Verfahren zum Einsatz von OR-Modellen bei der Lösung betriebswirtschaftlicher Probleme mit unsicheren Informationen am Beispiel der kurzfristigen Produktionsprogrammplanung für Molkereien

von B. Müller

Institut für Betriebswirtschaft und Marktforschung der Lebensmittelverarbeitung der Bundesanstalt für Milchforschung, Kiel

1. Die Problemstellung

1.1 Die Entscheidungsunterstützung durch Modelle

Die durch größere Unternehmen, verstärkte auch internationale Konkurrenz auf oft gesättigten Märkten und wachsende Interdependenzen mit Politik, Medien und Öffentlichkeit gekennzeichnete Entscheidungssituation von Unternehmen (auch in der Ernährungsbranche) ist so komplex geworden, daß rational begründete Entscheidungen auf Basis von OR-Modellen getroffen werden sollten. Nur solche Modelle stellen sicher, daß die einer Entscheidung zugrunde liegenden Annahmen über Tatbestände, Zusammenhänge und Wirkungsmechanismen durch die Methodik erzwungen explizit formuliert und damit empirisch überprüfbar werden. Während die Struktur der den Zusammenhängen und Wirkungsmechanismen zugrundeliegenden Gesetzmäßigkeiten als universell angesehen wird und damit prinzipiell – bezogen auf den Stand des Wissens – aus vergangenheitsbezogenen Beobachtungen angemessen formuliert werden kann, verweisen die für eine Entscheidung benötigten Daten zunächst ausschließlich auf eine zukünftige Situation und sind somit während der Entscheidung, also vor Eintreten dieser Situation, nicht exakt prognostizierbar.

1.2 Die Folgen der Datenunsicherheit für modellgestützte Entscheidungen

Bei der Benutzung deterministischer Modelle wird demgegenüber unterstellt, daß die Prognosewerte – z.B. für Mengenverbräuche und Kostengüterpreise der eigenen Produktion, die Verbrauchernachfrage und das Angebotsverhalten der Konkurrenz – exakt zutreffen. Diese Annahme ist jedoch in mehrfacher Hinsicht problematisch.

- Auch für gesetzmäßig eindeutig beschreibbare und meßtechnisch beherrschte Probleme, wie z.B. elementare physikalische und chemische Vorgänge, lassen sich prinzipiell nur mit einer gewissen Unsicherheit behaftete Prognosen machen.
- In der Regel sind auch quantitativen Gesetzmäßigkeiten unterliegende Vorgänge – wie z.B. das Wetter – real so komplex, daß eine fehlerfreie Prognose aufgrund der hierfür theoretisch benötigten Datenmenge real nicht möglich ist.
- Viele Bereiche der Ökonomie sind noch nicht durch quantitative Modelle beschrieben, die wenigstens auf der Theorieebene exakte Datenprognosen zulassen. Hierzu gehört die Nachfrage- und Preistheorie unter praxisrelevanten Bedingungen (35).
- Geringer noch ist der Kenntnisstand über das individuelle menschliche Verhalten, so daß nicht einmal die Ziele von Entscheidungsträgern (einschließlich der eigenen Ziele) mit der für deterministische Modelle notwendigen Bestimmtheit formuliert werden können (43, 44).

Dies führt dazu, daß die eine Entscheidung bestimmenden Parameterwerte der realen zukünftigen Situation oft mehr oder weniger deutlich von den in das Entscheidungsmodell integrierten Prognosen abweichen, so daß mit Hilfe des Modells die optimale Entscheidung für eine nicht eingetretene Situation gefunden wird. Ziel dieses Beitrags ist es, einen Weg aufzuzeigen, wie dieses Problem über die explizite Berücksichtigung der Datenunsicherheit bei der Modellformulierung abgemildert werden kann.

1.3 Der Gang der Untersuchung

Ausgehend von der formalen Charakterisierung von Entscheidungen in der Entscheidungstheorie werden die strukturelle Bedeutung der Datenunsicherheit aufgezeigt und anschließend die wichtigsten in der Literatur diskutierten Wege zu deren Berücksichtigung dargestellt. Neben der Untersuchung von Alternativen (z. B. durch Parametrisierung des Modells) und der Integration von erwarteten Informationszuwächsen (Dynamisierung, Flexibilisierung des Modells) sind vor allem Ansätze einer Erweiterung des Parameterbegriffs (durch die Wahrscheinlichkeitstheorie) oder der Mengenlehre bzw. Logik (durch den Ansatz der Fuzzy-Sets) zu erwähnen. Den aufgrund der hohen formalen Komplexität der letztgenannten Ansätze bestehenden Praxisvorbehalten soll begegnet werden, indem im Kern der Arbeit aufgezeigt wird, wie mit Hilfe der Szenariooptimierung die formale Strenge der stochastischen beziehungsweise Fuzzy-Sets-Ansätze mit der leichten Handhabbarkeit und Verständlichkeit der Untersuchung von alternativen Szenarien kombiniert werden kann.

