0.95,30,3)`]

$q_{1-\alpha,c;FG_{Rest\ abc}} = q_{1-\alpha,2;30} = 2{,}888$ [SAS: `probmc("RANGE",.,0.95,30,2)`]

AB/B : $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{i'j\bullet\bullet}$

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2}{bcr}\left[MQ_{Rest\ a} + (b-1)MQ_{Rest\ abc}\right]} = \sqrt{\frac{2}{3*2*4}[453{,}44 + 2*433{,}71]} = 10{,}49$$

$$HSD_\alpha = \frac{MQ_{Rest\ a} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\ a}} + (b-1)MQ_{Rest\ abc} * \xi_{\alpha;FG_{Rest\ abc}}}{MQ_{Rest\ a} + (b-1)MQ_{Rest\ abc}} * s_{\bar{d}}$$

$$= \frac{453{,}44 * 4{,}501/\sqrt{2} + (3-1)433{,}71 * 2{,}888/\sqrt{2}}{453{,}44 + (3-1)433{,}71} * 10{,}49 = 25{,}53$$

AB/A: $\bar{y}_{ij\bullet\bullet} - \bar{y}_{ij'\bullet\bullet}$

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2}{cr} MQ_{Rest\ abc}} = \sqrt{\frac{2}{2*4} 433{,}71} = 10{,}41$$

$$HSD_\alpha = \xi_{\alpha;FG_{Rest\ abc}} * s_{\bar{d}} = 3{,}487/\sqrt{2} * 10{,}41 = 25{,}67$$

C : $\bar{y}_{\bullet\bullet k\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet k'\bullet}$

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2}{abr} MQ_{Rest\ abc}} = \sqrt{\frac{2}{2*3*4} 433{,}71} = 6{,}01$$

$$HSD_\alpha = \xi_{\alpha;FG_{Rest\ abc}} * s_{\bar{d}} = 2{,}888/\sqrt{2} * 6{,}01 = 12{,}27$$

Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B zur Einschätzung der A-Wirkung

B-Stufe	$\bar{y}_{ij\bullet}$	$\bar{y}_{i'j\bullet}$	$\bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{i'j\bullet}$	Test
1	399,01	520,39	-121,38	signifikant
2	362,875	482,48	-119,605	signifikant
3	372,26	526,01	-153,75	signifikant

Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A zur Einschätzung der B-Wirkung

A-Stufe	$\bar{y}_{ij\bullet}$	$\bar{y}_{ij'\bullet}$	$\bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{ij'\bullet}$	Test
1	399,01	362,875	36,135	signifikant
	399,01	372,26	26,75	signifikant
	362,875	372,26	-9,385	.-
2	520,39	482,48	37,91	signifikant
	520,39	526,01	-5,62	.-
	482,48	526,01	-43,53	signifikant

Vergleich der C-Mittelwerte

$\bar{y}_{\bullet\bullet k}$	$\bar{y}_{\bullet\bullet k'}$	$\bar{y}_{\bullet\bullet k} - \bar{y}_{\bullet\bullet k'}$	Test
439,24	448,43	-9,19	-

SAS

```
data bsp11562;
  infile 'BSP11562.DAT';
  input a b c block ertrag;
proc mixed nobound data=bsp11562;
  class a b c block;
  model ertrag = a b c a*b a*c b*c a*b*c / ddfm=satterth;
  random block block*a;
  lsmeans a*b /pdiff adjust=tukey;
run;
```

die Wechselwirkung AxB ist signifikant, so daß hier nur die AB-Vergleiche abgesehen werden sollen

```
                         The MIXED Procedure
                       Class Level Information
                      Class      Levels  Values

                      A               2  1 2
                      B               3  1 2 3
                      C               2  1 2
                      BLOCK           4  1 2 3 4

                  REML Estimation Iteration History

          Iteration  Evaluations      Objective     Criterion

                  0            1  272.68914730
                  1            1  272.48309467    0.00000000

Convergence criteria met.
                 Covariance Parameter Estimates (REML)

                 Cov Parm        Estimate

                 BLOCK        14.51329630
                 A*BLOCK       3.28757176
                 Residual    433.71043889

                 Model Fitting Information for ERTRAG

               Description                          Value

               Observations                       48.0000
               Res Log Likelihood                -169.323
               Akaike's Information Criterion    -172.323
               Schwarz's Bayesian Criterion      -174.699
               -2 Res Log Likelihood             338.6467
               Null Model LRT Chi-Square           0.2061
               Null Model LRT DF                   2.0000
               Null Model LRT P-Value              0.9021

                        Tests of Fixed Effects

               Source        NDF    DDF   Type III F   Pr > F

               A               1      3       458.21   0.0002
               B               2     30        13.42   0.0001
               C               1     30         2.34   0.1369
               A*B             2     30         3.41   0.0464
               A*C             1     30         0.02   0.8846
               B*C             2     30         3.10   0.0597
               A*B*C           2     30         0.80   0.4571

                        Least Squares Means

   Effect   A  B        LSMEAN      Std Error     DF        t    Pr > |t|

   A*B      1  1  399.00625000     7.65924421   26.4    52.09      0.0001
   A*B      1  2  362.87500000     7.65924421   26.4    47.38      0.0001
   A*B      1  3  372.25625000     7.65924421   26.4    48.60      0.0001
   A*B      2  1  520.39125000     7.65924421   26.4    67.94      0.0001
   A*B      2  2  482.48125000     7.65924421   26.4    62.99      0.0001
   A*B      2  3  526.01250000     7.65924421   26.4    68.68      0.0001
```

Differences of Least Squares Means

Effect	A	B	_A	_B	Difference	Std Error	DF	t	Pr > |t|	Adjustment	Adj P
A*B	1	1	1	2	36.13125000	10.41285790	30	3.47	0.0016	Tukey-Kramer	0.0181
A*B	1	1	1	3	26.75000000	10.41285790	30	2.57	0.0154	Tukey-Kramer	0.1366
A*B	1	1	2	1	-121.3850000	10.49149158	18.6	-11.57	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000
A*B	1	1	2	2	-83.47500000	10.49149158	18.6	-7.96	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000
A*B	1	1	2	3	-127.0062500	10.49149158	18.6	-12.11	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000
A*B	1	2	1	3	-9.38125000	10.41285790	30	-0.90	0.3748	Tukey-Kramer	0.9432
A*B	1	2	2	1	-157.5162500	10.49149158	18.6	-15.01	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000
A*B	1	2	2	2	-119.6062500	10.49149158	18.6	-11.40	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000
A*B	1	2	2	3	-163.1375000	10.49149158	18.6	-15.55	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000
A*B	1	3	2	1	-148.1350000	10.49149158	18.6	-14.12	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000
A*B	1	3	2	2	-110.2250000	10.49149158	18.6	-10.51	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000
A*B	1	3	2	3	-153.7562500	10.49149158	18.6	-14.66	0.0001	Tukey-Kramer	0.0000
A*B	2	1	2	2	37.91000000	10.41285790	30	3.64	0.0010	Tukey-Kramer	0.0118
A*B	2	1	2	3	-5.62125000	10.41285790	30	-0.54	0.5933	Tukey-Kramer	0.9940
A*B	2	2	2	3	-43.53125000	10.41285790	30	-4.18	0.0002	Tukey-Kramer	0.0029

Die gewichteten Freiheitsgrade (DF = 18,6) sind gut zu erkennen. Allerdings berücksichtigen auch hier die Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Tukey-Prozedur (Adj P) alle a*b = 6 Vergleiche. Die Überschreitungswahrscheinlichkeiten für die Vergleiche der AB-Mittelwerte auf gleicher A- bzw. B-Stufe können mit Hilfe des entsprechend angepaßten Programms (vgl. S. 60) berechnet werden:

```
data p;
  input a1 b1 a2 b2 diff s_d fg @@;
  v = 6;                          Vergleich der AB-Mittelwerte allgemein
  if a1 = a2 then v = 3;          Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A
  if b1 = b2 then v = 2;          Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B
  q = abs(diff) * sqrt(2)/s_d;
  prob = 1-probmc("RANGE",q,.,fg,v);
  if prob = missing then prob = 1;
  test = ' ';
  if prob < 0.05 then test = "s";
lines;
1 1 1 2  36.13125000 10.41285790   30   1 1 1 3  26.75000000 10.41285790   30
1 1 2 1 -121.3850000 10.49149158 18.6   1 1 2 2 -83.47500000 10.49149158 18.6
1 1 2 3 -127.0062500 10.49149158 18.6   1 2 1 3  -9.38125000 10.41285790   30
1 2 2 1 -157.5162500 10.49149158 18.6   1 2 2 2 -119.6062500 10.49149158 18.6
1 2 2 3 -163.1375000 10.49149158 18.6   1 3 2 1 -148.1350000 10.49149158 18.6
1 3 2 2 -110.2250000 10.49149158 18.6   1 3 2 3 -153.7562500 10.49149158 18.6
2 1 2 2  37.91000000 10.41285790   30   2 1 2 3  -5.62125000 10.41285790   30
2 2 2 3 -43.53125000 10.41285790   30
;
proc print noobs;
  var A1 B1 A2 B2 DIFF PROB TEST;
run;
```

A1	B1	A2	B2	DIFF	PROB	TEST
1	1	1	2	36.131	0.00443	s
1	1	1	3	26.750	0.03975	s
1	1	2	1	-121.385	0.00000	s
1	1	2	2	-83.475	0.00000	s
1	1	2	3	-127.006	0.00000	s
1	2	1	3	-9.381	0.64391	
1	2	2	1	-157.516	0.00000	s
1	2	2	2	-119.606	0.00000	s
1	2	2	3	-163.138	0.00000	s
1	3	2	1	-148.135	0.00000	s
1	3	2	2	-110.225	0.00000	s
1	3	2	3	-153.756	0.00000	s
2	1	2	2	37.910	0.00283	s
2	1	2	3	-5.621	0.85239	
2	2	2	3	-43.531	0.00066	s

Keine signifikanten Unterschiede können zwischen der mittleren Wirkung von B_2 und B_3 (auf der Stufe A_1) und B_1 und B_3 (auf der Stufe A_2) nachgewiesen werden. Genau das zeigte auch die Handrechnung.

12 CADEMO

Einen Überblick über die sich speziell mit der statistischen Versuchsplanung beschäftigende Software geben ORTSEIFEN u. a. (1997)[15]. Sie betrachten Software unter dem Aspekt der Berechnung der Stichprobenumfänge. Ihre in der Tab. A.1 (S. 111) zusammengestellte Programmübersicht wird nachstehend zitiert:

Commercial programs	
CADEMO	CADEMO - Computer aided design of experiments and modelling / CADEMO - Ein Programm zur statistischen Versuchsplanung und Modellwahl
CADEMO LIGHT	CADEMO *light*
DATASIM	DATASIM
EAST	EaSt - A Software Package for the Design and Interim Monitoring of Group Sequential Clinical Trials
EGRETSIZ	EGRET SIZ Program – Advanced Tool for Power & Simple Size Estimation
EX-SAMPLE	EX-Sample+ - An expert system which helps determine sample size for research projects
IFNS	Fallzahlenrechner - Statistische Fallzahlenplanung und Signifikanztests auf dem Sharp PC-1270
N	N - Das Instrument zur Planung und Interpretation von Studien
NQUERY	nQuery - Software for planning and interpretation of studies for time-to-occurence data
PASS	PASS - A quick and simple power and sample size calculation program
PEST	Pest - Planning of sequential studies
POWEREFFECT	Power & Effect: A statistical utility for Macintosh & Windows Systems
POWERPACK	PowerPack
SMPLSIZE	SMPLSIZE
SOLO-POWER	SOLO Power Analysis
STAT-POWER	STAT-POWER
TRIQ	TRIQ - Ein Programm zur Versuchsplanung und Auswertung von sequentiellen Dreiecksversuchen / Triangular Sequential Designs
Shareware and Public domain programs	
GPOWER	Gpower - A general power analysis program
INSTAT	INSTAT Shareware Package
PC-SIZE	PC-SIZE - A program for sample size determinations PC-SIZE: Consult - A program for sample size determinations
PLANUNG	PLANUNG - Programmpaket zur Versuchsplanung
POWER	POWER
POWERT	POWERT
SEPARATE	SEPARATE
SSIZE	SSIZE: A sample size program for clinical and epidemiological studies
STPLAN	STPLAN - Calculations for sample size and related problems

Hier soll die leistungsfähige, modular aufgebaute Software CADEMO[16] (Computer Aided Design of Experiments and MOdelling) betrachtet werden.

[15] ORTSEIFEN, C., T. BRUCKNER, M. Burke, M. Kieser: An Overview of Software Tools for Sample Size Determination. Informatik, Biometrie und Epidemiologie in Medizin und Biologie 28 (1997) 2, 91-118

[16] BioMath - Gesellschaft für Angewandte Mathematische Statistik in Biologie und Medizin mbH Joachim-Jungius-Str. 9, 18059 Rostock

12.1 Die Module von CADEMO

CADEMO ist eine Software, die ausschließlich für die Bereiche der statistischen Versuchsplanung entwickelt wurde. Sie unterstützt den Nutzer - auch den in der angewandten Statistik wenig Kundigen - bei der Formulierung und Präzisierung von Aufgabenstellungen mit experimenteller Grundlage und bietet Verfahren zur optimalen statistischen Versuchsplanung und Modellwahl. CADEMO unterstützt die

- Minimierung des Versuchsumfanges
- Einsparung von Versuchskosten
- Qualitätssicherung
- Einhaltung von Risiken
- Konstruktion von Versuchsanlagen
- Auswahl geeigneter Auswertungsmodelle
- Modellierung von Zusammenhängen .

In jedes Modul sind sowohl Wörterbuch- als auch Literaturdateien aufgenommen, die eine Erläuterung unbekannter statistischer Begriffe und Literaturverweise ermöglichen. CADEMO korrespondiert mit der Verfahrensbibliothek Versuchsplanung und -auswertung[17].

Zum Gesamtumfang von CADEMO gehören folgende Module:

- **ANLA** - Auswahl und Konstruktion von Versuchsanlagen

  - Einsatz und Konstruktion randomisierter Versuchsanlagen
  - Konstruktion spezieller Blockanlagen zur Ausschaltung eines Störfaktors
  - Konstruktion faktorieller Pläne
  - Konstruktion zentral zusammengesetzter Pläne zweiter Ordnung

- **AUWA** - Auswahlverfahren

  - statistische Versuchsplanung für eine große Gruppe von Auswahlverfahren

- **FEVE** - Feldversuchswesen

  - Auswahl geeigneter Versuchsanlagen
  - Wahl der Risiken und Genauigkeitsanforderungen
  - Versuchsumfangsberechnungen
  - Konstruktion von Lageplänen
  - Wahl des Auswertungsverfahrens

- **LEDA** - Lebensdauer und Statistische Qualitätskontrolle

  - Stichprobenplanung zur statistischen Qualitätskontrolle
  - Erstellung von Stichprobenplänen zur Attributsprüfung („Gut-Schlecht-Prüfung")

- **MIWA** - Beurteilung von Mittelwerten und Wahrscheinlichkeiten

  - verfahrens- und datenorientierte Versuchsplanung für den Vergleich von Mittelwerten und Wahrscheinlichkeiten

---

[17] RASCH, D., G. HERRENDÖRFER, J. BOCK und K. BUSCH: Verfahrensbibliothek Versuchsplanung und -auswertung, VEB Deutscher Landwirtschaftsverlag, Berlin, Band 1 und 2: 1978, Band 3: 1981
RASCH, D., G. HERRENDÖRFER, J. BOCK, N.VICTOR und V. GUIARD: Verfahrensbibliothek Versuchsplanung und -auswertung, R. Oldenbourg Verlag, München, Wien, Band 1: 1996, Band 2: 1998

- **MOWA** - Modul-Wahl

  - Präzisierung der Aufgabenstellung
  - Information zu den Modulen

- **POPG** - Populationsgenetik

  - Versuchsplanung zur Schätzung populationsgenetischer Parameter

- **REA1** - Lineare Regression mit einer einstellbaren Einflußgröße

  - optimale Versuchsplanung zur Schätzung der Parameter der Regressionsfunktion bzw. zur Durchführung von Tests und Konfidenzschätzungen für Regressionmodelle mit einstellbaren Einflußgrößen
  - Vergleich von Versuchsplänen hinsichtlich verschiedener Optimalitätskriterien
  - Schätzungen für spezielle Regressionsfunktionen mit mindestens einem nichtlinearen Parameter
  - Modellwahl

- **VARZ** - Beurteilung von Varianzen

  - Versuchsplanung für die Schätzung einer Varianz sowie für den Vergleich zweier oder mehrerer Varianzen
  - Empfehlung von robusten Tests

- **WACH** - Analyse von Wachstums- und Verlaufskurven

  - Analyse spezieller Regressionsfunktionen (Wachstumsfunktionen) mit Funktionsbeschreibung, Parameterschätzung und Interpretation
  - Hypothesenprüfungen und Konfidenzschätzungen
  - optimale Versuchsplanung

- **WIBI** - Wirkstoffgehaltsprüfung - Bioassay

  - Versuchsplanung für Experimente der Wirkstoffprüfung und des Bioassay
  - Parallellinienprüfung, direkte und indirekte Prüfung mit Schätzung und Tests von ρ bzw. ED_{50}

12.2 Der Modul MOWA

Wer sich mit CADEMO noch nicht so gut auskennt oder bestimmte Informationen möchte, wählt den Modul MOWA (Modul-Wahl). Er erhält neben Informationen über CADEMO auch Hinweise zu den einzelnen Module und zur Präzisierung der Aufgabenstellung. Die Module sind unabhängig voneinander zu nutzen.

Eine Kurzübersicht über den Modul MOWA, der hinsichtlich der Informationen über CADEMO als Basismodul fungiert, liefert die nachstehende Zusammenstellung.

MOWA

Cademo - Versuchsplanung Hilfe - MOWAW.HLP

Datei Bearbeiten Lesezeichen Optionen ?

Inhalt | Suchen | Zurück | Drucken | << | >>

CADEMO
Computer Aided Design of Experiments and Modeling

Cademo ist eine rechnergestützte Anleitung zur Planung von Versuchen, zur mathematischen Modellierung von Versuchsergebnissen und zur Auswahl einer geeigneten Auswertungsmethode.

Cademo hat einen einzigartigen Bezug zur Statistischen Versuchsplanung: während die meisten Programme zur Anwendung kommen, wenn das Modell bereits bestimmt und die Versuche durchgeführt worden sind, hilft **Cademo** bei der Präzisierung der Aufgabenstellung, der Auswahl eines statistischen Modells und der Berechnung wichtiger Versuchsparameter.

- Erläuterungen zu Cademo
- Information zu den einzelnen Modulen
- Ihre Aufgabenstellung präzisieren

Wörterbuch
Literaturverzeichnis

CADEMO - Erläuterungen

CADEMO ist ein Dialogsystem zur Planung von Versuchen und zum Auffinden eines geeigneten statistischen Modells für die Versuchsplanung und Versuchsauswertung. **CADEMO** hilft Ihnen durch sein Modulwahlprogramm, eine fachliche Aufgabenstellung zu präzisieren und den für Sie relevanten Modulkomplex auszuwählen. **CADEMO** enthält neueste Erkenntnisse der angewandten Statistik zur Versuchsplanung und Modellwahl. In **CADEMO** werden die Erfahrungen von über **30 Jahren** Beratungstätigkeit zur optimalen Analyse von Versuchen und zur minimalen Wahl des Versuchsumfanges genutzt. CADEMO besteht aus speziellen Moduln bzw. Modulkomplexen.

Hinweise für die Arbeit mit CADEMO:

Entscheidung treffen Sie über Menüs und Dialogboxen.
Ergebnisse werden in Reports gespeichert, die bearbeitet werden können.
Worterklärungen und Literaturangaben sind über die Online-Hilfe verfügbar

Ausführliche Benutzungshinweise finden Sie im Handbuch.

CADEMO - Module

Wählen Sie den entsprechenden Modul aus um weiter Informationen zu erhalten.

- Wirkstoffgehaltsprüfung - Bioassay
- Wachstums- und Verlaufskurven
- Populationsgenetik
- Lebensdauer und Qualitätskontrolle
- Mittelwerte und Wahrscheinlichkeiten
- Varianzen
- Auswahlverfahren
- Versuchsanlagen
- Regressionsanalyse Modell I

- Sequentielle Dreiecksversuche

CADEMO - Aufgabenstellung präzisieren

Wenn sich Ihr Versuch einem der folgenden Spezialgebiete zuordnen läßt sollten Sie diese Möglichkeit nutzen:

- Wirkstoffgehaltsprüfung - Bioassay
- Analyse von Wachstums- und Verlaufskurven
- Populationsgenetik
- statistische Qualitätskontrolle und Erneuerungsprobleme
- Medizinische Studien

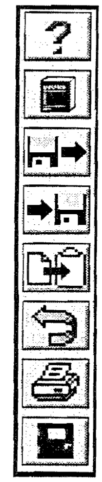
- Ich kann (oder will) keine Zuordnung vornehmen.