Diese Methodik, auf deren Basis prinzipiell alle Fuzzy-Sets- und stochastischen Optimierungsverfahren in unterschiedlichen OR-Modellen integriert werden können, wird am Beispiel der linearen Optimierung zur kurzfristigen Produktionsprogrammplanung einer Molkerei demonstriert, weil einerseits die lineare Optimierung das wohl in der Praxis am weitesten verbreitete OR-Handwerkszeug dargestellt, andererseits die Produktionsprogrammplanung mit dem beherrschenden Einfluß der Absatzerwartungen auf die Planungsergebnisse eine explizite Abkehr vom rein deterministischen Vorgehen besonders dringlich erscheinen läßt.

Den Abschluß der Arbeit bilden Untersuchungen zu Problemen der praktischen Umsetzung dieses Vorgehens, der Vergleich mit anderen Lösungsansätzen und der Hinweis auf offene Probleme.

2. Die Struktur von Entscheidungen im Lichte der Datenunsicherheit

2.1 Das Entscheidungsmodell im Überblick

Das allgemeine Entscheidungsmodell bildet die formale Grundlage für die Übertragung realer Entscheidungssituationen in OR-Modelle (23, 25). Es soll hier nur so weit wie notwendig referiert werden, für ausführliche Informationen wird auf die Literatur (13, 17, 18) verwiesen.

Durch seine Sichtweise gliedert der Entscheider die wahrgenommene Realität in ihm zur Verfügung stehende Handlungsalternativen und in Umweltzustände, die die Folgen seiner Entscheidung beeinflussen, im Unterschied zu den Handlungsalternativen aber nicht der Verfügung des Entscheiders unterliegen. Aufgrund externer Gesetzmäßigkeiten führt die Wahl einer Handlungsalternative beim Eintreten eines bestimmten Umweltzustandes zu einem Ergebnis, dessen relative Vorteilhaftigkeit der Entscheider aufgrund seiner Nutzenfunktion beurteilen kann, was ihn zur Wahl der optimalen Handlungsalternative bringt. Im Rahmen eines OR-Modells kann diese Vorgehensweise operational gemacht werden.

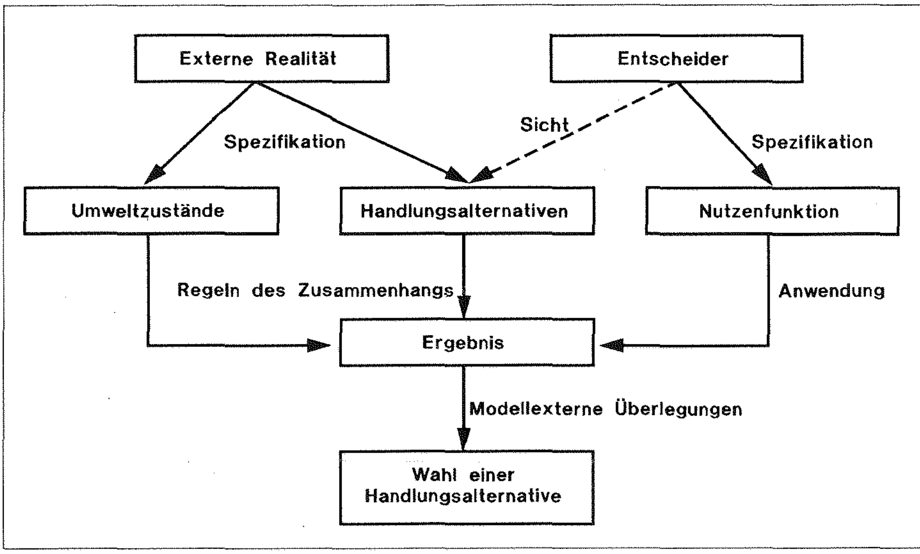


Abb. 1: Die Elemente eines Entscheidungsmodells

Definition 1

Das allgemeine OR-Modell einer Entscheidung

Sei $\{v_i\}_{i \in I}$ die Menge der Handlungsalternativen, $\{w_j\}_{j \in J}$ die Menge der Umweltzustände, die für das Modell durch Parametersätze $\{(a_{kj})\}_{kj \in Kj}$, $\{(b_{kj})\}_{kj \in Kj}$, $\{(c_{mj})\}_{mj \in Mj}$ beschrieben seien. $v_i, (a_{kj}), (b_{kj}), (c_{mj})$ sind dabei in der Regel Vektoren von Potenzen von $\mathbb{R}$, Kj und Mj Indexmengen beliebiger Dimension. Sei R eine Abbildung, die den Zulässigkeitsbegriff bezügl. der Handlungsalternativen und Umweltzustände operationalisiert, Z eine reellwertige Abbildung zur Repräsentation der Nutzenfunktion des Entscheiders, so läßt sich o.B.d.A. das Entscheidungsmodell beschreiben durch:

a) $Z\left[\{(c_{mj})\}_{mj \in Mj}, \{v_i\}_{i \in I}\right] \overset{!}{=} \max$

b) $R\left[\{(a_{kj})\}_{kj \in Kj}, \{v_i\}_{i \in I}\right] = \{(b_{kj})\}_{kj \in Kj}$

Ist J einelementig, wird also nur ein Umweltzustand betrachtet, so beschreibt b) eindeutig die Menge zulässiger Alternativen, da a_{kj} und b_{kj} reelle Rektoren sind. Die Funktion Z wählt auf Basis der eindeutig bestimmten c_{mj} die optimale Lösung v_{cmj} des Problems bzw. die Menge gleich guter optimaler Lösungen aus.

2.2 Die Nebenbedingungen

Sind die Modellparameter jedoch nicht eindeutig bekannt, so stellt schon die Interpretation der Nebenbedingungen ein Problem dar. Eine Handlungsalternative v_i kann, bezogen auf einen Umweltzustand w_1, zulässig sein, während sie für einen anderen Umweltzustand w_2 unzulässig ist. Beschreibt v_i z. B. eine Produktionsmenge, so ist der Wert 2000 zulässig im Sinne einer Nachfragebefriedigung, falls diese Nachfrage bei 1500 Einheiten liegt. Für eine Nachfrage von 3000 Einheiten ist der Wert jedoch unzulässig.

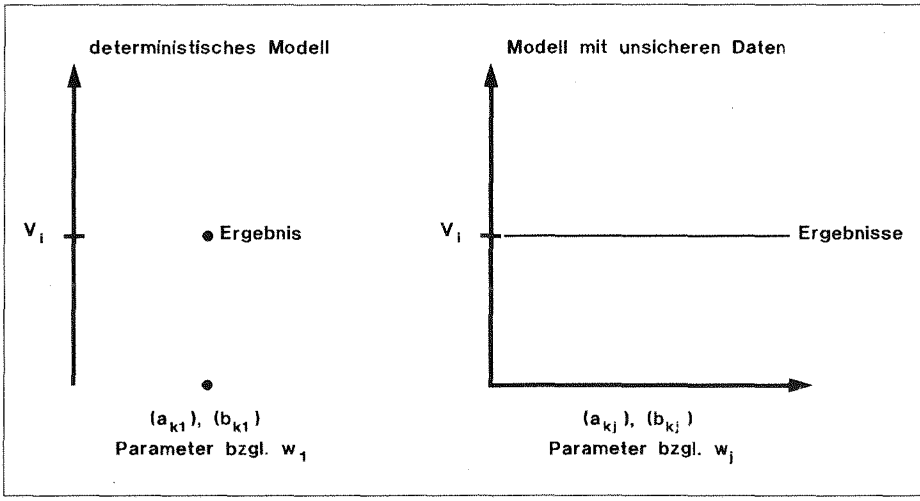


Abb. 2: Ergebnisse als Wirkung von Handlungsalternativen

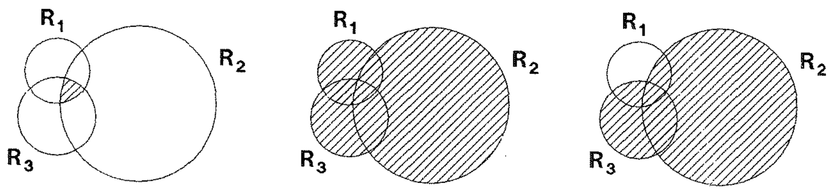
Im deterministischen Fall legt die Wahl einer Handlungsalternative das Ergebnis fest, im Fall mit unsicheren Daten ist zusätzlich der Einfluß alternativer Umweltzustände zu beachten. In diesem Sinn kann der deterministische Fall als degenerierte Spezialität der allgemeinen Betrachtung mit unsicheren Daten aufgefaßt werden.