12.3 CADEMO-FEVE

12.3.1 Allgemeiner Aufbau

Jeder Modul hat rechts eine Spalte (Werkzeugleiste) mit Icons, die folgende Funktionen auslösen:

Hilfe, modulspezifisch
aufrufen des Wörterbuches
öffnen einer Report-Datei
speichern einer Report-Datei
übernehmen des Inhalts in die Zwischenablage
zurück zur Parametereingabe
drucken des Fensterinhalts
ENDE



Die Hauptmenüleiste Datei Bearbeiten Optionen Wörterbuch Fenster Hilfe ist in den Modulen gleich. Dieses Pull-Down-Menü (s. u.) steht unterhalb des Hinweises, in welchem Modul man sich befindet. Das Pull-Down-Menü unterhalb der Hauptmenüleiste ist modulspezifisch.

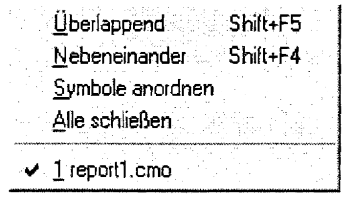
CADEMO - Feldversuchswesen
Datei Bearbeiten Optionen Wörterbuch Fenster Hilfe
Versuchsanlagen Auswertungsverfahren ?...

Datei		Neu Öffnen... Speichern Speichern unter... Schließen
	Funktionen, die sich auf die Report-Datei beziehen	
	(Druckerinstallation)	Drucken... Druckerinstallation...
	CADEMO beenden	Beenden Alt+F4
Bearbeiten	Parametereingabe	Eingabewiederholung...
	Report-Legende (Name, Firma, Kurzbeschreibung)	Reportinformation...
	kopiert den Report-Inhalt in die Zwischenablage	Kopieren Strg+Einfg
Optionen	Farbgestaltung des Bildschirms (mit Untermenü)	Farben ▸ (✔ Standard, Monochrom, Arizona, Bordeaux, Designer, Hotdog, Neon, Zimt)
	modulabhängige Wahlmöglichkeit zur Versuchsplanung (Menüpunkt nicht in FEVE)	Moduleinstellungen...
	speichert die vorgenommenen Optionen	Einstellungen speichern
Wörterbuch	Wörterbücher: allgemeine modulspezifische	allgemeines Wörterbuch Alt+F1 Wörterbuch Feldversuche Ctrl+F1 Wörterbuch Auswertungsverfahren
	Literaturverzeichnisse: allgemeine modulspezifische	allgemeines Literaturverzeichnis Literaturverzeichnis Feldversuche Shift+F1 Literaturverzeichnis Auswertungsverfahren

Fenster

mehrerer Report-Dateien können geöffnet und entsprechend angeordnet werden

alle Report-Dateien werden geschlossen



Hilfe

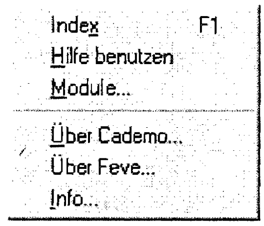
modulspezifischer Hilfe-Index

allgemeine Microsoft-Windows-Hilfe

aktueller Modul und Liste der anderen

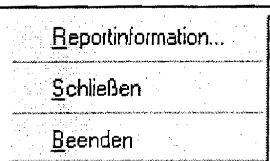
liefert Ziel- und Aufgabenstellung von CADEMO

aktueller Modul, Lizenzträger, Seriennummer

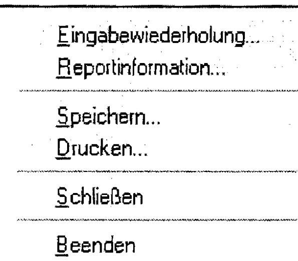


Die rechte Maustaste ist als Pop-up-Menü mit bereits bekannten (s. o.) Funktionen belegt.

die Report-Datei ist leer



die Report-Datei ist nicht leer

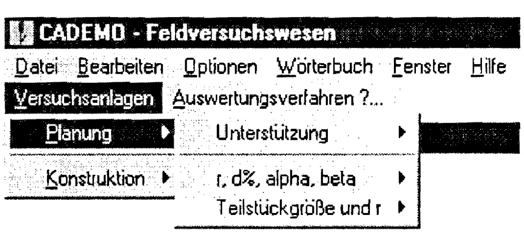


12.3.2 Erläuterung von Begriffen und Verfahren

Eine umfangreiche begriffliche Unterstützung bietet der Menüpunkt Auswertungsverfahren ?... . Im Feldversuchswesen übliche Begriffe werden erklärt und Hilfestellungen für verschiedene Verfahren der biometrischen Versuchsauswertung für metrische und rangskalierte Merkmale einschließlich einer grafischen Analyse - beispielsweise mit Scatter- oder Box-Whisker-Plots - werden gegeben.

12.3.3 Stichprobenumfangs- und Genauigkeitsplanung

Im modulspezifischen Pull-Down-Menü unterhalb der Hauptmenüleiste steht Versuchsanlagen .



Der Menüpunkt Planung hat weitere Wahlmöglichkeiten. Unter *Unterstützung* erhält man konkrete Hinweise für die

- Präzisierung der Versuchsfrage
- Wahl der Versuchselemente
- Wahl einer Versuchsanlage
- Aufstellung eines Versuchsplanes.

Beispielsweise umfassen letztere alle Elemente eines Versuchsplanes bis hin zu Festlegungen zur Versuchsauswertung.

Die Stichprobenumfangs- und Genauigkeitsplanung findet man unter
Versuchsanlagen ➘ Planung ➘ r, d%, alpha, beta .

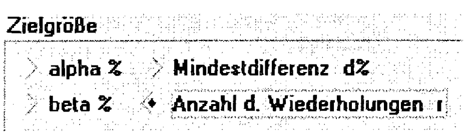
Nun muß man sich entscheiden, ob die Versuchsanlage
Einfaktoriell...
Zweifaktoriell...
Dreifaktoriell...
sein soll. Es soll eine einfaktorielle Anlage betrachtet werden. Nunmehr ist in einem Planungsfenster der Typ der Versuchsanlage auszuwählen unter

```
vollständig randomisierte Anlage A-R
Blockanlage                      A-Bl
Lateinisches Quadrat / Rechteck  A-LQ  .
```

Die Planung für zwei- und dreifaktorielle Anlagen ist realisiert für

```
vollst. randomisierte Anlage AxB-R        vollst. randomisierte Anlage AxBxC-R
Blockanlage                  AxB-Bl       Blockanlage                  AxBxC-Bl
Lateinisches Quadrat/Rechteck AxB-LQ/RQ   Lat. Quadrat/Rechteck        AxBxC-LQ/RQ
Spaltanlage                  A/B-Bl
Streifenanlage               A+B-Bl
```

In dem darauf folgendem Abschnitt innerhalb des Planungsfensters wird die Zielgröße festgelegt:



Die Entscheidung fällt zwischen α%[18], β%[19], der praktisch interessierenden Mindestdifferenz d%[20] und der Wiederholungsanzahl r.

Die einseitige Fragestellung des t-Testes ist fest vorgegeben, wenn als Zielgröße β%, d% oder r gewählt wird. Ist die Zielgröße α%, dann kann die ein- oder zweiseitige Fragestellung des t-Testes eingestellt werden.

Die Grundlage der optimalen Versuchsplanung ist für die Grenzdifferenz des t-Testes GD die Beziehung $GD_\alpha = GD_\beta$, die für die einfaktorielle Blockanlage A-Bl lautet:

$$t_{1-\alpha;FG} * s_d = d - t_{1-\beta;FG} * s_d \qquad \text{mit} \qquad s_d = \frac{s\%}{\sqrt{r/2}} \quad .$$

Folglich gilt für die optimale Stichprobenplanung

$$t_{1-\alpha;FG} + t_{1-\beta;FG} = \frac{d\%}{s\%} * \sqrt{\frac{r}{2}} \quad .$$

Bei der zweiseitigen Fragestellung wird α/2 anstelle von α gesetzt.

[18] α%: Risiko 1. Art (Irrtumswahrscheinlichkeit) in Prozent;
die Wahrscheinlichkeit, einen Fehler zu begehen, wenn die Nullhypothese (kein Unterschied zwischen den zu vergleichenden Mittelwerten) auf der Grundlage der Stichprobenergebnisse abgelehnt wird, obwohl sie in der Grundgesamtheit zutrifft.

[19] β%: Risiko 2. Art in Prozent;
die Wahrscheinlichkeit, einen Fehler zu begehen, wenn die Nullhypothese (kein Unterschied zwischen den zu vergleichenden Mittelwerten) auf der Grundlage der Stichprobenergebnisse angenommen wird, obwohl sie in der Grundgesamtheit nicht zutrifft.

[20] d%: praktisch interessierende Mindestdifferenz in Prozent;
beim Vergleich zweier Mittelwerte ist d der Abstand des einen Mittelwertes zum anderen, bis zu dem der Unterschied zwischen diesen Mittelwerten als zufällig angesehen wird, erst ab einem Abstand ≥ d ist der Unterschied bedeutsam. Die Mindesdifferenz sollte fachlich begründet werden. Wenn das schierig ist, hat sich eine orientierende Wahl von d% im Bereich 0.5 s% < d% < 2 s% als praktisch sinnvoll erwiesen.

Die Freiheitsgrade FG sind die Freiheitsgrade des Restes. Sie sind beispielsweise für eine einfaktorielle Blockanlage A-Bl FG = (a-1)*(r-1), wobei a die Anzahl der Stufen des Faktors A und r die Anzahl der Blocks (Wiederholungen) sind (s. Abschnitt 11).

Nunmehr sind vorzugeben
- die Anzahl der Stufen des Prüffaktors A a
- die Variabilität.

Bei den meisten Modulen von CADEMO wird die Variabilität durch die Varianz charakterisiert. Für CADEMO-FEVE hat sich das Autorenteam für die relativierte Statistik, den Variationskoeffizienten s% entschieden. Bekanntlich wird er mit $s\% = \frac{s}{\bar{y}} * 100$ geschätzt aus Standardabweichung s (der Quadratwurzel aus der Restvarianz) und dem Gesamtmittelwert des Versuches $\bar{y}$. Die meisten Auswertungprogramme liefern den Schätzwert für den Variationskoeffizienten. Die SAS-Prozedur GLM bringt mit der Varianztabelle auf der gleichen Zeile mit der Wurzel aus der Restvarianz (`Root MSE`) und dem Mittelwertes des Versuche (`Mean`) auch den Variationkoeffizienten (`C.V.`).

Da es für einen beabsichtigten Vergleich der mittleren Wirkungen gegen die eines Standards oder einer Kontrolle sinnvoll ist, diesen Standard (oder Kontrolle) häufiger zu wiederholen, wird die Anzahl w der Wiederholungen des Standardprüfglieds innerhalb eines Blocks erfragt. Für die optimale Stichprobenumfangsplanung zur Dunnett-Prozedur weiß man, daß gilt

$w_{Standard} = w_{Prüfglied} * \sqrt{a}$. Innerhalb eines Blocks ist $w_{Prüfglied} = 1$.

Der untere Teil des Planungsfensters ist abhängig von der Wahl der Zielgröße. Einzugeben sind:

Zielgröße	Voreinstellungen				neben a = , w = , s% = sind vorzugeben
α%	alpha % =	wird berechnet	d% =		β% , d% , r
	beta % =	25	r =		
β%	alpha % =	5	d% =		α% , d% , r
	beta % =	wird berechnet	r =		
d%	alpha % =	5	d% =	wird berechnet	α% , β% , r
	beta % =	25	r =		
r	alpha % =	5	d% =		α% , β% , d%
	beta % =	25	r =	wird berechnet	

Der Button Vorläufige Berechnung von <Zielgröße> liefert das Ergebnis der Berechnung der Zielgröße. Mit OK wird es in das Report-Fenster übernommen.

Beispiel 12.1:

Für eine einfaktorielle Blockanlage soll die Anzahl der mindestens notwendigen Wiederholungen (Blocks) r berechnet werden. Vorgegeben werden

a = 5	α% = 5
w = 1	β% = 20
s% = 23	d% = 10 .

CADEMO-FEVE:

Versuchsanlagen ↘ Planung ↘ r, d%, alpha, beta
↘ Einfaktoriell... ↘ Blockanlage A-Bl ↘ Zielgröße: r

Report:

```
Entscheidung:
Berechnung von r
Versuchsplan - Einfaktoriell
               Vollständig randomisierte Anlage (A - R)
```

```
Ergebnis: r = 66

In Abhängigkeit der von Ihnen gewählten Größen ergeben sich im
Ergebnis der Berechnung von r folgende Werte:

a      =      5
v      =      5  (Anzahl der Prüfglieder)
w      =      1
r      =     66
d%     =  10.00
s%R    =  23.00
alpha%=    5.00 (einseitig) entspricht alpha% = 10.00 (zweiseitig)
beta% =   20.00 (einseitig)

Die Planung erfolgt unter Annahme GDalpha = GDbeta = 6.61%

Signifikanz bedeutet:
Mit einer Wahrscheinlichkeit (100-beta%)=80.00 werden Differenzen von d%=10.00
im Experiment als signifikante Differenzen erkannt. Differenzen größer als
d%=10.00 werden mit entsprechend höherer Wahrscheinlichkeit erkannt.
Die Nullhypothese hat dabei noch eine Wahrscheinlichkeit von
alpha%=5.00 (Irrtumswahrscheinlichkeit).

Nichtsignifikanz bedeutet:
Mit einer Wahrscheinlichkeit von beta%=20.00 werden Differenzen von d%=10.00
im Experiment als NICHT signifikant ausgewiesen. Differenzen kleiner als
d%=10.00 sind mit höherer Wahrscheinlichkeit NICHT signifikant.
Die Nullhypothese hat eine Wahrscheinlichkeit von (100-alpha%)=95.00.
```

Ergebnis: r = 66 ➔ unrealistisch!

Verändert wird der Eingabewert: d% = 50

Ergebnis: r = 4 ➔ vertretbarer Umfang, aber irreale Mindestdifferenz d%!

Verändern der Eingabewerte:
s% = 10 d% = 10

Ergebnis: r = 13 ➔ noch viel zu großer Umfang für Feldversuche!

weitere Änderung der Eingabewerte:
s% = 10 d% = 20

Ergebnis: r = 4 ➔ realistischer Umfang, u. U. akzeptable Genauigkeit d%

Diese „Zahlenspielerei" soll vor allem zeigen, daß man sich Feldversuche mit einem Variationskoeffizienten s% > 15 genauer ansehen sollte - beispielsweise dahingehend, ob es „echte", sachlich begründete Ausreißer gibt, die eine derartig hohe Streuung hervorrufen.

Übrigens bezeichnen BÄTZ u. a.[21] diesen Variationskoeffizienten s% als *relative Wiederholungsgenauigkeit*.

Ist der Versuch durchgeführt, lassen sich die Risiken abschätzen. Das ist besonders dann interessant, wenn mit geringer Wiederholung [bekannte Begründungen sind: „nicht genügend Versuchsfläche", „keine Leute", „zu wenig Zeit", ...] gearbeitet wird.

[21] Autorenkollektiv: Einführung in die Methodik des Feldversuchs
VEB Deutscher Landwirtschaftsverlag, Berlin, 1982

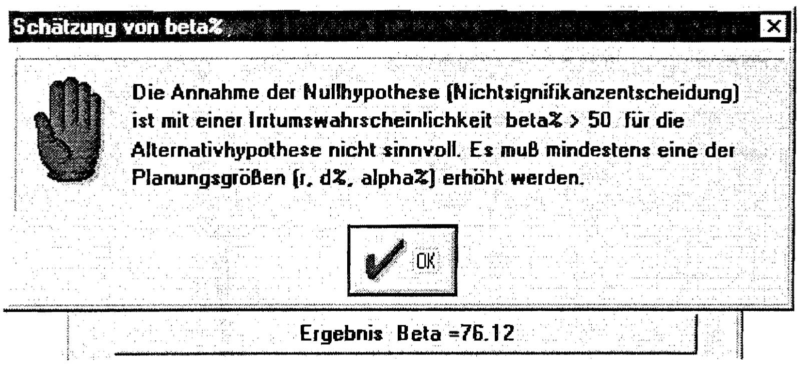
Ausgehend von obigen Beispielswerten soll für eine Wiederholung r = 3 die (untere) Grenze für das Risiko 2. Art β% berechnet werden.

a = 5	α% = 5
w = 1	r = 3
s% = 23	d% = 20 .

CADEMO-FEVE:

Versuchsanlagen ➘ Planung ➘ r, d%, alpha, beta
➘ Einfaktoriell... ➘ Blockanlage A-BI ➘ Zielgröße: β%

Ergebnis:



β% = 76,12% !!!

CADEMO-FEVE „weigert sich", dieses Ergebnis in den Report zu übernehmen. Zu recht!

12.3.4 Beispiele

Beispiel 12.2

Bezug genommen soll auf das Beispiel 11.3.1.5 einer einfaktoriellen Blockanlage A-BI. Es kann angenommen werden, daß die Restvarianz von 0.28 durch gleichgelagerte Versuche bestätigt wurde, so daß sie zur Versuchsplanung herangezogen werden kann. Der Versuchsumfang, d. h. die Anzahl der Blocks, soll für 8 Fungizidaufwandmengen und einer Mindestdifferenz d = 1,5 Ertragseinheiten bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0.05$ und einem Risiko 2. Art $\beta = 0.2$ berechnet werden.

Modell: A-BI gesucht: r = ?

$s^2_{Rest} = 0,28$
$a = 8$
$\alpha = 0,05$
$\beta = 0,2$
$d = 1,2$

CADEMO-FEVE erwartet Prozentangaben, so daß die Werte umzurechnen sind, wobei der Mittelwert des Versuches bei $\bar{y}_{..} = 9,02$ Ertragseinheiten lag:

$$s\% = \frac{s_{Rest}}{\bar{y}_{..}} * 100 = \frac{\sqrt{0,28}}{9,02} * 100 = 5,87$$ (was übrigens darauf hinweist, daß die Präzision hoch ist)

$a = 8 \qquad \alpha\% = 5 \qquad \beta\% = 20$

$$d\% = \frac{d}{\bar{y}_{..}} * 100 = \frac{1,2}{9,02} * 100 = 13,3$$

CADEMO-FEVE:

Versuchsanlagen ➘ Planung ➘ r, d%, alpha, beta
➘ Einfaktoriell... ➘ Blockanlage A-Bl
➘ Zielgröße: Anzahl d. Wiederholungen r

Ergebnis:

Entscheidung: Berechnung von r Versuchsplan - Einfaktoriell Blockanlage (A - Bl)

Ergebnis: r = 4

In Abhängigkeit der von Ihnen gewählten Größen ergeben sich im Ergebnis der Berechnung von r folgende Werte:

a = 8
v = 8 (Anzahl der Prüfglieder)
w = 1
r = 4
d% = 13.30
s%R = 5.87
alpha%= 5.00 (einseitig) entspricht alpha% = 10.00 (zweiseitig)
beta% = 10.00 (einseitig)

Die Planung erfolgt unter Annahme GDalpha = GDbeta = 7.49%

Signifikanz bedeutet:
Mit einer Wahrscheinlichkeit (100-beta%)=90.00 werden Differenzen von d%=13.30 im Experiment als signifikante Differenzen erkannt. Differenzen größer als d%=13.30 werden mit entsprechend höherer Wahrscheinlichkeit erkannt.
Die Nullhypothese hat dabei noch eine Wahrscheinlichkeit von alpha%=5.00 (Irrtumswahrscheinlichkeit).

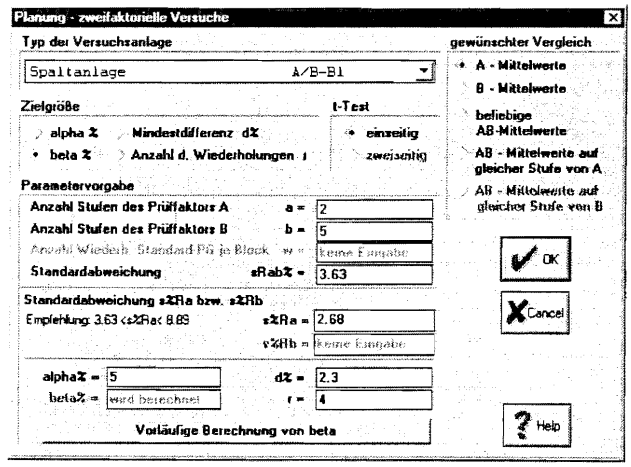
Nichtsignifikanz bedeutet:
Mit einer Wahrscheinlichkeit von beta%=10.00 werden Differenzen von d%=13.30 im Experiment als NICHT signifikant ausgewiesen. Differenzen kleiner als d%=13.30 sind mit höherer Wahrscheinlichkeit NICHT signifikant.
Die Nullhypothese hat eine Wahrscheinlichkeit von (100-alpha%)=95.00.