Unter diesem zusätzlichen Freiheitsgrad muß allerdings vereinbart werden, was unter einer zulässigen Aktivität zu verstehen ist. Die Literatur (12, 27, 28, 30, 36, 41, 42) erwähnt im wesentlichen drei Möglichkeiten:

- Zulässig sind die Handlungsalternativen, die für jeden Umweltzustand zulässig sind. Diese Formulierung schließt zwar alle Zulässigkeitsprobleme für jede denkbare Zukunft aus, jedoch werden auch viele Chancen nicht wahrgenommen, weil erfolgversprechende Alternativen, die, wenn auch nur in Extremfällen, nicht zulässig sind, nicht beachtet werden.
- Als zulässig betrachtet werden alle Handlungsalternativen, die für mindestens einen Umweltzustand zulässig sind. Die eventuellen Unzulässigkeiten bei anderen Umweltzuständen werden implizit durch Integration von Strafkosten zur Behebung dieser Unzulässigkeiten in der Zielfunktion berücksichtigt. Diese Vorgehensweise vermeidet zwar die Probleme der beiden anderen Lösungsvorschläge, ändert aber die Struktur der Fragestellung und ist nur durchführbar, wenn realistische Schätzungen für die Strafkosten bekannt sind.
- Als zulässig können schließlich die Handlungsalternativen betrachtet werden, die für genügend viele (alle bis auf die „unwahrscheinlichen") Umweltzustände zulässig sind. Diese Vorgehensweise erscheint plausibel, klammert aber die Frage aus, was passiert, wenn dennoch ein „unwahrscheinlicher" Umweltzustand eintritt.

Seien w_1, w_2, w_3 die zu betrachtenden Umweltzustände, R_1, R_2, R_3 die Mengen der beim Eintreten dieser Umweltzustände zulässigen Handlungsalternativen. Dann werden folgende Mengen als für das Gesamtmodell zulässig betrachtet:

a) fat formulation — **b) Kompensation** — **c) Wahrscheinlichkeitsrestriktion**



a) $R_1 \cap R_2 \cap R_3$ — b) $R_1 \cup R_2 \cup R_3$ — c) $R_2 \cup R_3$

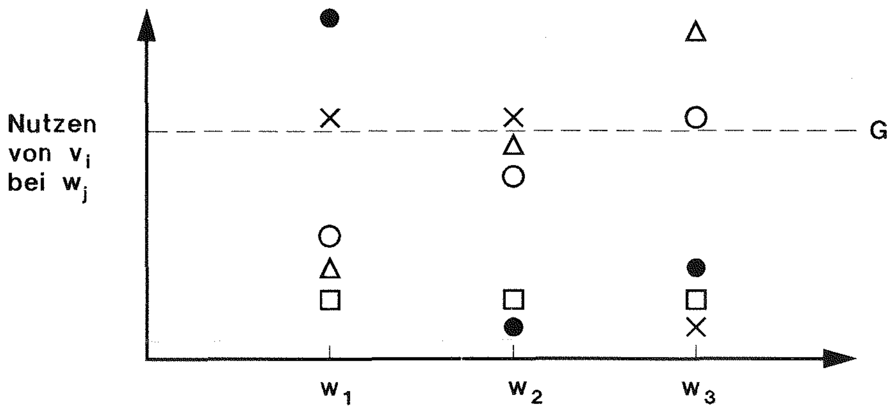
Abb. 3: Zulässige Handlungsalternativen bei unsicheren Daten

2.3 Die Zielfunktion

Stärker noch als die Zulässigkeit ist der Begriff der Optimalität einer Handlungsalternative interpretationsbedürftig, wenn die das Entscheidungsproblem beschreibenden Daten durch unterschiedliche Umweltzustände nicht mehr eindeutig bestimmt sind. Die Wahl identischer Aktionen führt bei unterschiedlichen Umweltzuständen zu unterschiedlichen Ergebnissen. So kann Alternative A für einen Umweltzustand besser sein als Alternative B, während für einen anderen Umweltzustand das Verhältnis genau umgekehrt ist. Neben der Qualität der Handlungsalternativen bei einzelnen Umweltzuständen ergibt sich eine neue Dimension der Beurteilungsmöglichkeit, weil neben der „Spitzenleistung" in einzelnen Fällen auch die Gleichmäßigkeit der Ergebnisse bei unterschiedlichen Umweltzuständen eine Qualität ist, die in die Nutzenfunktion eingehen kann. Die Literatur (5, 13, 17, 18, 30, 42, 43, 44) bietet eine ganze Reihe von Definitionen für „optimale" Handlungsalternativen:

- Optimal sind die Aktionen, die bei Eintreffen des jeweils günstigsten Umweltzustandes das insgesamt beste Ergebnis liefern. Eine Definition für Optimisten, die Fragen, was in anderen Fällen passiert, ausklammert.
- Als optimal betrachtet werden die Aktionen, die beim Eintreffen des jeweils ungünstigsten Umweltzustandes das insgesamt beste Ergebnis liefern. Diese pessimistische Betrachtung übergeht unter Umständen die Tatsache, daß „in der Regel" weitaus bessere Ergebnisse möglich sind.
- Als optimal werden die Aktionen ausgezeichnet, die „im Durchschnitt" aller betrachteten Umweltzustände das beste Ergebnis liefern. Diese Vorgehensweise vermeidet die Einengung der Betrachtung auf nur einen Umweltzustand, es muß aber geklärt werden, was der „Durchschnitt" ist und was dieser dem Entscheider nutzt, da nur ein Umweltzustand eintritt.
- Als optimal kann eine Lösung betrachtet werden, die auf einem geeigneten Niveau möglichst gewinnstabil gegenüber verschiedenen Umweltzuständen ist, denn sie reduziert das Risiko durch die nicht bekannte Ausprägung des Umweltzustandes. Es müßte allerdings geklärt werden, wie diese Sicherheit gegen das erreichbare Niveau des Ergebnisses abzuwägen ist.

Gegeben seien 5 zulässige Handlungsalternativen und deren Ergebnisse bei drei Umweltzuständen, v_1 (•), v_2 (o), v_3(△), v_4(□), v_5 (x). G sei ein vorgegebenes Nutzenniveau,



dann ist jeweils optimal:

a) $v_{\max} := \max_{i \in I} \max_{j \in J} \left(Z\left[\{(c_{mj})\}, \{v_i\} \right] \right) = v_1$

(OPTIMISTENMODELL)

b) $v_{\max} := \max_{i \in I} \min_{j \in J} \left(Z\left[\{(c_{mj})\}, \{v_i\} \right] \right) = v_2$

(PESSIMISTENMODELL)

c) $v_{\max} := \max_{i \in I} \left(\sum_{j \in J} p(w_j) \cdot Z\left[\{(c_{mj})\}, \{v_i\} \right] \right) = v_3$

(ERWARTUNGSWERTMODELL)

p ist eine Gewichtungsfunktion bezüglich der w_j

d) $v_{\max} := \max_{i \in I} \left(\sum_{j \in J} p(w_j) \cdot \left\{ Z\left[\{(c_{mj})\}, \{v_i\} \right] - Z\left[\{(c_{mj})\}, v_{\max(Def.c)} \right] \right\}^2 \right) = v_4$

(VARIANZMODELL)

e) $v_{\max} := \max_{i \in I} \left\{ p\left(w_j \middle| Z\left[\{(c_{mj})\}, \{v_i\} \right] \geq G \right) \right\} = v_5$

(WAHRSCHEINLICHKEITSNIVEAUMODELL)

Hierbei sei $p(w_1 \cup w_2) > p(w_3)$

Abb. 4: Verschiedene „optimale" Handlungsalternativen bei unsicheren Daten

- Als optimal könnte man die Handlungsalternative ansehen, die ein vorgegebenes Niveau für möglichst viele Umweltzustände erreicht oder überschreitet. Zugleich wäre eine im vorhergehenden Fall angesprochene Abwägung zwischen der Qualität des Ergebnisses im Einzelfall und der erreichbaren Sicherheit möglich, allerdings würde die Struktur des Problems noch stärker als zuvor verändert, da die Höhe des Ergebnisses nur noch eine Nebenbedingung wäre, während sich die tatsächliche Optimierung auf die Sicherheit beim Erreichen dieses Ergebnisses konzentriert.
- Schließlich sind Mischungen dieser Kriterien denkbar.