Beispiel 12.3

Betrachtet werden soll das Beispiel 11.4.3.5 einer zweifaktoriellen Spaltanlage (A/B)-Bl mit a = 2 Bodenbearbeitungen, b = 5 Herbizidaufwandmengen und 4 Blocks. Das Prüfmerkmal war der Ertrag von Wintergerste. Die Irrtumswahrscheinlichkeit α war 0.05 gewählt worden. Die Schätzwerte für die Varianz der Fehler – der Varianztabelle zu entnehmen - waren $s^2_{\text{Rest ab}} = 9{,}4928$ und $s^2_{\text{Rest a}} = 5{,}1887$. Der berechnete Mittelwert der Erträge des Versuches war $\bar{y}_{..} = 84{,}87$. Somit ergeben sich $s\%_{\text{Rest ab}} = \frac{\sqrt{9{,}4928}}{84{,}87} * 100 = 3{,}63$ und $s\%_{\text{Rest a}} = \frac{\sqrt{5{,}1887}}{84{,}87} * 100 = 2{,}68$.

Der Fehler 2. Art β soll aus dem Versuchsergebnis geschätzt werden, wobei d gewählt wird:
für den Vergleich der A-Mittelwerte: d = 2,3 und 4,57 (d% = 4,71 % bzw. 5,38 %)
für den Vergleich der B-Mittelwerte: d = 4,53 und 6,42 (d% = 5,34 % bzw. 7,56 %) .

CADEMO-FEVE:
- Versuchsanlagen
  - Planung
  - r, d%, alpha, beta
  - Zweifaktoriell...
  - Spaltanlage A/B-Bl
  - Zielgröße: beta%



Ergebnis:

Entscheidung: Berechnung von beta% Versuchsplan - Zweifaktoriell Spaltanlage (A/B - Bl) Vergleich von A -Mittelwerten

Ergebnis: beta% = 36.90

In Abhängigkeit der von Ihnen gewählten Größen ergeben sich im Ergebnis der Berechnung von beta% folgende Werte:

a = 2
b = 5
v = 10 (Anzahl der Prüfglieder)
r = 4
d% = 2.30
s%Rab = 3.63
s%Ra = 2.68
alpha%= 5.00 (einseitig) entspricht alpha% = 10.00 (zweiseitig)
beta% = 36.90 (einseitig)

Die Planung erfolgt unter Annahme GDalpha = GDbeta = 1.99%

Signifikanz bedeutet:
Mit einer Wahrscheinlichkeit (100-beta%)=63.10 werden Differenzen von d%=2.30 im Experiment als signifikante Differenzen erkannt. Differenzen größer als d%=2.30 werden mit entsprechend höherer Wahrscheinlichkeit erkannt.
Die Nullhypothese hat dabei noch eine Wahrscheinlichkeit von alpha%=5.00(Irrtumswahrscheinlichkeit).

Nichtsignifikanz bedeutet:
Mit einer Wahrscheinlichkeit von beta%=36.90 werden Differenzen von d%=2.30 im Experiment als NICHT signifikant ausgewiesen. Differenzen kleiner als d%=2.30 sind mit höherer Wahrscheinlichkeit NICHT signifikant.
Die Nullhypothese hat eine Wahrscheinlichkeit von (100-alpha%)=95.00.

Ergebnis: beta% = 2.72

d% = 4.57

beta% = 2.72 (einseitig)

... (100-beta%)=97.28
... d%=4.57
... d%=4.57

... beta%=2.72
... d%=4.57
... d%=4.57

Entscheidung:
Berechnung von beta%
Versuchsplan - Zweifaktoriell
Spaltanlage (A/B - Bl)
Vergleich von B -Mittelwerten

Ergebnis: beta% = 11.42

In Abhängigkeit der von Ihnen gewählten Größen ergeben sich im Ergebnis der Berechnung von beta% folgende Werte:

a = 2
b = 5
v = 10 (Anzahl der Prüfglieder)
r = 4
d% = 5.34
s%Rab = 3.63
s%Ra = 2.68
alpha%= 5.00 (einseitig) entspricht alpha% = 10.00 (zweiseitig)
beta% = 11.42 (einseitig)

Die Planung erfolgt unter Annahme GDalpha = GDbeta = 3.11%

Signifikanz bedeutet:
Mit einer Wahrscheinlichkeit (100-beta%)=88.58 werden Differenzen von d%=5.34 im Experiment als signifikante Differenzen erkannt. Differenzen größer als d%=5.34 werden mit entsprechend höherer Wahrscheinlichkeit erkannt.
Die Nullhypothese hat dabei noch eine Wahrscheinlichkeit von alpha%=5.00(Irrtumswahrscheinlichkeit).

Nichtsignifikanz bedeutet:
Mit einer Wahrscheinlichkeit von beta%=11.42 werden Differenzen von d%=5.34 im Experiment als NICHT signifikant ausgewiesen. Differenzen kleiner als d%=5.34 sind mit höherer Wahrscheinlichkeit NICHT signifikant.
Die Nullhypothese hat eine Wahrscheinlichkeit von (100-alpha%)=95.00.

Ergebnis: beta% = 1.03

d% = 7.56

beta% = 1.03 (einseitig)

... (100-beta%)=98.97
... d%=7.56
... d%=7.56

... beta%=1,03
... d%=7.56
... d%=7.56

12.3.5 Planung der Ernteteilstücksgröße und der Wiederholungsanzahl

Zur Planung der Ernteteilstücksgröße[22] und der Wiederholungsanzahl kommt man mit Hilfe der Menüpunkte:

Versuchsanlagen ↘ Planung ↘ Teilstückgröße und r .

Zwei Wege stehen nun offen:

bei Vorinformationen...
keine Vorinformationen ?... .

Liegen keine Vorinformationen vor, so werden für

- Getreide
- Hackfrüchte
- Ölpflanzen
- einjährige Futterpflanzen, einschließlich Mais und großkörnige Leguminosen
- kleinkörnige Leguminosen und Gräser
- Gemüse (Kohl-, Wurzel-, Zwiebel-, Blatt- und Stiel-, Fruchtgemüse und Hülsenfrüchte)
- Sonderkulturen [Tabak]

Standardempfehlungen zu Ernteteilstücksgrößen (< Teilstücksgrößen !) gegeben.

Mit Vorinformationen aus 5 bis 10 Versuchen ist für jeden dieser Versuche die Anzahl der Prüfglieder v, die Variabilität in Form von s% und die Ernteteilstücksgröße [m²] einzugeben. Aus den Planungsgrößen v, Anzahl der Prüfglieder im zu planenden Versuch, d%, α% und β% sowie der Fragestellung (ein- oder zweiseitig) des t-Testes werden Festlegungen für die zur Planung zugrunde zu legende Variabilität s% und Ernteteilstücksgröße getroffen und eine Tabelle berechnet, die in Abhängigkeit von der Anzahl der Wiederholungen r die Mindestdifferenz d% ausweist. Darüber hinaus erhält der Nutzer eine Tabelle der Ernteteilstücksgröße im m² für r = 2 bis 12. Nicht empfohlen werden Ernteteilstücke mit einer Größe, die außerhalb des Bereiches von 2 bis 100 m² liegt.

12.3.6 Konstruktion von Lageplänen

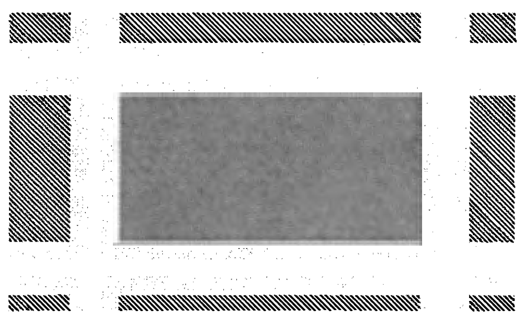
Für verschiedene Feldversuchsanlagen lassen sich über die Menüpunkte

Versuchsanlagen ↘ Konstruktion

Lagepläne entwerfen:

- vollständig randomisierte Anlagen...
  Anzahl der Faktoren: 1, 2 oder 3

[22] um Randeffekte der Parzelle und Nachbarwirkungen zwischen den Parzellen zu minimieren, wird aus dem Teilstück der Parzelle eine Erntefläche ausgewählt, auf der das Merkmal beobachtet wird.



- Anlagen in vollständigen Blocks...

Anzahl der Faktoren:

ein Faktor		*zwei Faktoren*		*drei Faktoren*	
Blockanlage	A-Bl	Blockanlage	AxB-Bl	Blockanlage	AxBxC-Bl
Lat. Quadrat	A-LQ	Lat. Quadrat	AxB-LQ	Lat. Quadrat	AxBxC-LQ
Lat. Rechteck	A-LR	Lat. Rechteck	AxB-LR	Lat. Rechteck	AxBxC-LR
		Spaltanlage	A/B-Bl	zweistufige Spaltanlage	A/(BxC)-Bl
		Streifenanlage	A+B-Bl	zweistufige Spaltanlage	(AxB)xC-Bl
				dreistufige Spaltanlage	A/B/C-Bl
				Streifenanlage	A+(BxC)-Bl
				Streifenspaltanlage	A+(B/C)-Bl

- Anlagen in vollständigen Blocks mit Standardprüfglied...

Anzahl der Faktoren:

ein Faktor		*zwei Faktoren*		*drei Faktoren*	
Blockanlage	A-Bl	Blockanlage	AxB-Bl	Blockanlage	AxBxC-Bl
Lat. Quadrat	A-LQ	Lat. Quadrat	AxB-LQ		
Lat. Rechteck	A-LR	Lat. Rechteck	AxB-LR	Lat. Rechteck	AxBxC-LR

- Standardanlagen mit Wiederholungen...

  Lage der Wiederholungen:
  - übereinander (Langparzellenanlage)
  - nebeneinander oder beliebig nebeneinander und untereinander

- Standardanlagen ohne Wiederholungen...

  Bodenausgleich:
  - in einer Richtung
  - in zwei Richtungen

- Großversuche
  - Kontrollierter Anbauvergleich mit zwei Prüfgliedern
  - Erweiterter Anbauvergleich mit mehr als zwei Prüfgliedern
  - Faktorieller Anbauvergleich

12.3.7 Beispiele

Beispiel 12.4

Für einen Sorten (Faktor A) - Düngungs (Faktor B) -Versuch soll produktionsübliche Technik eingesetzt werden. Die zu planende Versuchsanlage ist eine zweifaktorielle Streifenanlage mit a = 5 Sorten und b = 4 Düngungsstufen. Es sollen 4 Blocks angelegt werden.

CADEMO: Versuchsanlagen ➘ Konstruktion ➘ Anlagen in vollständigen Blocks...

zwei Faktoren
`Streifenanlage (A+B-Bl)`
a = 5
b = 4
r = 4

Report (der Bildschirmausgabe entsprechend):

Entscheidung:
zweifaktorielle Versuchsanlage
Streifenanlage (A+B-BI)

Stufen des Prüffaktors A = 5
Stufen des Prüffaktors B = 4
Anzahl der Wiederholungen = 4
Anzahl der Prüfglieder = 20

Großteilstück des Prüffaktors A

Großteilstück des Prüffaktors B

zusätzliche Umrandung der Großteilstücke

		b1	b2	b3	b4
r1	a5	a5.b1	a5.b2	a5.b3	a5.b4
	a3	a3.b1	a3.b2	a3.b3	a3.b4
	a1	a3.b1	a1.b2	a1. b3	a1.b4
	a2	a2.b1	a2.b1	a2.b3	a2.b4
	a4	a4.b1	a4.b1	a2.b3	a4.b4

		b2	b4	b1	b3
r2	a3	a3.b2	a3.b4	a3.b1	a3.b3
	a4	a4.b2	a4.b4	a4.b1	a4.b3
	a2	a4.b2	a2.b4	a2. b1	a2.b3
	a5	a5.b2	a5.b2	a5.b1	a5.b3
	a1	a1.b2	a1.b2	a5.b1	a1.b3

		b3	b1	b4	b2
r3	a1	a1.b3	a1.b1	a1.b4	a1.b2
	a2	a2.b3	a2.b1	a2.b4	a2.b2
	a3	a2.b3	a3.b1	a3. b4	a3.b2
	a4	a4.b3	a4.b3	a4.b4	a4.b2
	a5	a5.b3	a5.b3	a4.b4	a5.b2

		b4	b1	b2	b1
r4	a2	a2.b4	a2.b1	a2.b2	a2.b1
	a5	a5.b4	a5.b1	a5.b2	a5.b1
	a4	a5.b4	a4.b1	a4. b2	a4.b1
	a1	a1.b4	a1.b4	a1.b2	a1.b1
	a3	a3.b4	a3.b4	a1.b2	a3.b1

Beispiel 12.5

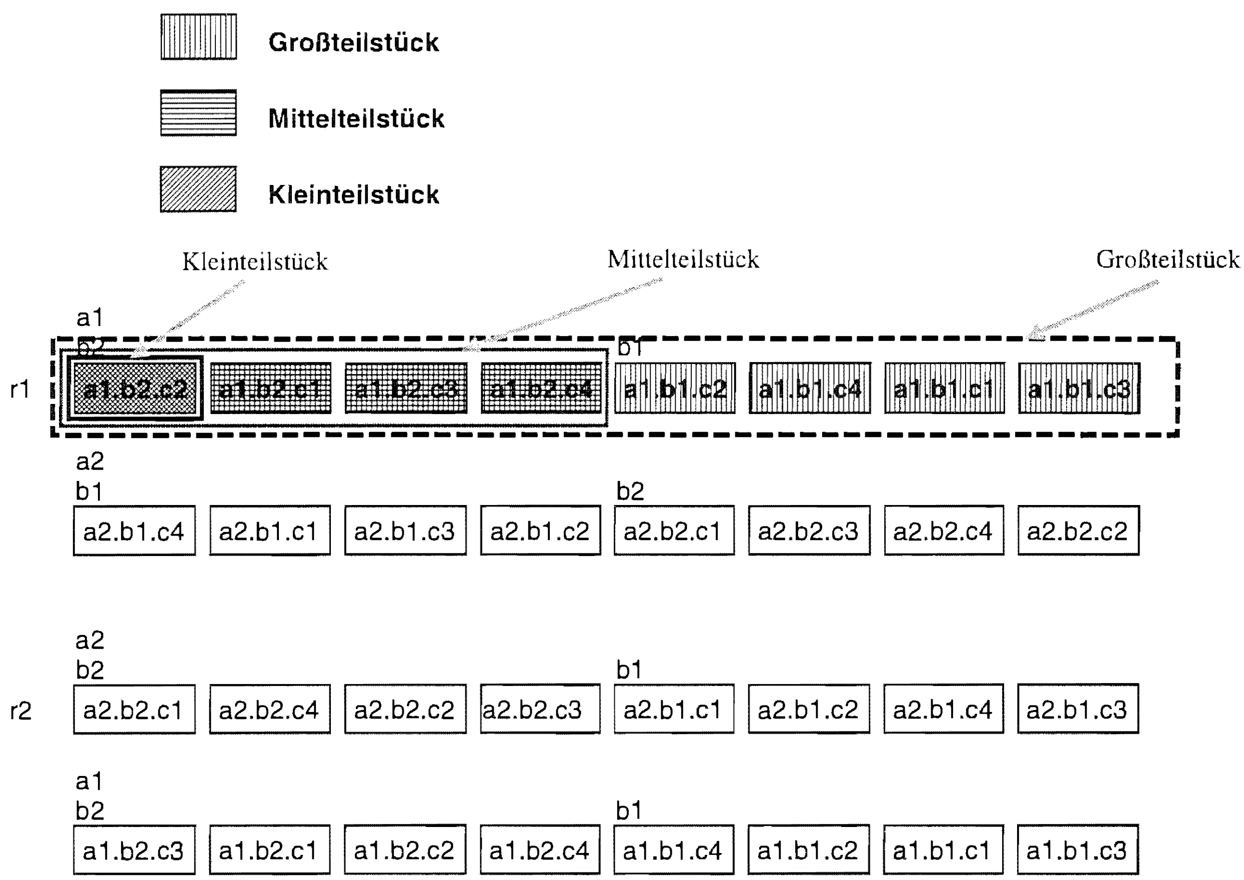
Es soll ein Versuchsplan für dreifaktorielle Spaltanlage mit den Faktoren Vorfrucht (Faktor A), Düngerform (Faktor B) und Düngermenge (Faktor C) aufgestellt werden. Der Versuchsumfang ist a = 2 , b = 2 , c = 4 , r = 4 .

CADEMO: Versuchsanlagen ➘ Konstruktion ➘ Anlagen in vollständigen Blocks...
drei Faktoren
`dreistufige Spaltanlage (A/B/C)-Bl`
a = 2
b = 2
c = 4
r = 4

Report (an die Bildschirmausgabe angepaßt):

Entscheidung:
dreifaktorielle Versuchsanlage
dreistufige Spaltanlage (A/B/C)-Bl

Stufen des Prüffaktors A	=	2
Stufen des Prüffaktors B	=	2
Stufen des Prüffaktors C	=	4
Anzahl der Wiederholungen	=	4
Anzahl der Prüfglieder	=	16



	a1							
	b1				b2			
r3	a1.b1.c4	a1.b1.c2	a1.b1.c3	a1.b1.c1	a1.b2.c2	a1.b2.c3	a1.b2.c1	a1.b2.c4
	a2							
	b1				b2			
	a2.b1.c3	a2.b1.c4	a2.b1.c2	a2.b1.c1	a2.b2.c3	a2.b2.c2	a2.b2.c1	a2.b2.c4
	a2							
	b2				b1			
r4	a2.b2.c1	a2.b2.c2	a2.b2.c3	a2.b2.c4	a2.b1.c3	a2.b1.c2	a2.b1.c4	a2.b1.c1
	a1							
	b1				b2			
	a1.b1.c2	a1.b1.c1	a1.b1.c4	a1.b1.c3	a1.b2.c3	a1.b2.c1	a1.b2.c4	a1.b2.c2

13 FELD_VA

13.1 FELD_VA - Konstruktion des Lageplanes und varianzanalytische Auswertung ein- bis dreifaktorieller Feldversuche

FELD_VA[18] ist eine SAS-Anwendung, mit deren Hilfe ohne Kenntnisse von SAS für folgende vollständigen Versuchsanlagen

einfaktorielle	randomisierte Anlage	A-R
einfaktorielle	Blockanlage	A-Bl
einfaktorielles	lateinisches Quadrat	A-LQ
einfaktorielles	lateinisches Rechteck	A-LR
zweifaktorielle	randomisierte Anlage	(AxB)-R
zweifaktorielle	Blockanlage	(AxB)-Bl
zweifaktorielles	lateinisches Quadrat	(AxB)-LQ
zweifaktorielles	lateinisches Rechteck	(AxB)-LR
zweifaktorielle	Spaltanlage	(A/B)-Bl
zweifaktorielle	Streifenanlage	(A+B)-Bl
dreifaktorielle	randomisierte Anlage	(AxBxC)-R
dreifaktorielle	Blockanlage	(AxBxC)-Bl
dreifaktorielles	lateinisches Quadrat	(AxBxC)-LQ
dreifaktorielles	lateinisches Rechteck	(AxBxC)-LR
dreifaktorielle	Spaltanlage	(A/B/C)-Bl
dreifaktorielle	zweistufige Spaltanlage	[(AxB)/C]-Bl
dreifaktorielle	zweistufige Spaltanlage	[A/(BxC)]-Bl
dreifaktorielle	zweistufige Streifenanlage	[A+(BxC)]-Bl
dreifaktorielle	Streifen-Spaltanlage	[A+(B/C)]-Bl
dreifaktorielle	Spalt-Streifenanlage	[(A+B)/C]-Bl
dreifaktorielle	Spalt-Streifenanlage	[A/(B+C)]-Bl

ausschließlich nach dem Zufallsprinzip Lagepläne konstruiert werden und varianzanalytische Auswertungen (Modell I) vorgenommen werden können. Wahlweise können die multiplen Mittelwertvergleiche

- multipler t-Test,
- multipler t-Test gegen Standard/Kontrolle,
- Tukey-Prozedur,
- Bonferroni-Prozedur,
- Dunnett-Prozedur und Dunnett-Prozedur mit gestaffelten Grenzdifferenzen
- sowie Maximum-Modulus-Prozedur

herangezogen werden. Diese Vergleichsprozeduren berücksichtigen bei der Auswertung der angegebenen Versuchsanlagen signifikante Wechselwirkungen.