Neben der unterschiedlichen Wahl einer Definition von Zulässigkeit und Optimalität können die OR-Modelle für Probleme mit unsicheren Daten wie auch im deterministischen Fall unterschiedliche Funktionstypen für Z und R aufweisen (linear, quadratisch, konvex, konkav, mehrdimensional, dynamisch mit zunehmender Information, ...), so daß eine stark erweiterte Vielfalt von Möglichkeiten besteht, die Realität zu betrachten.

3. Die Ansätze zur Berücksichtigung der Datenunsicherheit in Entscheidungsmodellen

3.1 Die Verfahren auf Basis deterministischer Daten

Obwohl die zuvor dargestellten Probleme der Datenunsicherheit wegen der Zukunftsbezogenheit von Entscheidungen grundsätzlich in jedem Fall auftreten, besteht die wohl am weitesten verbreitete Methode, mit diesen Schwierigkeiten umzugehen, darin, sie zu ignorieren. Es werden deterministische Modelle eingesetzt, der intuitiv „wahrscheinlichste" Parameterwert wird verwendet, und die Datenunsicherheit geht bestenfalls in die Interpretation der Modellergebnisse ein. Schon vermehrten Aufwand betreibt, wer sich einen Eindruck von der Änderung der Modellergebnisse in Abhängigkeit geänderter Eingabewerte macht (parametrische Programmierung). So können unter anderem auch Handlungsempfehlungen für verschiedene, für „wahrscheinlich" gehaltene Szenarien ermittelt werden. Man erhält zwar einen Eindruck vom Zusammenhang zwischen Eingabewerten und Handlungsempfehlungen, allerdings in der Regel auch unterschiedliche Ergebnisse für unterschiedliche Annahmen, so daß die Frage, was letztlich zu tun ist, wiederum intuitiv beantwortet werden muß. Eine Möglichkeit ist die Berücksichtigung der Flexibilität der Handlungsalternativen, d.h. des Schwierigkeitsgrades, sie nachträglich an unterschiedliche Umweltzustände anzupassen. Ein formalisierter Weg hierzu ist die mehrperiodische Planung mit Hilfe der dynamischen Optimierung (3, 33, 34), bei der der Planungszeitraum in mehrere Entscheidungsabschnitte aufgeteilt wird , so daß im Zeitablauf zunehmende Informationen in das Modell integrierbar werden.

3.2 Die stochastischen Verfahren

Eine Möglichkeit, die Datenunsicherheit in das Modell zu übernehmen, ist die Verwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie. Der klassische und der Bayesansatz führen zu gleichen Optimierungsmodellen, allerdings teilweise zu unterschiedlichen Interpretationen bei der Datenermittlung über Stichproben (5). Hier geht man davon aus, daß einige oder alle Parameter (c_m, a_k, b_l) nicht mehr feste Zahlen, sondern Zufallsvariable sind, die für unterschiedliche Umweltzustände j unterschiedliche Realisationen c_{mj}, a_{kj}, b_{kj} haben.

Definition 2
Das stochastische OR-Modell einer Entscheidung

Seien $\{v_i\}_{i\in I}, \{w_j\}_{j\in J}$ wie in Definition 1, $\{(ad_k)\}_{k\in K}, \{(bd_k)\}_{k\in K}$ reellwertige Parametervektoren (fix und unabhängig vom Eintreten bestimmter Umweltzustände), $\{\hat{as}_i\}_{l\in L}, \{\hat{bs}_l\}_{l\in L}, \{\hat{cs}_m\}_{m\in M}$ Zufallsvariable, d.h. Abbildungen des Wahrscheinlichkeitsraums $(\{w_j\}_{j\in J}, A, p)$ nach IR, wobei $A \subset IP(\{w_j\}_{j\in J})$ eine σ-Algebra und p $A \to [0,1]$ ein Wahrscheinlichkeitsmaß ist. Seien $(as_{lj}), (bs_{lj}), (cs_{mj})$ die Realisationen der Zufallsvariablen für den Umweltzustand j. Dann wird ein stochastisches Optimierungsmodell beschrieben durch:

a) $$ZS\left[\{(cs_{mj})\}_{m\in M, j\in J}, \{v_i\}_{i\in I}\right] \overset{!}{=} \max$$
$$\cong ZS\left[\{\hat{cs}_m\}_{m\in M}, \{v_i\}_{i\in I}\right] \overset{!}{=} \max$$

b) $$RD\left[\{(ad_k)\}_{k\in K}, \{v_i\}_{i\in I}\right] = \{(bd_k)\}_{k\in K}$$

c) $$RS\left[\{(as_{lj})\}_{l\in L, j\in J}, \{v_i\}_{i\in I}\right] = \{(bs_{lj})\}_{l\in L, j\in J} \cong RS\left[\{\hat{as}_l\}_{l\in L}, \{v_i\}_{i\in I}\right] = \{\hat{bs}_l\}_{l\in L}$$