Die Meßwerte und die Einzelfehler können lagebezogen ausgegeben werden.

Fehlstellen werden modellgerecht geschätzt und ausgegeben. Sie werden bei der Auswertung aber wie Meßwerte behandelt, d. h . eine Reduktion der Freiheitsgrade erfolgt nicht.

Dem Eröffnungsbild (Abb. 13.1) folgt der Planungs- und Auswertungs-Bildschirm (Abb. 13.2), der alle genannten Versuchsanlagen aufführt. Für jede dieser Versuchsanlagen kann man sich eine Beschreibung mit einem Lageplanbeispiel geben lassen.

---

[18] MOLL, E.: Die SAS-Anwendung FELD_VA - Konstruktion des Lageplanes und varianzanalytische Auswertung ein- bis dreifaktorieller Feldversuche
Berichte aus der Biologischen Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft, Heft 14, 1996, 43 S.

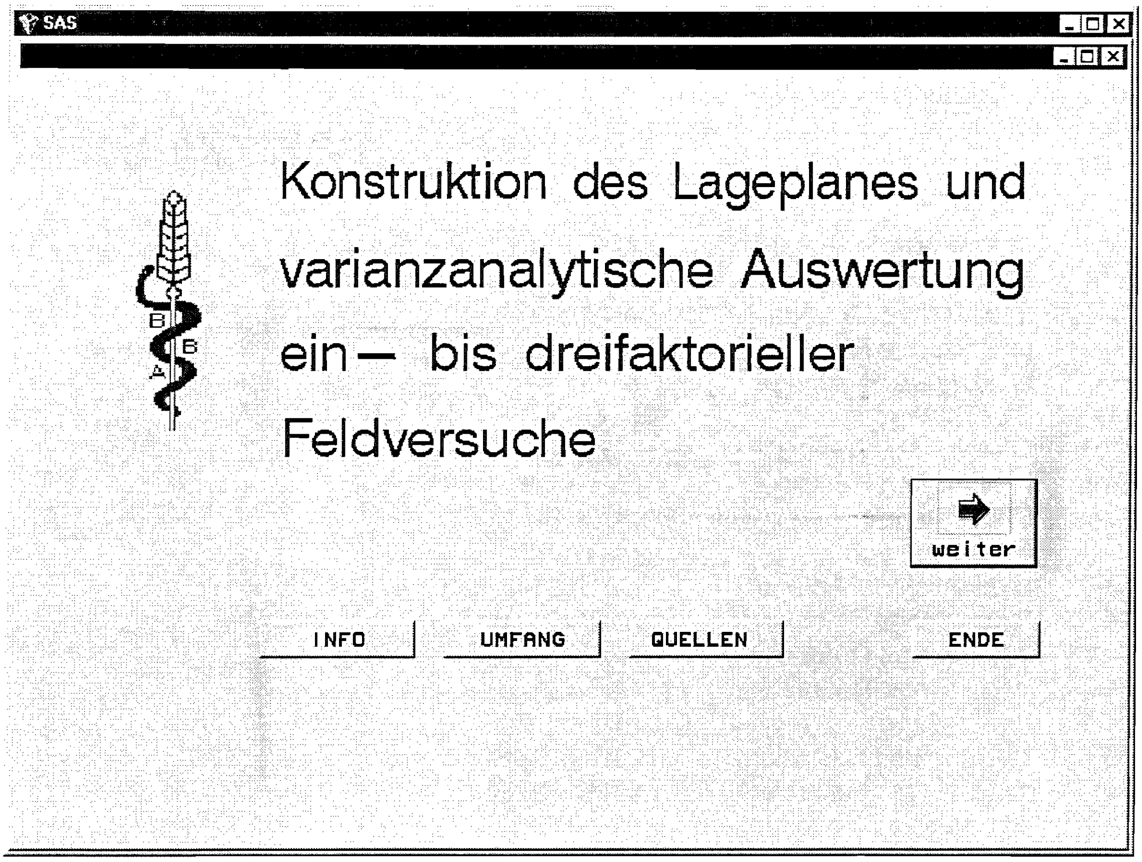


Abb. 13.1: Eröffnungsfenster von FELD_VA

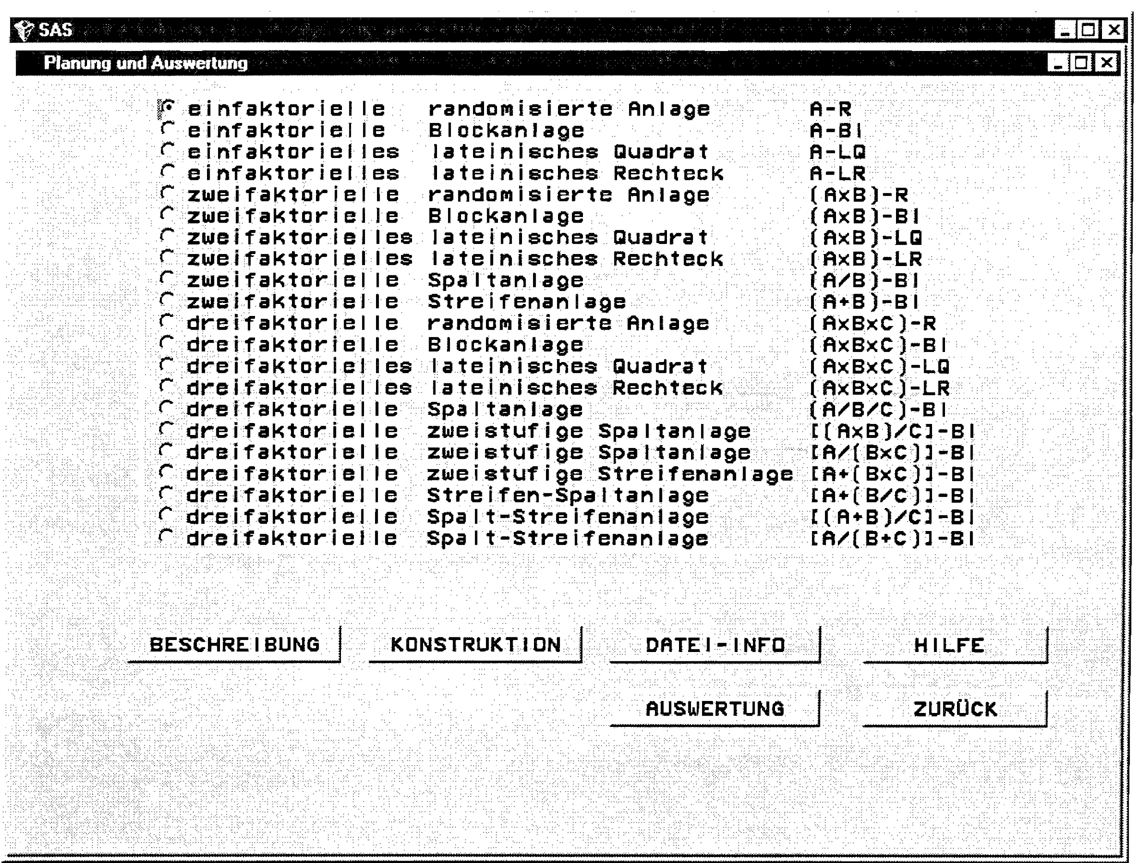


Abb. 13.2: Planungs- und Auswertungs-Bildschirm

13.2 Zur Arbeit mit FELD_VA

13.2.1 Beschreibung der Versuchsanlagen

Mit dem Button BESCHREIBUNG wird zu der ausgewählten Versuchsanlage eine Information (Abb. 13.3) und ein Beispiel für einen Lageplan (Abb. 13.4) gegeben.

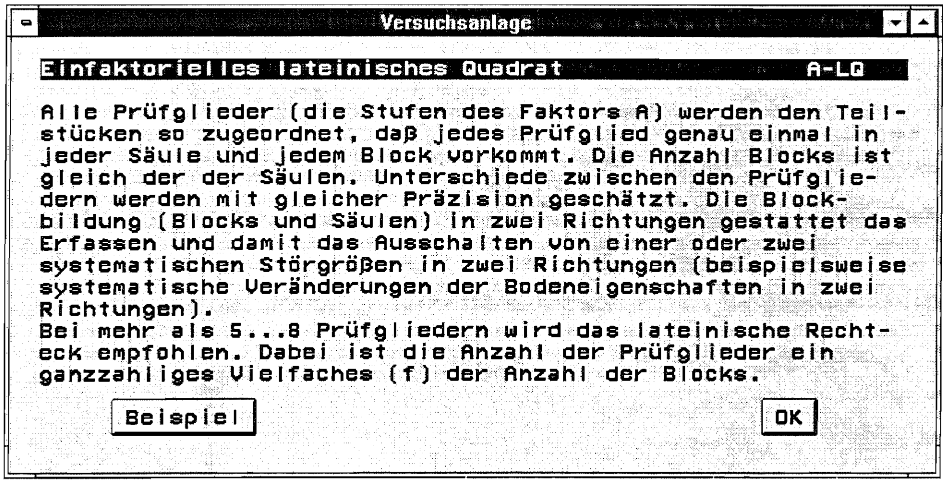


Abb. 13.3: Beschreibung für ein einfaktorielles lateinisches Quadrat:

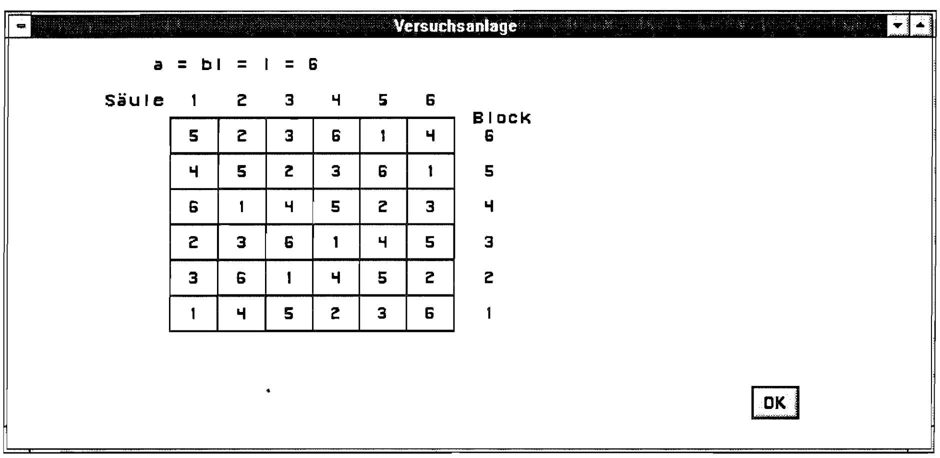


Abb. 13.4: Beispiel für einen Lageplan für ein einfaktorielles lateinisches Quadrat

13.2.2 Konstruktion eines Lageplanes

Nach der Auswahl einer Versuchsanlage kann mit dem Button KONSTRUKTION ein Lageplan ausschließlich nach dem Zufallsprinzip konstruiert werden. Entsprechend der Versuchsanlage sind die Anzahlen der Stufen der Prüffaktoren und die Anzahl der Wiederholungen/ Blocks vorzugeben. Die Ausgabe des konstruierten Lageplanes erfolgt auf eine Datei, deren Bezeichnung mit allen Pfadangaben eingegeben oder die mit Hilfe des Dreieck-Buttons und dem bekannten Windows-Fenster ausgewählt werden kann.

Beispiel 13.1: Konstruktion eines Lageplanes für eine zweifaktorielle Spaltanlage (A/B)-Bl mit $a = 4$, $b = 3$, $r = 6$.

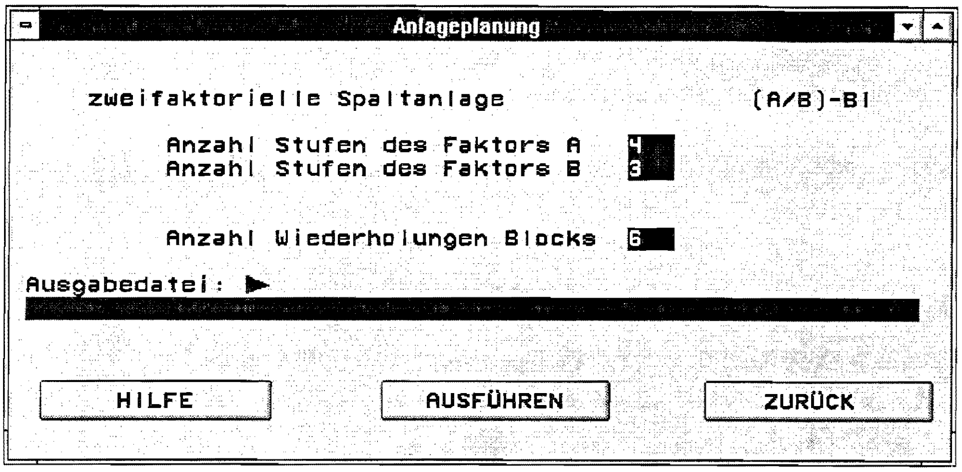


Abb. 13.5: Beispiel für die Konstruktion eines Lageplanes für eine zweifaktorielle Spaltanlage (A/B)-Bl

Das Ergebnis für einen (A/B)-Bl - Lageplan vom vorgegebenen Umfang könnte lauten:

```
Der nachfolgende Lageplan basiert auf den vorgegebenen
Werten:      a      = 4
             b      = 3
             Blocks = 6   .

Die erste Ziffer ist dem Faktor A, die zweite dem Faktor B
und die dritte den Blocks zuzuordnen. Eine Spalte ist ein Block.


Lageplan für eine zweifaktorielle Spaltanlage  (A/B)-Bl

LAGEPLAN
      311       232       433       124       435       316
      321       212       413       114       425       336
      331       222       423       134       415       326
      111       422       223       314       335       436
      131       432       233       334       325       426
      121       412       213       324       315       416
      231       112       313       424       125       136
      221       122       333       434       115       126
      211       132       323       414       135       116
      421       322       113       224       215       216
      411       332       133       234       225       236
      431       312       123       214       235       226
```

Das entspricht folgendem Plan:

	A_3			A_4			A_1			A_2		
Block 6	B_1	B_3	B_2	B_3	B_2	B_1	B_3	B_2	B_1	B_1	B_3	B_2
	A_4			A_3			A_1			A_2		
Block 5	B_3	B_2	B_1	B_3	B_2	B_1	B_2	B_1	B_3	B_1	B_2	B_3
	A_1			A_3			A_4			A_2		
Block 4	B_2	B_1	B_3	B_1	B_3	B_2	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	B_1
	A_4			A_2			A_3			A_1		
Block 3	B_3	B_1	B_2	B_2	B_3	B_1	B_1	B_3	B_2	B_1	B_3	B_2
	A_2			A_4			A_1			A_3		
Block 2	B_3	B_1	B_2	B_2	B_3	B_1	B_1	B_2	B_3	B_2	B_3	B_1
	A_3			A_1			A_2			A_4		
Block 1	B_1	B_2	B_3	B_1	B_3	B_2	B_3	B_2	B_1	B_2	B_1	B_3

13.2.3 Aufbau der Daten- und der Anlage-Datei

In der **Daten-Datei** (ASCII-Format) dienen die ersten Spalten der Kennzeichnung des Teilstückes: A B C Block Säule , wobei A die Stufen des Faktors A und B bzw. C die des Faktors B bzw. C sind. Bei einer einfaktoriellen Blockanlage werden natürlich nur die beiden Spalten A Block angegeben.
Dann können bis zu maximal 20 weitere numerische Spalten folgen. Mit Hilfe des Programms legt der Nutzer fest, welche dieser numerischen Spalten als Prüfmerkmale ausgewertet werden sollen.

Eine **Anlage-Datei** ist erforderlich, wenn die Daten und die Schätzwerte der Einzelfehler lageplanbezogen ausgegeben werden sollen. In jedem Falle aber, wenn eine lateinische Anlage (Quadrat oder Rechteck) ausgewertet werden soll. Gemäß der Versuchsanlage werden die Prüfglieder und ihre Wiederholung aufgelistet, wobei jedes Teilstück durch eine Ziffernfolge gekennzeichnet wird: <A> <B> <C> <Block> <Säule> .
Sollte für eine Stufe ein Wert größer als 9 möglich sein, dann muß diese Position immer zweistellig aufgeführt werden, um eine eindeutige Zuordnung zu gewährleisten.
Bei einer zweifaktoriellen Spaltanlage (A/B)-Bl stünde die Ziffernfolge 324 (alle Stufen kleiner als 10), für das Teilstück A_3 B_2 Bl_4 . Stufen des Faktors C und Säulen entfallen.

Diese Informationen können auch unter dem Button DATEI-INFO nachgelesen werden.

13.2.4 Versuchsauswertung

13.2.4.1 Auswertung am Beispiel einer zweifaktoriellen Spaltanlage (A/B)-Bl

Beispiel 13.2: Versuchsauswertung einer zweifaktoriellen Spaltanlage (A/B)-Bl .
Die Daten-Datei habe folgende im ASCII-Format gespeicherten Daten:

1	1	1	9111	49.13	1119
1	1	2	9112	49.61	1129
1	1	3	9113	51.51	1139
1	1	4	9114	56.03	1149
1	2	1	9121	45.37	1219
1	2	2	9122	45.41	1229
1	2	3	9123	45.92	1239
1	2	4	9124	48.03	1249
1	3	1	9131	48.13	1319
1	3	2	9132	48.72	1329
1	3	3	9133	49.58	1339
1	3	4	9134	52.30	1349
2	1	1	9211	41.77	2119
2	1	2	9212	47.40	2129
2	1	3	9213	54.91	2139
2	1	4	9214	45.42	2149
2	2	1	9221	36.28	2219
2	2	2	9222	45.63	2229
2	2	3	9223	40.60	2239
2	2	4	9224	39.91	2249
2	3	1	9231	34.60	2319
2	3	2	9232	41.80	2329
2	3	3	9233	45.22	2339
2	3	4	9234	45.70	2349
3	1	1	9311	44.04	3119
3	1	2	9312	52.21	3129
3	1	3	9313	40.42	3139
3	1	4	9314	42.07	3149
3	2	1	9321	43.39	3219
3	2	2	9322	47.35	3229
3	2	3	9323	41.77	3239
3	2	4	9324	50.18	3249
3	3	1	9331	45.87	3319
3	3	2	9332	52.42	3329
3	3	3	9333	45.69	3339
3	3	4	9334	43.83	3349

Die Anlage-Datei, die für eine zweifaktoriellen Spaltanlage (A/B)-Bl wahlweise angegeben werden kann, sei

314	334	324	124	134	114	234	224	214
133	113	123	223	213	233	313	323	333
312	322	332	122	132	112	232	222	212
211	231	221	331	311	321	121	111	131

Im Auswertungs-Fenster (Abb. 13.6) wird zunächst die Daten-Datei mit kompletter Pfadangabe eingetragen bzw. mit Hilfe des Dreieck-Buttons zugeordnet. Dann muß das Datei-Format der Datei-Datei angegeben werden. Über den entsprechenden Button stehen folgende Formate zur Auswahl:

- ASCII-Format
- SAS-Format
- nutzereigenes Format .

Das es sich um eine ASCII-Datei handelt, ist diese Format zu wählen.
Das nutzereigene Format setzt voraus, daß der Nutzer die entsprechenden Programme geschrieben und in FELD_VA eingebunden hat. Für ausschließlich diesen Zweck ist FELD_VA ein offenes Programmsystem.

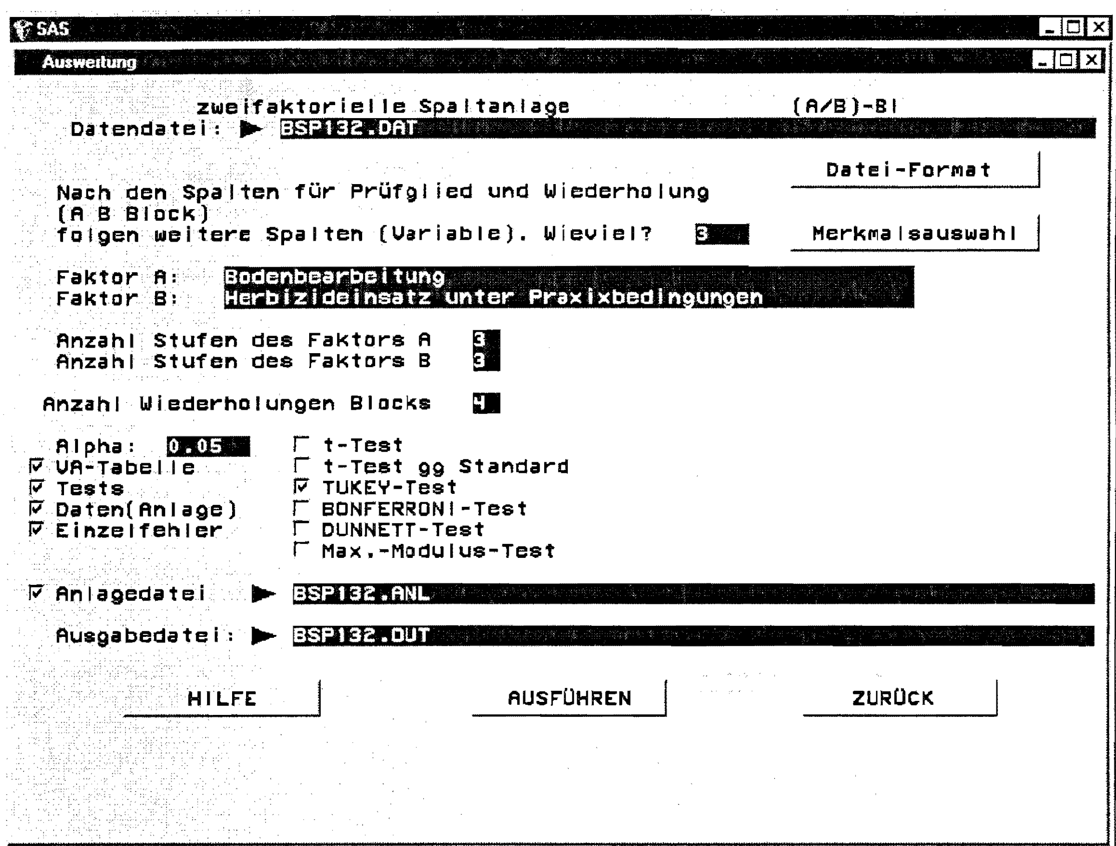


Abb. 13.6: Auswertungs-Fenster für das Beispiel 13.2 einer zweifaktoriellen Spaltanlage (A/B)-Bl

Auf die Frage `Wieviel?` ist eine Ziffer einzugeben, die der Anzahl der den Spalten der Teilstückskennzeichnung folgenden (numerischen) Spalten entspricht. Im Beispiel kommen nach der Teilstückskennzeichnung, den ersten drei Spalten, weitere drei. Deshalb ist eine 3 einzutragen. Mit dem Button Merkmalsauswahl wird in einem weiteren Fenster (Abb. 13.7) festgelegt, welche dieser Spalten als Prüfmerkmale in die Auswertung einbezogen werden sollen. Für die ausgewählte Spalte bzw. die ausgewählten Spalten wird die Möglichkeit gegeben, das jeweilige Prüfmerkmal verbal zu bezeichnen.

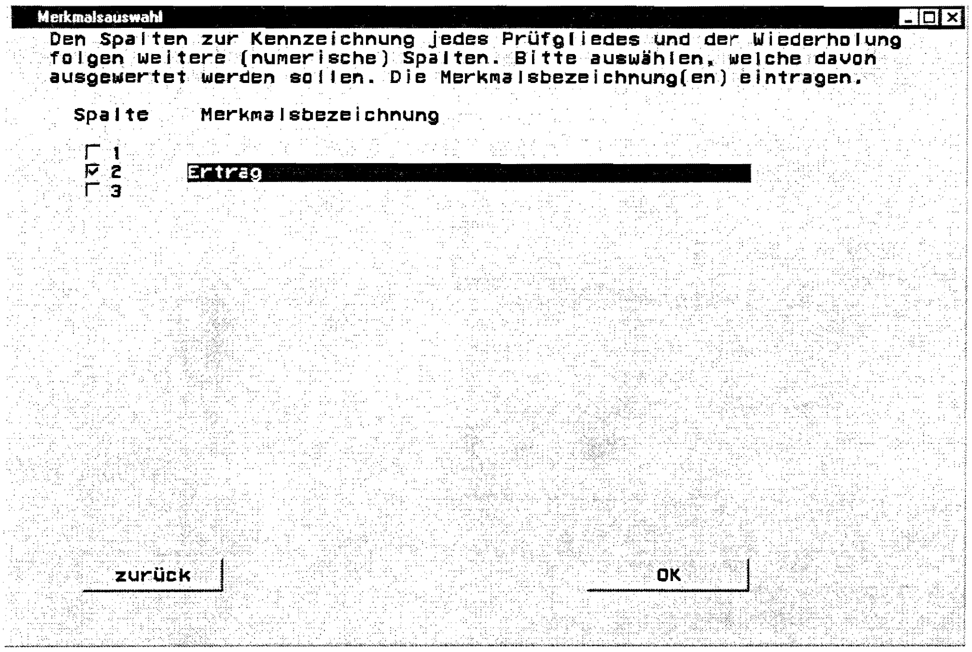


Abb. 13.7: Auswahl und Bezeichnung der Prüfmerkmale

Die Bezeichnungen der Prüfmerkmale werden mit der Varianztabelle und den Daten ausgegeben, um eine eindeutige Zuordnung der Ergebnisse zu ermöglichen.
Im Auswertungs-Fenster werden die Prüffaktoren verbal benannt und die Anzahlen der Stufen der Faktoren und die Anzahl der Wiederholungen/ Blocks angegeben.

Die Irrtumswahrscheinlichkeit ist mit $\alpha = 0,05$ voreingestellt. Sie kann verändert werden.

Die Auswertungsmöglichkeiten sind:

☐ VA-Tabelle	Varianztabelle
☐ Tests	multiple Mittelwertprozeduren
☐ Daten(Anlage)	Ausgabe der Daten (lageplanbezogen, wenn Anlage-Datei vorgegeben)
☐ Einzelfehler	Berechnung der Einzelfehler (lageplanbezogen, wenn Anlage-Datei vorgegeben)

Zur Wahl stehen die multiplen Vergleichsprozeduren

☐ t-Test	t-Test
☐ t-Test gg Standard	t-Test gegen Standard/Kontrolle
☐ TUKEY-Test	Tukey-Prozedur
☐ BONFERRONI-Test	Bonferroni-Prozedur
☐ DUNNETT-Test	Dunnett-Prozedur
☐ Max.-Modulus-Test	Maximum-Modulus-Prozedur

Wird der t-Test gegen einen Standard oder die Dunnett-Prozedur gewählt, dann müssen die Prüfglieder für Standard/Kontrolle vorgegeben werden. Da der Standard aus mehreren Prüfgliedern gebildet werden kann, ist zuvor die Anzahl dieser Prüfglieder anzugeben. Dann erfolgt mit dem entsprechenden Button, die im Auswertungs-Fenster nur aufgeblendet werden, wenn eine dieser beiden Prozeduren gewünscht wird, die Zuordnung der Prüfglieder zu diesem Standard.
Ist die Anzahl Null oder bleibt leer, wird für den entsprechenden Vergleich keine Mittelwert-prozedur durchgeführt.

Die Vorgabe einer Anlage-Datei ist außer für lateinische Anlagen wahlweise.

Eine Ausgabe-Datei muß benannt werden, denn in sie werden die Ergebnisse gespeichert.

Das Ergebnis lautet für die vorgegebene Daten- und Anlage-Datei des Beispiels 13.2:

```
==============================================
datei BSP132.DAT
==============================================


V A R I A N Z A N A L Y S E
zweifaktorielle Spaltanlage    (A/B)-Bl
Faktor A: Bodenbearbeitung
Faktor B: Herbizideinsatz unter Praxisbedingungen
Merkmal:  Ertrag
```

Varianztabelle

Varianztabelle (alpha = 0.05)

SOURCE	FG	SQ	MQ	F	PROB	TEST	
Gesamt	35	810.732	23.164	.	.		
Blocks	3	112.350	37.450	1.24452	.		
A	2	208.625	104.312	3.46646	0.099853		
Fehler a	6	180.551	30.092	.	.		
B	2	83.336	41.668	5.55683	0.013200	sign.	
AxB	4	90.895	22.724	3.03043	0.044910	sign.	*Beachte: sign.*
Fehler ab	18	134.974	7.499	.	.		*Wechselwirkung*

Gesamt-mittelwert	MQ (Fehler ab)	s %
46.0617	7.49853	5.94495

mit s%=5,9 weist der Versuch eine hohe Präzision aus

MW_VGL	s_d_quer
A	2.2395
B	1.1179
AB	2.7413
AB auf gleicher Stufe von A	1.9363
AB auf gleicher Stufe von B	2.7413

Tests

```
Tukey-Test (Irrtumswahrscheinlichkeit = 0.05)


Da die Wechselwirkung AxB signifikant ist, kann die A-Wirkung nur
durch die Vergleiche der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B
und die B-Wirkung nur durch die Vergleiche der AB-Mittelwerte
auf gleicher Stufe von A beurteilt werden.


Vergleich AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B

                   HSD
Grenzdifferenz 7.9403045


              HSD_A
( GD (A):   6.8710923  )
```

der Vergleich der A-Mittelwerte wird zwar nicht durchgeführt, aber die Grenzdifferenz für den Vergleich der A-Mittelwerte wird zusätzlich ausgegeben

```
A         B   MEAN_AB LINES
3         1    44.685 |
2         1    47.375 |
1         1     51.57 |
2         2    40.605    |
3         2   45.6725    |
1         2   46.1825    |
2         3     41.83       |
3         3   46.9525       |
1         3   49.6825       |
```

die A-Mittelwerte unterscheiden sich innerhalb derselben B-Stufe nicht

```
Vergleich AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A

                         HSD
Grenzdifferenz 4.9417594

                 HSD_B
( GD (B):   2.8531261   )
```

der Vergleich der B-Mittelwerte wird zwar nicht durchgeführt, aber die Grenzdifferenz für den Vergleich der B-Mittelwerte wird zusätzlich ausgegeben

```
A         B   MEAN_AB LINES
1         2   46.1825 |
1         3   49.6825 | |
1         1     51.57   |
2         2    40.605     |
2         3     41.83     |
2         1    47.375       |
3         1    44.685         |
3         2   45.6725         |
3         3   46.9525         |
```

in A_1: signifikante Unterschiede zwischen B_2 und B_1
in A_2: signifikante Unterschiede zwischen B_2 und B_1 und B_3 und B_1, wobei A_2B_2 und A_2B_3 die kleinsten Mittelwerte haben
in A_3: keine signifikante Unterschiede zwischen den B-Mittelwerten; allerdings bringt A_3B_1 den kleinsten Ertrag - hingegen A_1B_1 und A_2B_1 den größten in ihrer A-Stufe

```
Vergleich AB-Mittelwerte

                         HSD
Grenzdifferenz 11.369774

               HSD_S
               ( AB auf gleicher Stufe von A 4.9417594 )
                 AB auf gleicher Stufe von B 7.9403045
```

zusätzlich die Grenzdifferenzen für die Vergleiche der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A und auf gleicher Stufe von B

```
A         B   MEAN_AB LINES
2         2    40.605 |
2         3     41.83 |
3         1    44.685 |
3         2   45.6725 |
1         2   46.1825 |
3         3   46.9525 |
2         1    47.375 |
1         3   49.6825 |
1         1     51.57 |
```

keine signifikante Unterschiede zwischen den AB-Mittelwerten

Daten(Anlage)

```
ANLAGE
    314     334     324     124     134     114     234     224     214
    133     113     123     223     213     233     313     323     333
    312     322     332     122     132     112     232     222     212
    211     231     221     331     311     321     121     111     131

Merkmal: Ertrag

    DATEN
    42.07   43.83   50.18   48.03    52.3   56.03    45.7   39.91   45.42
    49.58   51.51   45.92    40.6   54.91   45.22   40.42   41.77   45.69
    52.21   47.35   52.42   45.41   48.72   49.61    41.8   45.63    47.4
    41.77    34.6   36.28   45.87   44.04   43.39   45.37   49.13   48.13
```

Einzelfehler der Großteilstücke

EPSILON

-1.400556	-1.400556	-1.400556	1.9844444	1.9844444	1.9844444	-0.583889	-0.583889	-0.583889
-0.26	-0.26	-0.26	3.5216667	3.5216667	3.5216667	-3.261667	-3.261667	-3.261667
3.1127778	3.1127778	3.1127778	-3.008889	-3.008889	-3.008889	-0.103889	-0.103889	-0.103889
-2.833889	-2.833889	-2.833889	1.5494444	1.5494444	1.5494444	1.2844444	1.2844444	1.2844444

Einzelfehler relativiert zum Gesamtmittelwert (= 46.061666667)

EPS_REL

-3.04	-3.04	-3.04	4.31	4.31	4.31	-1.27	-1.27	-1.27
-0.56	-0.56	-0.56	7.65	7.65	7.65	-7.08	-7.08	-7.08
6.76	6.76	6.76	-6.53	-6.53	-6.53	-0.23	-0.23	-0.23
-6.15	-6.15	-6.15	3.36	3.36	3.36	2.79	2.79	2.79

Einzelfehler klassifiziert zum Gesamtmittelwert (= 46.061666667)

		o	:	<= 5% vom Mittelwert
-	bzw.	+	:	> 5% vom Mittelwert
--	bzw.	++	:	> 10% vom Mittelwert
---	bzw.	+++	:	> 15% vom Mittelwert
----	bzw.	++++	:	> 20% vom Mittelwert
-----	bzw.	+++++	:	> 25% vom Mittelwert

EPS_KLAS

o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	+	+	+	-	-	-
+	+	+	-	-	-	o	o	o
-	-	-	o	o	o	o	o	o

Einzelfehler der Kleinteilstücke

EPSILON

-2.205	-2.7125	4.9175	-1.1275	-0.3575	1.485	3.4633333	-1.101667	-2.361667
0.0391667	0.0816667	-0.120833	-3.645	3.895	-0.25	-1.121667	-0.759167	1.8808333
2.635	-3.2125	0.5775	0.4591667	0.2691667	-0.728333	-1.703333	3.3516667	-1.648333
0.115	-1.51	1.395	0.2541667	0.6916667	-0.945833	0.7891667	-0.838333	0.0491667

Einzelfehler relativiert zum Gesamtmittelwert (= 46.061666667)

EPS_REL

-4.79	-5.89	10.68	-2.45	-0.78	3.22	7.52	-2.39	-5.13
0.09	0.18	-0.26	-7.91	8.46	-0.54	-2.44	-1.65	4.08
5.72	-6.97	1.25	1.00	0.58	-1.58	-3.70	7.28	-3.58
0.25	-3.28	3.03	0.55	1.50	-2.05	1.71	-1.82	0.11

Einzelfehler klassifiziert zum Gesamtmittelwert (= 46.061666667)

		o	:	<= 5% vom Mittelwert
-	bzw.	+	:	> 5% vom Mittelwert
--	bzw.	++	:	> 10% vom Mittelwert
---	bzw.	+++	:	> 15% vom Mittelwert
----	bzw.	++++	:	> 20% vom Mittelwert
-----	bzw.	+++++	:	> 25% vom Mittelwert

EPS_KLAS

o	-	++	o	o	o	+	o	-
o	o	o	-	+	o	o	o	o
+	-	o	o	o	o	o	+	o
o	o	o	o	o	o	o	o	o

Beachten Sie bitte, daß die Einzelfehler, Fehler der Großteilstücke und Fehler der Kleinteilstücke, nicht unabhängig voneinander sind.

Mittelwerte und Effekte

Gesamtversuch

Gesamt-
mittelwert

46.0617

Blocks

BLOCKS	Block-mittel	Block-effekte
1	43.1756	-2.88611
2	47.8389	1.77722
3	46.1800	0.11833
4	47.0522	0.99056

Faktor A

A	A - Mittel	A - Effekte
1	49.145	3.08333
2	43.270	-2.79167
3	45.770	-0.29167

Faktor B

B	B - Mittel	B - Effekte
1	47.8767	1.81500
2	44.1533	-1.90833
3	46.1550	0.09333

AB-Mittelwerte , -Effekte

A	B	AB - Mittel	AB - Effekte
1	1	51.5700	0.61000
1	2	46.1825	-1.05417
1	3	49.6825	0.44417
2	1	47.3750	2.29000
2	2	40.6050	-0.75667
2	3	41.8300	-1.53333
3	1	44.6850	-2.90000
3	2	45.6725	1.81083
3	3	46.9525	1.08917

Die mittlere Wirkung eines Prüfgliedes oder einer Prüfgliedkombination kann nur sinnvoll interpretiert werden, wenn die Effekte der Wechselwirkungen, die die untersuchte Wirkung des Prüfgliedes oder der Prüfgliedkombination beeinflussen, nicht signifikant sind (DÖRFEL und BÄTZ[19]). Die interpretierbaren Mittelwertvergleiche unter Berücksichtigung signifikanter Wechselwirkungen sind in der Tabelle 11.1 (S. 94) aufgeführt:

[19] DÖRFEL, H. und G. BÄTZ: Mittelwertvergleiche in mehrfaktoriellen Versuchen bei signifikanten Wechselwirkungen. Archiv für Acker- u. Pflanzenbau u. Bodenkunde 24 (1980) 5, S. 323-328

Die Ausgabe der Einzelfehler kann insofern von Interesse sein, da sie ein Hinweis auf Ausreißer liefern können. Wird beispielsweise die zweifaktorielle Spaltanlage (A/B)-Bl betrachtet, so werden ausgehend von der Modellgleichung

$$\underline{y}_{ijk} = \mu + bl_i + a_j + \underline{e}_{ij} + b_k + (ab)_{jk} + \underline{e}_{ijk} \qquad \text{mit } (i = 1, \dots, r;\ j = 1, \dots, a;\ k = 1, \dots, b)$$

und den Schätzwerten

$$\begin{aligned} \mu &\rightarrow \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} \\ bl_i &\rightarrow \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} \\ a_j &\rightarrow \bar{y}_{\bullet j\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} \\ b_k &\rightarrow \bar{y}_{\bullet\bullet k} - \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} \\ (ab)_{jk} &\rightarrow \bar{y}_{\bullet jk} - \bar{y}_{\bullet j\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet k} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet} \end{aligned}$$

die Einzelfehler des Fehlers a (Großteilstücksfehler) mit $\hat{e}_{ij} = \bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{i\bullet\bullet} - \bar{y}_{\bullet j\bullet} + \bar{y}_{\bullet\bullet\bullet}$

und die Einzelfehler des Fehlers ab (Kleinteilstücksfehler) mit $\hat{e}_{ijk} = y_{ijk} - \bar{y}_{ij\bullet} - \bar{y}_{\bullet jk} + \bar{y}_{\bullet j\bullet}$

berechnet.

13.2.4.2 Zur Auswertung einer dreifaktoriellen Anlage

Für eine dreifaktorielle Anlage enthält das Auswertungs-Fenster bereits eine Fülle notwendiger Informationen. Am Beispiel einer dreifaktoriellen Spaltanlage (A/B/C)-Bl ist das in der Abb. 13.8 zu erkennen. Gewählt wurden die Tukey- und die Dunnett-Prozedur. Für die Dunnett-Prozedur müssen die Prüfglieder des Standards benannt werden. In der Abb. 13.8 ist zu sehen, daß der Standard der AC-Mittelwerte aus drei Prüfgliedern A_iC_k (i = 1, 2, 3; k = 1, 2, 3, 4) gebildet werden soll, die mit Hilfe des entsprechenden Button, dem AC-Button, zugewiesen werden. Die Dunnett-Prozedur für die AB- und die ABC-Mittelwerte soll nicht durchgeführt werden, weil die Anzahl der Prüfglieder für diese Vergleiche Null gesetzt wurde.