ZS und RS können erst nach Realisation der Zufallsvariablen ausgewertet werden. Deshalb besteht der Lösungsweg prinzipiell darin, über geeignete Interpretationen von Optimalität und Zulässigkeit zu einem äquivalenten deterministischen Modell zu gelangen. Rein deterministische Modelle können als entartete Spezialfälle der stochastischen Modelle interpretiert werden, wobei nur Ein-Punkt-Zufallsvariable auftreten.

Verwendet man die in Kapitel 2 in den Abbildungen 3 und 4 dargestellten Definitionen von Zulässigkeit und Optimalität, so ergeben sich jeweils unterschiedliche Modelle:

- Die Definition aus Abbildung 3a für die Zulässigkeit führt zu einem „zulässigkeitsstabilen Modell" bzw. einer „fat-formulation", in der gerade die Realisationen as_{lj} und bs_{lj} gewählt werden, die den minimalen zulässigen Raum definieren (1, 30, 42).
- Bei Verwendung der Definition aus Abbildung 3b entsteht ein Modell „mit Kompensation" bzw. ein „two stage model", bei dem die Realisationen as_{lj}, bs_{lj} in die Restriktionen eingehen, die den maximalen zulässigen Raum definieren, und die Unzulässigkeiten für andere Realisationen indirekt durch Strafkosten im Rahmen der Zielfunktionen Berücksichtigung finden (16, 29, 41).
- Zur Verwendung der Definition aus Abbildung 3c gibt man eine Mindestwahrscheinlichkeit vor, mit der die stochastischen Nebenbedingungen erfüllt sein müssen. Geeignete Verteilungsfunktionen für die Zufallsvariablen ermöglichen die Bestimmung von Grenzwerten für as_{lj} und bs_{lj}, die diese Definition der Zulässigkeit umsetzen, in dem gerade die Ränder der Verteilungsfunktion abgeschnitten werden.
- Die Verwendung der Optimalitätsdefinition aus Abbildung 4a erreicht man, wenn man die Realisationen cs_{mj} benutzt, die ZS maximieren.

- Das Optimalitätskriterium aus Abbildung 4b führt zur Verwendung der spieltheoretischen Optimierung von ZS bezüglich der cs_{mj}.
- Unter Verwendung des Kriteriums aus Abbildung 4c geht man zum Erwartungswert von ZS über, entsprechend der klassischen Vorgehensweise eines risikoneutralen Entscheiders.
- Die Verwendung des Kriteriums aus Abbildung 4d führt zum Übergang auf die Varianz von ZS als Nutzenfunktion.
- Bei Verwendung des Kriteriums aus Abbildung 4e maximiert man nicht die eigentliche Zielfunktion, sondern die Wahrscheinlichkeit, daß diese Zielfunktion einen bestimmten Wert überschreitet. In gewisser Hinsicht ähnelt die Vorgehensweise der Behandlung des Zulässigkeitsproblems gemäß der Definition aus Abbildung 3c, wo auch von der eigentlichen Funktion zur Verteilungsfunktion der Wahrscheinlichkeit, daß diese Restriktion erfüllt ist, übergegangen wurde.

Bei den zuvor erwähnten Modellvarianten besteht das Hauptproblem darin, daß der Funktionstyp der Zielfunktion und der Nebenbedingungen durch die beschriebenen Operationen in der Regel komplizierter wird, so daß für größere Fragestellungen die Lösbarkeit des abgeleiteten deterministischen Modells nicht mehr gegeben sein muß.

Betrachtet man zu Demonstrationszwecken den Wahrscheinlichkeitsraum als endlich, eine Interpretation, die zumindest approximativ immer vorgenommen werden kann, so lassen sich die Elemente des Wahrscheinlichkeitsraums als Szenarien ansehen, wobei für jedes Szenario ein deterministisches Modell formuliert werden kann, welches das Entscheidungsproblem löst, falls das gewählte Szenario realisiert wird. Das stochastische Optimierungsmodell entsteht dann durch geeignetes „Zusammensetzen" dieser einzelnen Modelle (37). Auch in formaler Hinsicht deutlich wird diese Art der Informationsverarbeitung in stochastischen Modellen bei der Szenarioaggregation von Rockefellar und Whets (33).