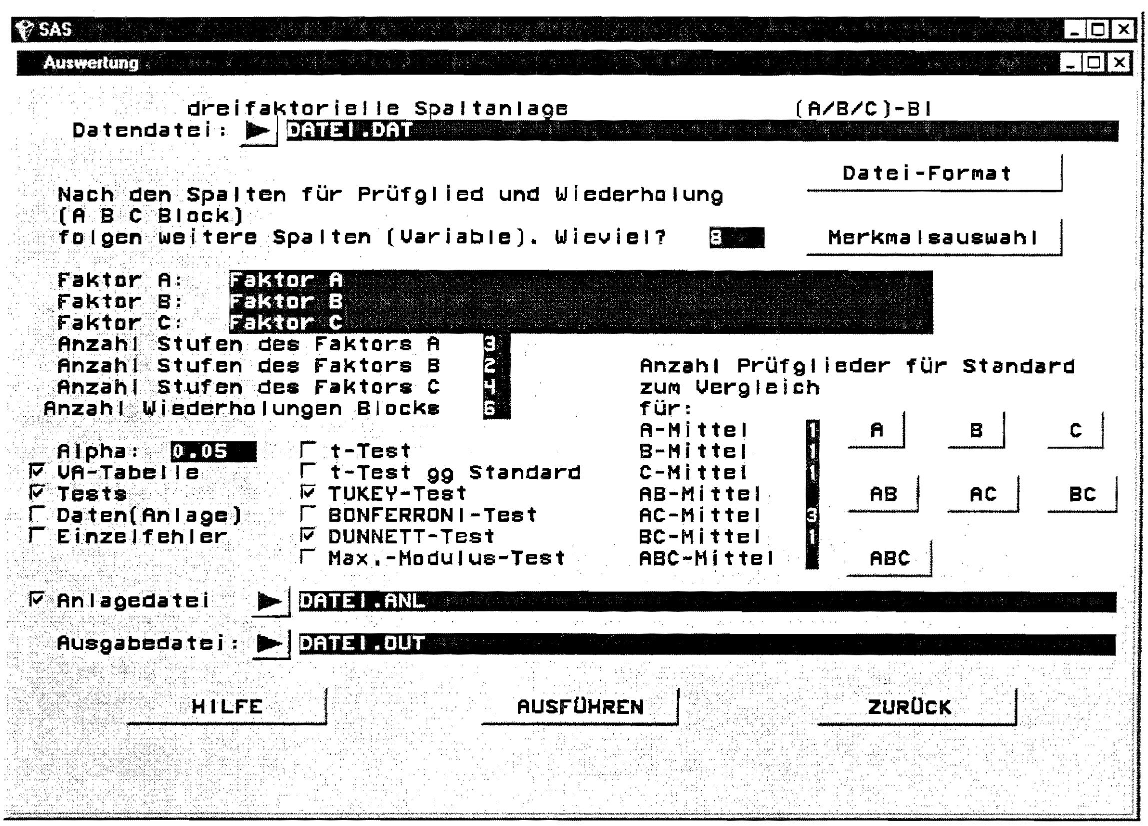


Abb. 13.8: Auswertungbeispiel für eine dreifaktorielle Spaltanlage (A/B/C)-Bl

Die Mühen, sich die Mittelwertprozeduren unter Berücksichtigung signifikanter Wechselwirkungen anlageabhängig in SAS selbst „zusammen zu basteln“ bleiben dem Nutzer erspart. FELD_VA liefert die Ergebnisse in einer vertrauten Form. Die Signifikanzdarstellung der Mittelwertvergleiche basiert auf der Methode der Verbindungslinien, die schnell in die Dreiecksdarstellung oder Buchstabenkennzeichnung überführt werden kann.

13.3 Auswertung der Beispiele aus Kapitel 11

13.3.1 Beispiel 11.3.1.5

Versuchsanlage:	einfaktorielle Blockanlage A-Bl
Prüfmerkmal:	Ertrag
Faktor A:	Fungizidaufwandmenge
Anzahl der Stufen des Faktors A:	10
Anzahl Wiederholungen, Blocks:	6
Alpha:	0.05
Auswertungen:	VA-Tabelle Tukey-Prozedur

```
==================================================
BSP11315.DAT
==================================================

V A R I A N Z A N A L Y S E
einfaktorielle Blockanlage     A-Bl
Faktor A: Fungizidaufwendungen
Merkmal : Ertrag

Varianztabelle (alpha = 0.05)
--------------

SOURCE     FG       SQ          MQ          F          PROB        TEST

Gesamt     59     33.0326    0.55987      .          .
Blocks      5     11.4611    2.29221      .          .
A           9      9.0062    1.00069    3.58374    .0019746     sign.
Fehler     45     12.5653    0.27923      .          .


  Gesamt-          MQ
mittelwert      (Fehler)       s %

  9.01967        0.27923     5.85855
------------------------------
```

$$= \frac{\sqrt{\bullet}}{\bullet} * 100$$

```
MW_VGL            s_d_quer

A                  0.3051

Tukey-Test (Irrtumswahrscheinlichkeit =0.05)
----------

                       HSD
Grenzdifferenz 1.0149917


         A     MEAN_A LINES
         1       8.51 |
        10       8.71 |
         2       8.76 |
         7  8.8033333 |
         6  8.8916667 |
         5  9.0083333 |  |
         4  9.1083333 |  |
         3       9.15 |  |
         8  9.2733333 |  |
         9  9.9816667    |
```

13.3.2 Beispiel 11.3.2.5

Versuchsanlage:	einfaktorielles lateinisches Quadrat A-LQ
Prüfmerkmal:	Ertrag je Parzelle in kg
Faktor A:	Herbizidanwendungen
Anzahl der Stufen des Faktors A:	6
Alpha:	0.05
Auswertungen:	VA-Tabelle
	Dunnett-Prozedur, Vergleich mit dem Standard A_1

Der Anlageplan wird mit Hilfe einer Anlage-Datei zugewiesen.

```
 ==============================================
 BSP11325.DAT
 ==============================================

V A R I A N Z A N A L Y S E
einfaktorielles lateinisches Rechteck/ Quadrat   A-LR
Faktor A: Herbizidanwendungen
Merkmal:  Parzellenertrag

Varianztabelle (alpha = 0.05)
--------------

SOURCE     FG       SQ         MQ          F           PROB       TEST

Gesamt     35    15.0324    0.42950      .          .
Blocks      5     2.9803    0.59606      .          .
Säulen      5     1.0955    0.21911      .          .
A           5     6.8718    1.37436    6.72925     .00079152    sign.
Fehler     20     4.0847    0.20424      .          .

  Gesamt-        MQ
mittelwert    (Fehler)      s %

  11.7169      0.20424    3.85702

----------------------------

MW_VGL          s_d_quer

A                 0.2609

Dunnett-Test (Irrtumswahrscheinlichkeit =0.05)
------------

      A_K     MEAN_K
        1 11.158333
```

alle Mittelwerte, aus denen Standard-/Kontrollmittelwert = Vergleichsmittelwert gebildet werden (hier A_1)

```
                        KONTR_A
Vergleichsmittelwert: 11.158333

                                    GD_DUNN
zur maximalen Grenzdifferenz      0.7135529

  A      MEAN       DIFF TEST_
  2     11.12    -0.0383  -
  1 11.158333     0.0000  -
  3     11.69     0.5317  -
  4 12.031667     0.8733 sign.
  5 12.133333     0.9750 sign.
  6 12.168333     1.0100 sign.

mit gestaffelten Grenzdifferenzen

  A      MEAN       DIFF       RANG        DSD TEST
  2     11.12    -0.0383          1     0.5443  -
  1 11.158333     0.0000          0     0.0000  -
  3     11.69     0.5317          2     0.6207  -
  4 12.031667     0.8733          3     0.6628 sign.
  5 12.133333     0.9750          4     0.6917 sign.
  6 12.168333     1.0100          5     0.7136 sign.
```

13.3.3 Beispiele 11.4.1.5 und 11.4.3.5

Versuchsanlage:	zweifaktorielle Blockanlage (AxB)-Bl	zweifaktorielle Spaltanlage (AxB)-Bl
Prüfmerkmal:	Ertrag in kg/ha	Ertrag in kg/ha
Faktor A:	Bodenbearbeitung	Bodenbearbeitung
Faktor B:	Herbizid	Herbizid
Anzahl der Stufen des Faktors A:	2	2
Anzahl der Stufen des Faktors B:	5	5
Anzahl Wiederholungen, Blocks:	4	4
Alpha:	0.05	0.05
Auswertungen:	VA-Tabelle Tukey-Prozedur	VA-Tabelle Tukey-Prozedur

Die Ausgabe wird mit dem Ziel des parallelen Vergleichs angepaßt.

```
=============================================
BSP11415.DAT
=============================================

V A R I A N Z A N A L Y S E
zweifaktorielle Blockanlage         (AxB)-Bl
Faktor A: Bodenbearbeitung
Faktor B: Herbizid
Merkmal:  Ertrag

Varianztabelle (alpha = 0.05)
--------------

SOURCE  FG     SQ       MQ        F       PROB     TEST

Gesamt  39  636.904  16.3309      .         .
Blocks   3   19.082   6.3607      .         .
A        1   81.796  81.7960  9.07377  0.00558   sign.
B        4   67.319  16.8298  1.86695  0.14526
AxB      4  225.314  56.3285  6.24862  0.00108   sign.
Fehler  27  243.393   9.0146      .         .


               MQ
  Gesamt-    (Fehler
 mittelwert    ab)       s %

   84.87     9.01456   3.53768

----------------------------

MW_VGL                              s_d_quer

A                                    0.9495
B                                    1.5012
AB                                   2.1230
AB auf gleicher Stufe von A          2.1230
AB auf gleicher Stufe von B          2.1230

_____________________________________________
Tukey-Test (Irrtumswahrscheinlichkeit = 0.05)
_____________________________________________

Da die Wechselwirkung AxB signifikant ist,
kann die A-Wirkung nur durch die Vergleiche der
AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B
und die B-Wirkung nur durch die Vergleiche der
AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A beurteilt
werden.

Vergleich AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B

                       HSD
Grenzdifferenz 4.3561217
```

```
=============================================
BSP11415.DAT
=============================================

V A R I A N Z A N A L Y S E
zweifaktorielle Spaltanlage        (A/B)-Bl
Faktor A: Bodenbearbeitung
Faktor B: Herbizid
Merkmal:  Ertrag

Varianztabelle (alpha = 0.05)
--------------

SOURCE      FG     SQ       MQ        F        PROB     TEST

Gesamt      39  636.904  16.3309      .          .
Blocks       3   19.082   6.3607   1.2259        .
A            1   81.796  81.7960  15.7644   0.02856   sign.
Fehler a     3   15.566   5.1887      .          .
B            4   67.319  16.8298   1.7729   0.16724
AxB          4  225.314  56.3285   5.9338   0.00182   sign.
Fehler ab   24  227.827   9.4928      .          .


               MQ
  Gesamt-    (Fehler
 mittelwert    ab)       s %

   84.87     9.49279   3.63030

----------------------------

MW_VGL                              s_d_quer

A                                    0.7203
B                                    1.5405
AB                                   2.0775
AB auf gleicher Stufe von A          2.1786
AB auf gleicher Stufe von B          2.0775

_____________________________________________
Tukey-Test (Irrtumswahrscheinlichkeit = 0.05)
_____________________________________________

Da die Wechselwirkung AxB signifikant ist,
kann die A-Wirkung nur durch die Vergleiche der
AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B
und die B-Wirkung nur durch die Vergleiche der
AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A beurteilt
werden.

Vergleich AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B

                       HSD
Grenzdifferenz 4.5671111
```

Nur zur Information: Grenzdifferenz zum Vergleich der A-Mittelwerte

```
        HSD_A
( GD (A):  1.9481168  )

A     B   MEAN_AB LINES
2     1     82.8
1     1   83.975
2     2   80.025
1     2     87.5
2     3   83.225
1     3     86.3
1     4    84.45
2     4   89.625
2     5   81.525
1     5   89.275
```

B1 B2 B3 B4 B5

```
Vergleich AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A

                          HSD
Grenzdifferenz 6.2007155
```

Nur zur Information: Grenzdifferenz zum Vergleich der B-Mittelwerte

```
        HSD_B
( GD (B):  4.384568  )

A     B   MEAN_AB LINES
1     1   83.975
1     4    84.45
1     3     86.3
1     2     87.5
1     5   89.275
2     2   80.025
2     5   81.525
2     1     82.8
2     3   83.225
2     4   89.625
```

A1 A2

```
Vergleich AB-Mittelwerte

                          HSD
Grenzdifferenz 7.3025792
```

```
      HSD_S
      ( AB auf gleicher Stufe von A 6.2007155 )
        AB auf gleicher Stufe von B 4.3561217

A     B   MEAN_AB LINES
2     2   80.025
2     5   81.525
2     1     82.8
2     3   83.225
1     1   83.975
1     4    84.45
1     3     86.3
1     2     87.5
1     5   89.275
2     4   89.625
```

```
        HSD_A
( GD (A):  2.292399  )

A     B   MEAN_AB LINES
2     1     82.8
1     1   83.975
2     2   80.025
1     2     87.5
2     3   83.225
1     3     86.3
1     4    84.45
2     4   89.625
2     5   81.525
1     5   89.275
```

```
Vergleich AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A

                          HSD
Grenzdifferenz 6.4182892
```

```
        HSD_B
( GD (B):  4.5384158  )

A     B   MEAN_AB LINES
1     1   83.975
1     4    84.45
1     3     86.3
1     2     87.5
1     5   89.275
2     2   80.025
2     5   81.525
2     1     82.8
2     3   83.225
2     4   89.625
```

```
Vergleich AB-Mittelwerte

                          HSD
Grenzdifferenz 8.0235352
```

```
      HSD_S
      ( AB auf gleicher Stufe von A 6.4182892 )
        AB auf gleicher Stufe von B 4.5671111

A     B   MEAN_AB LINES
2     2   80.025
2     5   81.525
2     1     82.8
2     3   83.225
1     1   83.975
1     4    84.45
1     3     86.3
1     2     87.5
1     5   89.275
2     4   89.625
```

13.3.4 Beispiel 11.4.4.5

Versuchsanlage:	zweifaktorielle Streifenanlage (A+B)-Bl
Prüfmerkmal:	Ertrag
Faktor A:	Sorten Wintergerste
Faktor B:	Behandlungen
Anzahl der Stufen des Faktors A:	3
Anzahl der Stufen des Faktors B:	4
Blocks	4
Alpha:	0.05
Auswertungen:	VA-Tabelle
	Tukey-Prozedur

==
BSP11445.dat
==

V A R I A N Z A N A L Y S E
zweifaktorielle Streifenanlage (A+B)-Bl
Faktor A: Sorten
Faktor B: Behandlungen
Merkmal: Ertrag

Varianztabelle (alpha = 0.05)

SOURCE	FG	SQ	MQ	F	PROB	TEST
Gesamt	47	2575.48	54.798	.	.	
Blocks	3	38.07	12.689	0.6537	.	
A	2	303.98	151.989	7.8300	0.021256	sign.
Fehler a	6	116.47	19.411	.	.	
B	3	731.51	243.836	20.0224	0.000254	sign.
Fehler b	9	109.60	12.178	.	.	
AxB	6	580.29	96.715	2.5028	0.061272	
Fehler ab	18	695.57	38.643	.	.	

Gesamt-mittelwert	MQ (Fehler ab)	s %
79.2896	38.6428	7.84003

MW_VGL	s_d_quer
A	1.5577
B	1.4247
AB	3.5365
AB auf gleicher Stufe von A	3.8614
AB auf gleicher Stufe von B	4.1131

Tukey-Test (Irrtumswahrscheinlichkeit = 0.05)

Vergleich A-Mittelwerte

HSD
Grenzdifferenz 4.7792261

A	MEAN_A	LINES
1	76.3625	
2	79	
3	82.50625	

Vergleich B-Mittelwerte

HSD
Grenzdifferenz 4.4475531

B	MEAN_B	LINES
3	75.658333	
1	75.75	
2	80.691667	
4	85.058333	

Vergleich AB-Mittelwerte

HSD
Grenzdifferenz 14.198999

Grenzdifferenz zum Vergleich der AB-Mittelwerte allgemein

HSD_S
(AB auf gleicher Stufe von A 11.068845)
AB auf gleicher Stufe von B 10.801645

Grenzdifferenz zum Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher A-Stufe

Grenzdifferenz zum Vergleich der AB-Mittelwerte auf gleicher B-Stufe

A	B	MEAN_AB	LINES
1	1	67.1	
1	3	73.35	
2	3	74.275	
2	1	74.825	
3	2	78.225	
3	3	79.35	
1	2	79.425	
2	4	82.475	
2	2	84.425	
3	1	85.325	
1	4	85.575	
3	4	87.125	

13.3.5 Beispiel 11.5.6.1

Versuchsanlage:	dreifaktorielle Blockanlage (AxBxC)-Bl
Prüfmerkmal:	Kornertrag
Faktor A:	Saatmenge
Faktor B:	Düngermenge
Faktor C:	Beregnung
Anzahl der Stufen des Faktors A:	3
Anzahl der Stufen des Faktors B:	3
Anzahl der Stufen des Faktors C:	2
Blocks	4
Alpha:	0.05
Auswertungen:	VA-Tabelle Tukey-Prozedur

```
==============================================
BSP11561.dat
==============================================

V A R I A N Z A N A L Y S E
dreifaktorielle Blockanlage     (AxBxC)-Bl
Faktor A: Saatmenge
Faktor B: D•ngermenge
Faktor C: Beregnung
Merkmal:  Kornertrag
Varianztabelle (alpha = 0.05)

--------------
```

SOURCE	FG	SQ	MQ	F	PROB	TEST
Gesamt	71	1975.24	27.820	.	.	
Blocks	3	270.89	90.296	.	.	
A	2	341.38	170.689	16.0275	0.00000	sign.
B	2	128.23	64.113	6.0202	0.00450	sign.
C	1	8.68	8.681	0.8151	0.37086	
AxB	4	512.84	128.211	12.0388	0.00000	sign.
AxC	2	65.24	32.622	3.0631	0.05543	
BxC	2	19.33	9.667	0.9077	0.40987	
AxBxC	4	85.51	21.378	2.0074	0.10739	
Fehler	51	543.14	10.650	.	.	

Gesamt-mittelwert	MQ (Fehler abc)	s %
37.6278	10.6498	8.67284

```
----------------------------
```

MW_VGL	s_d_quer
A	0.9421
B	0.9421
C	0.7692
AB	1.6317
AB auf gleicher Stufe von A	1.6317
AB auf gleicher Stufe von B	1.6317
AC	1.3323
AC auf gleicher Stufe von A	1.3323
AC auf gleicher Stufe von C	1.3323
BC	1.3323
BC auf gleicher Stufe von B	1.3323

```
BC  auf gleicher Stufe von C        1.3323
ABC                                 2.3076
ABC auf gleicher Stufe von A        2.3076
ABC auf gleicher Stufe von B        2.3076
ABC auf gleicher Stufe von C        2.3076
ABC auf gleicher Stufe von AB       2.3076
ABC auf gleicher Stufe von AC       2.3076
ABC auf gleicher Stufe von BC       2.3076
```

Tukey-Test (Irrtumswahrscheinlichkeit = 0.05)

Da die Wechselwirkung AxB signifikant ist, kann die mittlere A-Wirkung nur durch die Vergleiche der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B beurteilt werden.

Vergleich AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B

```
                      HSD
Grenzdifferenz 3.9388945

       A         B   MEAN_AB LINES
       3         1   34.1125 |
       2         1        36 |
       1         1    37.975 |
       1         2    33.925   |
       2         2   39.5625     |
       3         2      44.4       |
       1         3   32.3875         |
       2         3   38.6875           |
       3         3      41.6           |
```

Da die Wechselwirkung AxB signifikant ist, kann die mittlere B-Wirkung nur durch die Vergleiche der AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A beurteilt werden.

Vergleich AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A

```
                      HSD
Grenzdifferenz 3.9388945

       A         B   MEAN_AB LINES
       1         3   32.3875 |
       1         2    33.925 |
       1         1    37.975   |
       2         1        36     |
       2         3   38.6875     |
       2         2   39.5625     |
       3         1   34.1125       |
       3         3      41.6         |
       3         2      44.4         |
```

Vergleich C-Mittelwerte

```
                      HSD
Grenzdifferenz  1.544248


       C    MEAN_C LINES
       2 37.280556 |
       1    37.975 |
```

Vergleich AB-Mittelwerte

```
                      HSD
```

Grenzdifferenz 5.2842562

```
           HSD_S
           ( AB auf gleicher Stufe A    3.9388945 )
             AB auf gleicher Stufe B    3.9388945

       A          B    MEAN_AB LINES
       1          3    32.3875 |
       1          2     33.925 | |
       3          1    34.1125 | |
       2          1         36 | | |
       1          1     37.975   | | |
       2          3    38.6875   | | |
       2          2    39.5625     | | |
       3          3       41.6       | |
       3          2       44.4         |
```

Wechselwirkungen zur Beurteilung der AC-Wirkung sind signifikant.
Die mittlere AC-Wirkung kann nur durch die Vergleiche der
ABC-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B beurteilt werden.

Vergleich ABC-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B

```
                      HSD
Grenzdifferenz 6.8322293

       A          B          C  MEAN_ABC LINES
       3          1          1     33.45 |
       1          1          2     33.85 |
       3          1          2    34.775 |
       2          1          1    35.775 | |
       2          1          2    36.225 | |
       1          1          1      42.1   |
       1          2          2     33.75     |
       1          2          1      34.1     |
       2          2          2    38.125     | |
       2          2          1        41       | |
       3          2          1    42.825       | |
       3          2          2    45.975         |
       1          3          1    32.375           |
       1          3          2      32.4           |
       2          3          2      38.4           | |
       2          3          1    38.975           | |
       3          3          1    41.175             |
       3          3          2    42.025             |
```

Wechselwirkungen zur Beurteilung der BC-Wirkung sind signifikant.
Die mittlere BC-Wirkung kann nur durch die Vergleiche der
ABC-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A beurteilt werden.

Vergleich ABC-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A

```
                      HSD
Grenzdifferenz 6.8322293

       A          B          C  MEAN_ABC LINES
       1          3          1    32.375 |
       1          3          2      32.4 |
       1          2          2     33.75 |
       1          1          2     33.85 |
       1          2          1      34.1 |
       1          1          1      42.1   |
       2          1          1    35.775     |
       2          1          2    36.225     |
```

2	2	2	38.125
2	3	2	38.4
2	3	1	38.975
2	2	1	41
3	1	1	33.45
3	1	2	34.775
3	3	1	41.175
3	3	2	42.025
3	2	1	42.825
3	2	2	45.975

Vergleich ABC-Mittelwerte

	HSD
Grenzdifferenz	8.474486

HSD_S

(ABC auf gleicher Stufe A	6.8322293)
ABC auf gleicher Stufe B	6.8322293
ABC auf gleicher Stufe C	7.4730668
ABC auf gleicher Stufe AB	4.632744
ABC auf gleicher Stufe AC	5.570438
ABC auf gleicher Stufe BC	5.570438

A	B	C	MEAN_ABC	LINES
1	3	1	32.375	
1	3	2	32.4	
3	1	1	33.45	
1	2	2	33.75	
1	1	2	33.85	
1	2	1	34.1	
3	1	2	34.775	
2	1	1	35.775	
2	1	2	36.225	
2	2	2	38.125	
2	3	2	38.4	
2	3	1	38.975	
2	2	1	41	
3	3	1	41.175	
3	3	2	42.025	
1	1	1	42.1	
3	2	1	42.825	
3	2	2	45.975	

13.3.6 Beispiel 11.5.6.2

Versuchsanlage:	dreifaktorielle zweistufige Spaltanlage [A/(BxC)]-Bl.
Prüfmerkmal:	Ertrag
Faktor A:	Beregnung
Faktor B:	Sorten Kartoffeln
Faktor C:	Düngung
Anzahl der Stufen des Faktors A:	2
Anzahl der Stufen des Faktors B:	3
Anzahl der Stufen des Faktors B:	2
Blocks	4
Alpha:	0.05
Auswertungen:	VA-Tabelle Tukey-Prozedur

```
==============================================
bsp11562.dat
==============================================

V A R I A N Z A N A L Y S E
dreifaktorielle zweistufige Spaltanlage   [A/(BxC)]-Bl
Faktor A: Beregnung
Faktor B: Sorten
Faktor C: Düngung
Merkmal:  Ertrag in dt/ha
Varianztabelle (alpha = 0.05)
--------------
```

SOURCE	FG	SQ	MQ	F	PROB	TEST
Gesamt	47	243025.34	5170.75	.	.	
Blocks	3	1882.79	627.60	.	.	
A	1	207767.45	207767.45	458.207	0.00022	sign.
Fehler a	3	1360.31	453.44	.	.	
B	2	11637.68	5818.84	13.416	0.00007	sign.
C	1	1013.11	1013.11	2.336	0.13690	
AxB	2	2956.38	1478.19	3.408	0.04636	sign.
AxC	1	9.29	9.29	0.021	0.88460	
BxC	2	2689.98	1344.99	3.101	0.05967	
AxBxC	2	697.04	348.52	0.804	0.45713	
Fehler abc	30	13011.31	433.71	.	.	

Gesamt-mittelwert	MQ (Fehler abc)	s %
443.837	433.710	4.69220

```
----------------------------
```

MW_VGL	s_d_quer
A	6.1471
B	7.3630
C	6.0119
AB	10.4915
AB auf gleicher Stufe von A	10.4129
AB auf gleicher Stufe von B	10.4915
AC	8.5982
AC auf gleicher Stufe von A	8.5021
AC auf gleicher Stufe von C	8.5982
BC	10.4129
BC auf gleicher Stufe von B	10.4129
BC auf gleicher Stufe von C	10.4129

```
ABC                                  14.7817
ABC auf gleicher Stufe von A         14.7260
ABC auf gleicher Stufe von B         14.7817
ABC auf gleicher Stufe von C         14.7817
ABC auf gleicher Stufe von AB        14.7260
ABC auf gleicher Stufe von AC        14.7260
ABC auf gleicher Stufe von BC        14.7817
```

Tukey-Test (Irrtumswahrscheinlichkeit = 0.05)

```
Da die Wechselwirkung AxB signifikant ist, kann die mittlere
A-Wirkung nur durch die Vergleiche der AB-Mittelwerte
auf gleicher Stufe von B beurteilt werden.

Vergleich AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B

                     HSD
Grenzdifferenz 25.533054

        A         B   MEAN_AB LINES
        1         1 399.00625 |
        2         1 520.39125   |
        1         2   362.875     |
        2         2 482.48125       |
        1         3 372.25625         |
        2         3  526.0125           |


Da die Wechselwirkung AxB signifikant ist, kann die mittlere
B-Wirkung nur durch die Vergleiche der AB-Mittelwerte
auf gleicher Stufe von A beurteilt werden.

Vergleich AB-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A

                     HSD
Grenzdifferenz 25.671203

        A         B   MEAN_AB LINES
        1         2   362.875 |
        1         3 372.25625 |
        1         1 399.00625   |
        2         2 482.48125     |
        2         1 520.39125       |
        2         3  526.0125       |


Vergleich C-Mittelwerte

                     HSD
Grenzdifferenz 12.277929

        C    MEAN_C LINES
        1 439.24292 |
        2 448.43125 |


Vergleich AB-Mittelwerte

                     HSD
Grenzdifferenz   41.4242

             HSD_S
             ( AB auf gleicher Stufe A   25.671203 )
               AB auf gleicher Stufe B   25.533054
```

```
        A          B   MEAN_AB LINES
        1          2   362.875 |
        1          3 372.25625 |
        1          1 399.00625 |
        2          2 482.48125   |
        2          1 520.39125   | |
        2          3  526.0125     |
```

Wechselwirkungen zur Beurteilung der AC-Wirkung sind signifikant.
Die mittlere AC-Wirkung kann nur durch die Vergleiche der
ABC-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B beurteilt werden.

Vergleich ABC-Mittelwerte auf gleicher Stufe von B

```
                      HSD
Grenzdifferenz 45.578096

        A          B         C  MEAN_ABC LINES
        1          1         1  391.6375 |
        1          1         2   406.375 |
        2          1         1   517.345   |
        2          1         2  523.4375   |
        1          2         1  347.0875     |
        1          2         2  378.6625     |
        2          2         1  471.3875       |
        2          2         2   493.575       |
        1          3         2  361.5625         |
        1          3         1    382.95         |
        2          3         1    525.05           |
        2          3         2   526.975           |
```

Wechselwirkungen zur Beurteilung der BC-Wirkung sind signifikant.
Die mittlere BC-Wirkung kann nur durch die Vergleiche der
ABC-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A beurteilt werden.

Vergleich ABC-Mittelwerte auf gleicher Stufe von A

```
                      HSD
Grenzdifferenz 44.790587

        A          B         C  MEAN_ABC LINES
        1          2         1  347.0875 |
        1          3         2  361.5625 |
        1          2         2  378.6625 | |
        1          3         1    382.95 | |
        1          1         1  391.6375 | |
        1          1         2   406.375   |
        2          2         1  471.3875     |
        2          2         2   493.575     | |
        2          1         1   517.345       |
        2          1         2  523.4375       |
        2          3         1    525.05       |
        2          3         2   526.975       |
```

Vergleich ABC-Mittelwerte

```
                      HSD
Grenzdifferenz 61.208516
```

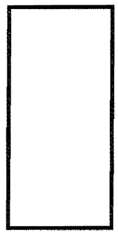
```
          HSD_S
          ( ABC auf gleicher Stufe A    44.790587 )
            ABC auf gleicher Stufe B    45.578096
            ABC auf gleicher Stufe C      51.7122
            ABC auf gleicher Stufe AB  30.074662
            ABC auf gleicher Stufe AC  36.304564
            ABC auf gleicher Stufe BC  33.103042

     A          B          C  MEAN_ABC LINES
     1          2          1  347.0875 |
     1          3          2  361.5625 |
     1          2          2  378.6625 |
     1          3          1    382.95 |
     1          1          1  391.6375 |
     1          1          2   406.375 |
     2          2          1  471.3875   |
     2          2          2   493.575   |
     2          1          1   517.345   |
     2          1          2  523.4375   |
     2          3          1    525.05   |
     2          3          2   526.975   |
```

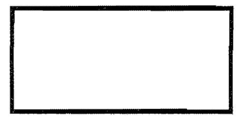
Lösungen

11 Varianzanalyse im Feldversuchswesen

Aufgabe 11.1: Die Bodenheterogenitäten einer bestimmten Versuchsfläche sind durch Feldpunkte unterschiedlicher Bodenzahl charakterisiert. Legen Sie auf dieser Fläche eine einfaktorielle Blockanlage A-Bl mit sechs Stufen des Faktors A (a = 6) und 4 Blocks (bl = 4) an. Die Parzellengröße und Form sind vorgegeben mit



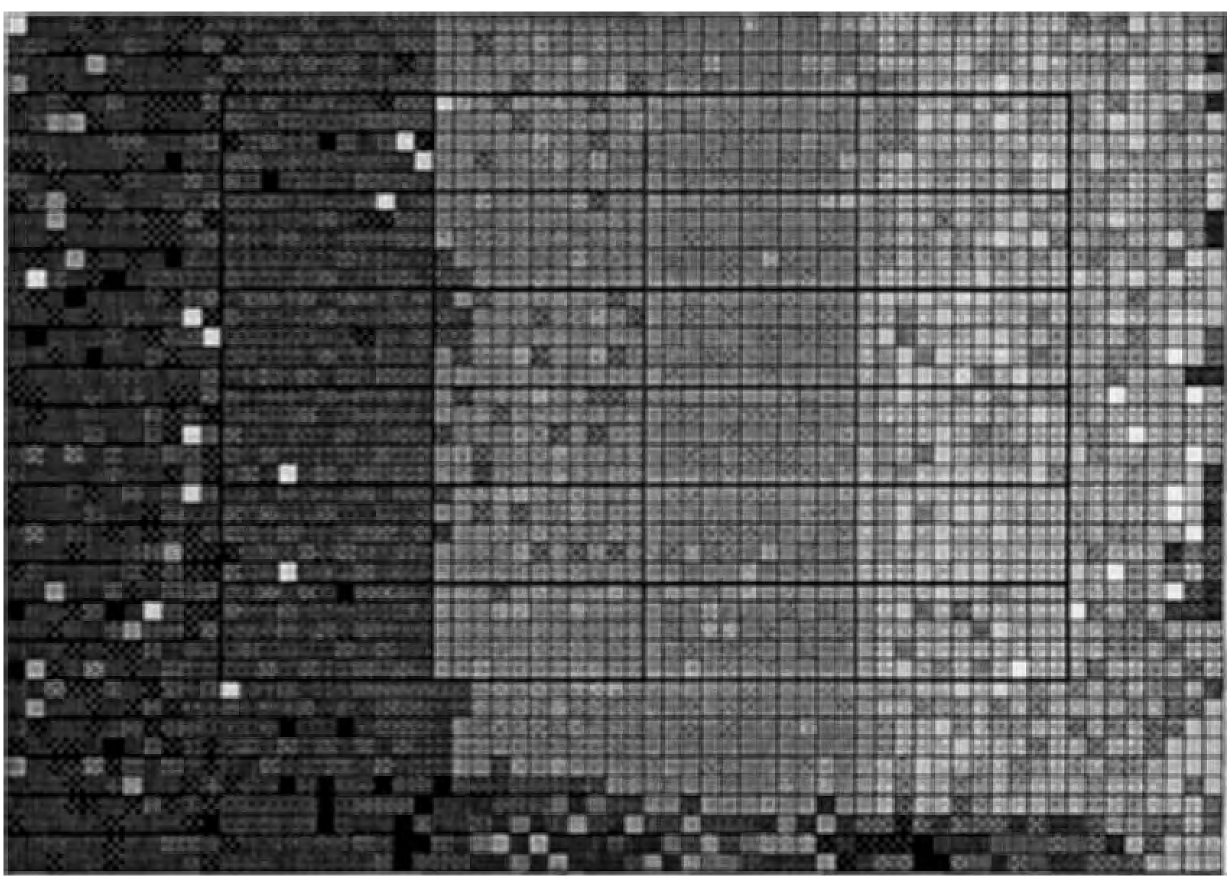
oder



Lösung:

Innerhalb eines Blocks sollen die Bodeneigenschaften möglichst gleich sein:

| 1. Block ⇓ | 2. Block ⇓ | 3. Block ⇓ | 4. Block ⇓ |



Korrektur

Natürlich sind Fehler vermeidbar - fast immer. Doch selbst bei gründlicher Durchsicht sind sie in Publikationen kaum auszuschließen.
Der Anspruch lesbar und anhand von Beispielen nachvollziehbar, also auf den „normalen" Anwender orientiert zu schreiben, bedingt, daß Fehler, die über Schreib- und offensichtliche Fehler hinaus gehen, als solche benannt werden müssen.
Korrekturen und Bemerkungen sind selten etwas Schönes, aber etwas Notwendiges.

Die meisten der hier aufgeführten Fehler haben den Faktor $\sqrt{2}$ zu viel. Die umfangreichen Folgefehler werden hier mit aufgeführt.

zu Teil 1 (Heft 23)

S. 16

ersetzen

$$P(\underline{y} > 6) = P(\underline{y} = 6) + P(\underline{y} = 5) + P(\underline{y} = 4) + P(\underline{y} = 3) + P(\underline{y} = 2) + P(\underline{y} = 1) = \quad 1$$

durch

$$P(\underline{y} < +\infty) = P(\underline{y} = 6) + P(\underline{y} = 5) + P(\underline{y} = 4) + P(\underline{y} = 3) + P(\underline{y} = 2) + P(\underline{y} = 1) = \quad 1$$

S. 45

ersetzen	durch
Position	Position
151	150
152	151

S. 62 oben

ersetzen

Allgemein gilt: $R_+ + R_- = \frac{n}{2}(n-1)$

durch

Allgemein gilt: $R_+ + R_- = \frac{n}{2}(n+1)$

S. 69

Da $t = 3{,}442 > t_{1-\alpha/2\,;\,n-1} = 2{,}262$ muß für die gewählte Irrtumswahrscheinlichkeit die Nullhypothese abgelehnt werden. Das bedeutet, das sich die mittleren Körpergewichte der behandelten und der unbehandelten Mäuse statistisch ~~nicht~~ unterscheiden. **!**

S. 105

	Ort 1	$Rang_{Ort1}$	Ort 2	$Rang_{Ort2}$	
	1625	3	2100	7	
	3375	12	1500	1	
	1890	6	1760	3	← Rang **4** anstelle der 3
	2400	10	1560	2	
	1875	5	2300	9	
	2250	8	3800	11	
Summe		44		34	

zu Teil 2 (Heft 31)

S. 25

Die letzten beiden zur Variablen V3 gehörenden Zeile sind „verschwunden". Die letzte betrifft den Test auf Normalverteilung des Merkmals V3 (Frischmasse der Unkräuter nach Feinsprühen).

```
Sgn Rank          18   Pr>=|S|         0.0078
W:Normal    0.947539   Pr<W            0.6891
```

S. 37

in der Varianztabelle: $SQ_A = 184{,}2250$ anstelle von $SQ_A = 144{,}2250$

S. 45

$$\left\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{n}}\,;\,\bar{y}_{i\bullet} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{n}}\right\rangle \quad (i = 1, 2, ..., a) \quad .$$

ersetzen durch:

$$\left\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{n}}\,;\,\bar{y}_{i\bullet} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{n}}\right\rangle \quad (i = 1, 2, ..., a) \quad .$$

Dieser mit der $\sqrt{2}$ verursachte Fehler setzt sich auf den folgenden Seiten fort.

S. 46

...

ist die halbe Breite des (1-α)-Konfidenzintervalls $t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{n}} = 0{,}532$.

ersetzen durch:

ist die halbe Breite des (1-α)-Konfidenzintervalls $t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{n}} = 0{,}376$.

...

Mittelwerte		zweiseitige (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte untere Grenze	obere Grenze
M1	23,46	22,928	23,992
M2	23,34	22,808	23,872
M3	24,22	23,688	24,752
M4	23,42	22,888	23,952
M5	22,63	22,098	23,162
M6	22,83	22,298	23,362

⇒

Mittelwerte		zweiseitige (1-α)-Konfidenzintervalle der Mittelwerte untere Grenze	obere Grenze
M1	23,46	23,084	23,836
M2	23,34	22,964	23,716
M3	24,22	23,844	24,596
M4	23,42	23,044	23,796
M5	22,63	22,254	23,006
M6	22,83	22,454	23,206

Im Programm zum Zeichnen der Abb. 8.8 ist auf der Seite 47 unterhalb der Ausgabe der Datei MMM die Anweisung

```
d   = tinv(0.975,&fg) * sqrt(&mqr) * sqrt(2/8);
```

zu ersetzen durch

```
d   = tinv(0.975,&fg) * sqrt(&mqr) * sqrt(1/8);
```

Damit ändern sich die Abb. 8.8 und die Schlußfolgerung wie folgt:

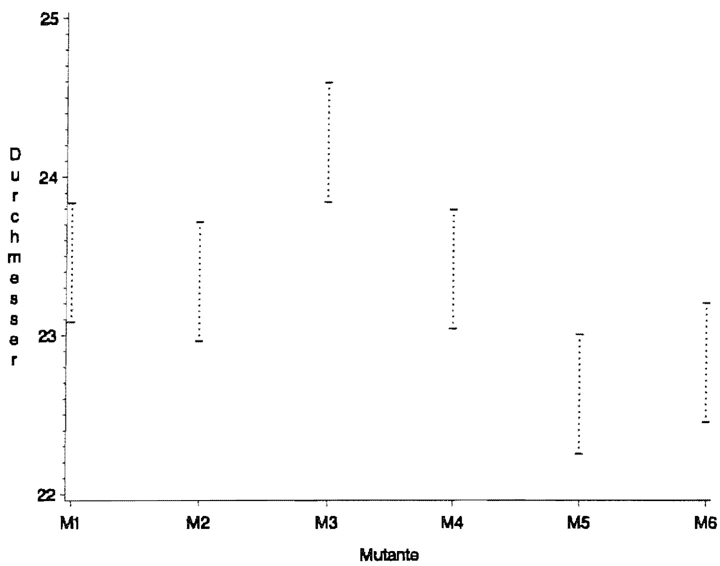


Abb. 8.8: Konfidenzintervalle der mittleren Hemmhofdurchmesser

Die Konfidenzintervalle der Mittelwerte der Mutante M3 und aller anderen überlappen sich nicht. Auch die Konfidenzintervalle der Mittelwerte der Mutanten M1 und M5 sowie M4 und M5 überlappen sich nicht.
Jeglicher Mittelwertvergleich wird aber mindestens signifikante Unterschiede zwischen den Hemmhofdurchmessern der Mikroorganismustämme M3 und M5 und M3 und M6 ausweisen.

S. 78

In der Varianztabelle $E(MQ_A)$ $\quad \sigma^2_{Rest} + \frac{1}{a-1}\left(N - \frac{\sum_{i=1}^{a} n_i^2}{N}\right)\sigma^2_A$

ersetzen durch $\quad \sigma^2_{Rest} + n\,\sigma^2_A \quad$ (da keine formale Varianzkomponente)

Die gleiche Korrektur ist auf der Seite 79 unten vorzunehmen:

$$E(MQ_A) = \sigma^2_{Rest} + n\,\sigma^2_A$$

Somit ist der erste Halbsatz auf Seite 80 zu streichen:

Es gilt $\hat{\sigma}^2_{Rest} + 8\hat{\sigma}^2_A = 2{,}488$. Folglich ist ...

S. 87

Der $\sqrt{2}$-Fehler bei den Konfidenzintervallen der Mittelwerte (nicht der Mittelwertdifferenzen!) tritt auch hier auf.
Zu ersetzen sind:

Die (1-α)-Konfidenzintervalle werden geschätzt
für die Mittelwerte des Faktors A:

Korrektur

$$\left\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{b}}\ ;\ \bar{y}_{i\bullet} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{b}} \right\rangle \quad (i = 1, 2, ..., a)$$

für die Mittelwerte des Faktors B:

$$\left\langle \bar{y}_{\bullet j} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{a}}\ ;\ \bar{y}_{\bullet j} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{a}} \right\rangle \quad (j = 1, 2, ..., b) \quad .$$

durch:

Die (1-α)-Konfidenzintervalle werden geschätzt
für die Mittelwerte des Faktors A:

$$\left\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{b}}\ ;\bar{y}_{i\bullet} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{b}} \right\rangle \quad (i = 1, 2, ..., a)$$

für die Mittelwerte des Faktors B:

$$\left\langle \bar{y}_{\bullet j} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{a}}\ ;\bar{y}_{\bullet j} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{a}} \right\rangle \quad (j = 1, 2, ..., b) \quad .$$

Die Tabelle und die Abb. 10.1 auf S. 88 lauten nunmehr

Sorten-Mittelwerte		Konfidenzintervall untere Grenze	obere Grenze
Sorte1	23,01	22,40	23,62
Sorte2	22,05	21,44	22,66
Sorte3	17,91	17,30	18,52

Behandlungs-Mittelwerte		Konfidenzintervall untere Grenze	obere Grenze
F1	21,77	20,83	22,71
F2	20,43	19,49	21,37
F3	21,48	20,54	22,42
F4	21,67	20,73	22,61
F5	19,35	18,41	20,29
F6	21,71	20,77	22,65
F7	20,52	19,58	21,46

Ihre Lage veranschaulicht die Abb. 10.1.

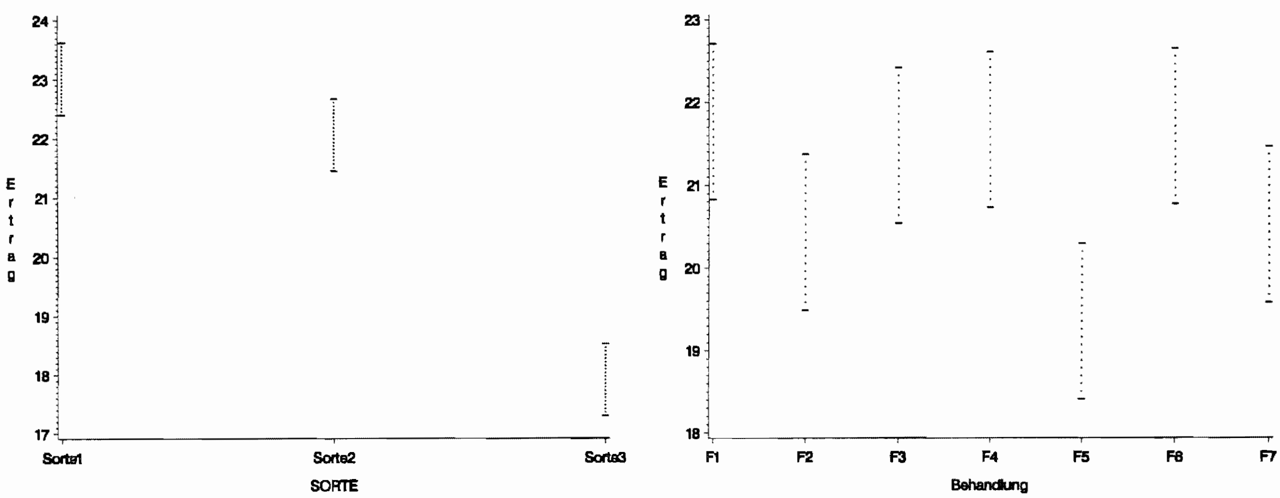


Abb. 10.1: Konfidenzintervalle der mittleren Erträge der Sorten und Behandlungen

Ein Unterschied der Sorte3 zu den beiden anderen ist deutlich erkennbar.

S. 100

Analoges gilt für die Berechnung der (1-α)-Konfidenzintervalle zweifaktoriellen Kreuzklassifikation mit Wiederholung.

zu ersetzen:

für die Mittelwerte des Faktors A:

$$\left\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{bn}}\,;\, \bar{y}_{i\bullet} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{bn}} \right\rangle \quad (i = 1, 2, ..., a)$$

für die Mittelwerte des Faktors B:

$$\left\langle \bar{y}_{\bullet j} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{an}}\,;\, \bar{y}_{\bullet j} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{an}} \right\rangle \quad (j = 1, 2, ..., b)$$

für die Mittelwerte der Stufenkombination der Faktoren A und B:

$$\left\langle \bar{y}_{ij} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{n}}\,;\, \bar{y}_{ij} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{2}{n}} \right\rangle \quad (i = 1, 2, ..., a\,;\, j = 1, 2, ..., b) \quad .$$

durch:

für die Mittelwerte des Faktors A:

$$\left\langle \bar{y}_{i\bullet} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{bn}}\,;\, \bar{y}_{i\bullet} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{bn}} \right\rangle \quad (i = 1, 2, ..., a)$$

für die Mittelwerte des Faktors B:

$$\left\langle \bar{y}_{\bullet j} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{an}}\,;\, \bar{y}_{\bullet j} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{an}} \right\rangle \quad (j = 1, 2, ..., b)$$

für die Mittelwerte der Stufenkombination der Faktoren A und B:

$$\left\langle \bar{y}_{ij} - t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{n}}\,;\, \bar{y}_{ij} + t_{1-\alpha/2;FG_{Rest}} * s_{Rest}\sqrt{\frac{1}{n}} \right\rangle \quad (i = 1, 2, ..., a\,;\, j = 1, 2, ..., b) \quad .$$

Diese Korrektur verändert die in den Tabellen aufgeführten berechneten Konfidenzintervalle und deren grafische Darstellung (Abb. 10.3).

S. 109

Die aufgeführten Reparametrisierungsbedingungen gelten für Faktoren mit festen Stufen. Für das Modell II sind sie zu streichen. Die die Erwartungswerte und Varianzen der Zufallsvariablen betreffenden erforderliche Bedingungen sind richtig aufgeführt.

Beim Modell II verändert sich auch die Berechnung der Testgrößen. In der Varianztabelle sind zu ersetzen

$F_A = \frac{MQ_A}{MQ_{Rest}}$ durch $F_A = \frac{MQ_A}{MQ_{AxB}}$

$F_B = \frac{MQ_B}{MQ_{Rest}}$ durch $F_B = \frac{MQ_B}{MQ_{AxB}}$

Daraus folgt für die Formulierung der Tests auf S. 110:

ersetze

$F_A > F_{1-\alpha;FG_A,FG_{Rest}}$ → $H_0 : \sigma_A^2 = 0$ ablehnen!

$F_B > F_{1-\alpha;FG_B,FG_{Rest}}$ → $H_0 : \sigma_B^2 = 0$ ablehnen!

$F_{AxB} > F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest}}$ → $H_0 : \sigma_{AxB}^2 = 0$ ablehnen!

durch

$F_A > F_{1-\alpha;FG_A,FG_{AxB}}$ → $H_0 : \sigma_A^2 = 0$ ablehnen!

$F_B > F_{1-\alpha;FG_B,FG_{AxB}}$ → $H_0 : \sigma_B^2 = 0$ ablehnen!

$F_{AxB} > F_{1-\alpha;FG_{AxB},FG_{Rest}}$ → $H_0 : \sigma_{AxB}^2 = 0$ ablehnen!

S. 117 ff

Bei kreuzklassifizierten gemischten Modellen, Anlagen mit Faktoren mit festen und Faktoren mit zufälligen Stufen, ist zwischen Varianzanalysemodellen mit abhängigen und unabhängigen Wechselwirkungseffekten zu unterscheiden.

Die Varianztabelle auf Seite 117 berücksichtigt abhängige Wechselwirkungseffekte (Korrektur s. u.). Diese werden vorrangig in der allgemeinen Literatur zur Varianzanalyse gemischter Modelle aufgeführt und eingesetzt. Die Auswertung des Beispiels geht in der Handrechnung vom Varianzanalysemodell mit abhängigen und mittels SAS vom Varianzanalysemodell mit unabhängigen Wechselwirkungseffekten aus. SAS setzt prinzipiell unabhängige Wechselwirkungseffekte voraus.

Diese Problematik nicht anzusprechen würde bedeuten, einen Widerspruch zwischen den aufgeführten F-Tests und denen der Beispielsrechnung in Kauf zu nehmen. Sie anzusprechen, kann für Verwirrung sorgen. Wenn, dann muß die möglichst verständlich überwunden werden.

In jüngster Zeit hat sich besonders GUIARD[20] mit diesen beiden Modellversionen beschäftigt. Der Unterschied zwischen diesen beiden Versionen liegt im wesentlichen in der verschiedenen Parametrisierung und der damit im Zusammenhang stehenden unterschiedlichen Interpretation.

Für den fixen Faktor (die Stufen des Faktors A sind fest) gilt die Bedingung $\sum_{i=1}^{a} \underline{a}_i = 0$.

Wenn hinsichtlich der zufälligen Wechselwirkungseffekte eine weitere Reparametrisierungsbedingung derart eingeführt wird, daß die Summe der Wechselwirkungseffekte über die festen a Stufen des Faktors A Null ist

$$\sum_{i=1}^{a} (\underline{ab})_{ij} = 0 \quad ,$$

dann müssen abhängige Wechselwirkungseffekte betrachtet werden. Die $(\underline{ab})_{ij}$ können innerhalb der j-Stufe B_j des Faktors B nicht mehr unabhängig voneinander sein, was zur Modellversion mit abhängigen Wechselwirkungseffekten führt. Die Kovarianz der Wechselwirkungseffekte, die bei der Modellversion mit unabhängigen Wechselwirkungseffekten Null ist, nimmt nun den Wert an:

$$\operatorname{cov}\left[(\underline{ab})_{ij}, (\underline{ab})_{i'j}\right] = \frac{-\sigma_{AxB}^2}{a-1} \neq 0 \quad .$$

[20] GUIARD, V.: Darstellung von Feldversuchsanalgen als Kreuzklassifikation und ihre Auswertung mit SAS Zeitschrift für Agrarinformatik **4**(1996)5, S. 91-97
RASCH, D., G. HERRENDÖRFER, J. BOCK, N. VICTOR, V. GUIARD:
Verfahrensbibliothek Versuchsplanung und –auswertung. Verfahren 1/61/0000, 1996, Oldenbourg Verlag, München

Das hat natürlich Auswirkungen auf die F-Tests (aufgrund unterschiedlicher zu testender Nullhypothesen) und die Erwartungswerte E(MQ) in der Varianztabelle. Unter Berücksichtigung beider Modellversionen muß die Varianztabelle auf S. 117 lauten:

				Modellversion mit abhängigen Wechselwirkungseffekten		Modellversion mit unabhängigen Wechselwirkungseffekten	
Varianzursache	FG	SQ	MQ	F	E(MQ)	F	E(MQ)
gesamt	N - 1						
zwischen den Stufen des Faktors A	a - 1	SQ_A	$\frac{SQ_A}{FG_A}$	$\frac{MQ_A}{MQ_{AxB}}$	$\sigma^2 + n\frac{a}{a-1}\sigma^{*2}_{AxB} + \frac{bn}{a-1}\sum_{i=1}^{a} a_i^2$	$\frac{MQ_A}{MQ_{AxB}}$	$\sigma^2 + n\sigma^2_{AxB} + \frac{bn}{a-1}\sum_{i=1}^{a} a_i^2$
zwischen den Stufen des Faktors B	b - 1	SQ_B	$\frac{SQ_B}{FG_B}$	$\frac{MQ_B}{MQ_{Rest}}$	$\sigma^2 + an\sigma^{*2}_B$	$\frac{MQ_B}{MQ_{AxB}}$	$\sigma^2 + n\sigma^2_{AxB} + an\sigma^2_B$
Wechselwirkung AxB	(a-1)(b-1)	SQ_{AxB}	$\frac{SQ_{AxB}}{FG_{AxB}}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest}}$	$\sigma^2 + n\frac{a}{a-1}\sigma^{*2}_{AxB}$	$\frac{MQ_{AxB}}{MQ_{Rest}}$	$\sigma^2 + n\,\sigma^2_{AxB}$
Rest	N - ab	SQ_{Rest}	$\frac{SQ_{Rest}}{FG_{Rest}}$		σ^2		σ^2

Da die Varianzen nicht nur unterschiedlichen Modellversionen entstammen, sondern auch verschiedene Nullhypothesen getestet werden, werden die Varianzen für die Modellversion mit abhängigen Wechelwirkungen mit * markiert (GUIARD 1996).

Für die Schätzungen der Varianzkomponenten ergeben sich:

Modellversion mit abhängigen Wechselwirkungseffekten	Modellversion mit unabhängigen Wechselwirkungseffekten
$\hat{\sigma}^2 = s^2_{Rest} = MQ_{Rest}$	$\hat{\sigma}^2 = s^2_{Rest} = MQ_{Rest}$
$\hat{\sigma}^{*2}_B = s^{*2}_B = (MQ_B - MQ_{Rest})/an$	$\hat{\sigma}^2_B = s^2_B = (MQ_B - MQ_{AxB})/an$
$\hat{\sigma}^{*2}_{AxB} = s^{*2}_{AxB} = (MQ_{AxB} - MQ_{Rest})/n$	$\hat{\sigma}^2_{AxB} = s^2_{AxB} = (MQ_B - MQ_{AxB})/n$

Für die Interpretation dieser beiden hinsichtlich ihrer Wechselwirkungseffekte (WW) unterschiedlichen Modellversionen soll sich auf GUIARD (1996, S.92) gestützt werden, wobei sein Symbol $\underline{w}_{ij}$ durch $(\underline{ab})_{ij}$ ersetzt wird:

„Bei der Version ‚abhängige WW‘ geht man primär davon aus, daß zu jeder Kombination (A_i,B_j) einer Stufe A_i und einer Stufe B_j aus der Stufengrundgesamtheit von B ein Erwartungswert μ_{ij} definiert ist. Mit der unendlichen Menge dieser μ_{ij} sind dann auch – zumindest im Prinzip – alle weiteren Effekte des Modells durch eine formale Zerlegung der μ_{ij} eindeutig definiert.

In der Version ‚unabhängige WW‘ sind diese Effekte jedoch nicht eindeutig definiert, da hier nur die Unabhängigkeit zwischen den $\underline{b}_j$ und $(\underline{ab})_{ij}$ gefordert wird, was für diese Eindeutigkeit nicht ausreicht. Daher betrachtet man hier primär nicht die μ_{ij}, sondern die Effekte a_i, b_j und $(ab)_{ij}$ als zu den Stufen A_i und B_j immanent gegebene, von unabhängigen Ursachen bewirkte Größen. Diese letzte Interpretation ist auch bei Feldversuchen üblich.“

Tabellenverweis

Berichte aus der Biologischen Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft
erscheinen seit 1995 in zwangloser Folge:

Heft 21, 1996:	Arbeitsschutz und Arbeitssicherheit im öffentlichen Dienst (Stand: August 1996). Dirk Altewein, 21 S.
Heft 22, 1996:	Strategiepapier „Lückenindikation" - Situation und Lösungen -. Dr. Waltraud Pallutt, Dr. Karsten Hohgardt, 35 S.
Heft 23, 1997:	Einführung in die Biometrie unter Berücksichtigung der Software SAS, Teil 1: Grundbegriffe, beschreibende Statistik und Vergleich zweier Mittelwerte. Dr. Eckard Moll, 111 S.
Heft 24, 1997:	Liste der zugelassenen Pflanzenschutzmittel (Stand: 1. Januar 1997). Bearbeitet von Dr. Achim Holzmann u. Andreas Spinti, 64 S.
Heft 25, 1997:	Synopsis of Testing Plant Protection Equipment in the Federal Republic of Germany. Bearbeitet von Siegfried Rietz, 170 S.
Heft 26, 1997:	Zuständigkeiten bei der Prüfung und Zulassung von Pflanzenschutzmitteln und bei der EU-Wirkstoffprüfung. (Stand: März 1997). Bearbeitet von Edelgard Adam, 53 S.
Heft 27, 1997:	Toleranz von Pflanzen gegenüber biotischen und abiotischen Stressoren. Bearbeitet von Dr. Heinz-Wilhelm Dehne und Dr. Petra Seidel, 31 S.
Heft 28, 1997:	Toleranzinduktion durch Resistenzinduktoren und Pflanzenstärkungsmittel - Nachweis und Bewertung. Dr. Petra Seidel, Marguerite Détrie und Sigrid Heise, 132 S.
Heft 29, 1997:	Standardized Bioassay for the Determination of ED_{10}- (NOEL) and ED_{50}-values for Herbicides and Selected Following Crops in Soil. Prof. Dr. Wilfried Pestemer und Dr. Petra Pucelik-Günther, 26 S.
Heft 30, 1997:	44. Kongreß des Internationalen Hopfenbaubüros und 42. Kongreß der Europäischen Union des Hopfenhandels. Bearbeitet von Dr. Erdmann Bode, 147 S.
Heft 31, 1997:	Einführung in die Biometrie unter Berücksichtigung der Software SAS Teil 2: Vergleich von mehr als zwei Mittelwerten, ein- und zweifaktorielle Varianzanalyse mit festen und zufälligen Effekten. Dr. Eckard Moll, 160 S.
Heft 32, 1997:	Abkürzungsverzeichnis Pflanzenschutz - Landwirtschaft - Umweltschutz. Dr. Michael Welling, Dr. Jörg-Rainer Lundehn, Prof. Dr. Fred Klingauf, 151 S.
Heft 33, 1997:	Aufgaben der Biologischen Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft als selbständige Behörde. Dr. Gerhard Gündermann, 19 S.
Heft 34, 1997:	Europäische und nationale Regelungen für gentechnisch veränderte Organismen (GVO) (Richtlinien, Entscheidungen, Gesetze und Verordnungen) Stand: 1. Juli 1997. Dr. Günther Deml, Dr. Joachim Schiemann und Dr. Jörg Landsmann, 180 S.
Heft 35, 1997:	Rechtliche Regelungen der Europäischen Union zu Pflanzenschutzmitteln und deren Wirkstoffen (Band A: Richtlinie 91/414/EWG und diesbezüglicher Protokolle) 3. Auflage, Stand: 1. November 1997. Bearbeitet von Dr. Jörg-Rainer Lundehn, 322 S.
Heft 36, 1997:	Rechtliche Regelungen der Europäischen Union zu Pflanzenschutzmitteln und deren Wirkstoffen (Band B: Richtlinien, Verordnungen, Entscheidungen und Protokolle zur Wirkstoffprüfung) Stand: 1. November 1997, 3. Auflage. Bearbeitet von Dr. Jörg-Rainer Lundehn, 148 S.
Heft 37, 1997:	Zuständigkeiten bei der Prüfung und Zulassung von Pflanzenschutzmitteln und bei der EU-Wirkstoffprüfung. (Stand: Dezember 1997). Bearbeitet von Edelgard Adam, 58 S.
Heft 38, 1997:	Inhaltsverzeichnis Amtliche Pflanzenschutzbestimmungen N.F. Band 1, Heft 1 bis Band 63, Heft 5. Bearbeitet von Sigrid von Norsinski, Elke Vogt-Arndt und Richard Voigt, 74 S.
Heft 39, 1998	Wirkstoffdatenblätter zur arbeitsmedizinischen Vorsorgeuntersuchung - Pflanzenschutzmittel -, 1. Folge, Stand: Dezember 1996. Bearbeitet von Dr. Hans-Hermann Schmidt, Dr. Eberhard Hoernicke, Marion Fathi, Rudolf Pfeil, 241 S.
Heft 40, 1998:	Liste der zugelassenen Pflanzenschutzmittel (Stand: 1. Januar 1998). Bearbeitet von Dr. Achim Holzmann u. Andreas Spinti, 69 S.
Heft 41, 1998:	100 Jahre Biologische Bundesanstalt für Land- und Forstwirtschaft – Entwicklung und Organisation des Pflanzenschutzes in Deutschland. Bearbeitet von Dr. Heinrich Brammeier, 296 S.
Heft 42, 1998:	2. BBA-Notifizierer-Konferenz (15./16. Januar 1998). Bearbeitet von Dr. Hartmut Kula und Dr. Jörg-Rainer Lundehn, 193 S.
Heft 43, 1998:	Leitlinie: Rückstandsanalysemethoden für die Überwachung, Stand: 21. Juli 1998. Bearbeitet von Dr. Ralf Hänel und Dr. Johannes Siebers.
Heft 44, 1998:	Tagungsband zur Antragstellerkonferenz Braunschweig, 10. Juni 1998. Bearbeitet von Edelgard Adam, 176 S.
Heft 45, 1998:	Europäische und nationale Regelungen für gentechnisch veränderte Organismen (GVO) (Richtlinien, Entscheidungen, Empfehlungen, Gesetze, Verordnungen und Bekanntmachungen) Stand: 1. Juli 1998. Dr. Günther Deml, Dr. Joachim Schiemann und Dr. Jörg Landsmann, 306 S.