Seien $\{w_j\}_{j=1...J}$ die endlich vielen dem Wahrscheinlichkeitsraum der Parameter zugrunde liegenden Umweltzustände, seien ZS_j und RS_j die zugehörigen Zielfunktionen bzw. stochastischen Restriktionen der Einzelmodelle, RD die deterministische Restriktion. Die dem stochastischen Modell aus Definition 2 äquivalente deterministische Struktur entsteht dann bei der Szenarioaggregation wie folgt:

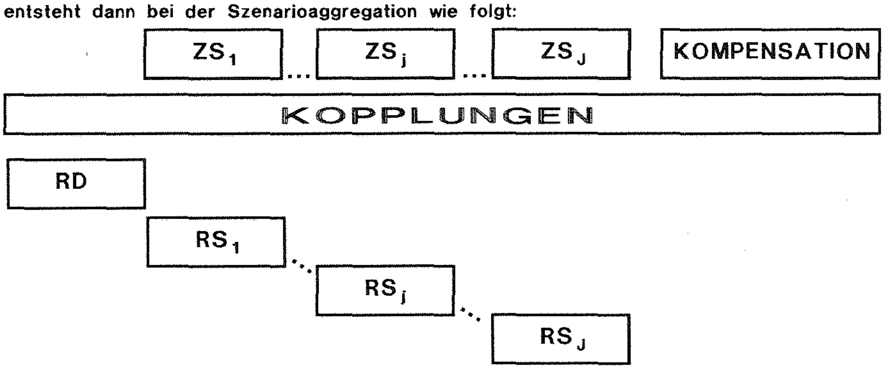


Abb. 5: Die Konstruktion eines stochastischen Entscheidungsmodells aus deterministischen Einzelmodellen am Beispiel der Szenarioaggregation

3.3 Die Fuzzy-Set-Verfahren

Bei der Berücksichtigung der Datenunsicherheit in stochastischen Modellen wird der Begriff des Parameters erweitert, indem anstelle von reellen Zahlen auch Zufallsvariable zugelassen werden. Hierdurch werden indirekt die Begriffe von Zulässigkeit und Optimalität verändert, die mit geeigneten Definitionen angepaßt werden müssen. Die so entstehenden Strukturen eignen sich gut für die Beschreibung „objektiver" Unsicherheiten, wie sie z.B. bei der Prognose von Marktpreisen oder technischen Koeffizienten entstehen. Oft ergeben sich jedoch Unsicherheiten im subjektiven Bereich des Entscheiders, der nicht auf genügend „harte" Weise klären kann, was er unter einer zulässigen oder optimalen Lösung des Problems verstehen will. Hier hat sich die Methode der Fuzzy -Sets bewährt.

Im Modell werden Zulässigkeit und Optimalität über Mengen definiert, denn durch R und Z werden Mengen von vi ausgezeichnet, die gerade als zulässig bzw. optimal betrachtet werden. So wie man die Zufallsvariablen als Erweiterung des Zahlenbegriffs auffassen kann, denn zumindest im diskreten Fall ergeben sich unterschiedliche Zahlen mit mehr oder weniger großer Wahrscheinlichkeit als Repräsentanten, so ist der Fuzzy-Set-Begriff eine Erweiterung des klassischen Mengenbegriffs. Im klassischen Modell ist für jedes Element eindeutig bekannt, ob es zur Menge gehört oder nicht. Bezeichnet man mit 1 die Eigenschaft eines Elements, zur Menge zu gehören, mit 0 das Gegenteil, so beschreibt diese Funktion der potentiellen Elemente die Zugehörigkeit zur in Frage stehenden Menge, z.B. zur Menge der zulässigen Lösungen des Entscheidungsproblems. Diese Zugehörigkeitsfunktion nimmt bei klassischen Mengen nur die Werte 0 und 1 an. Fuzzy-Sets haben eine Zugehörigkeitsfunktion, die beliebige Werte zwischen 0 und 1 annehmen kann, man kann somit ausdrücken, in welchem Ausmaß man jedes Element als der Fuzzy-Menge zugehörig betrachten will. Unterschiedliche Umweltzustände entstehen hier durch den unterschiedlichen Grad, mit dem man bestimmte Elemente als zulässig bzw. optimal betrachtet.

Definition 3: Das Fuzzy-Set-OR-Modell einer Entscheidung

Sei $\{v_i\}_{i\in I}, R, Z$, wie in Definition 1,

$\{(a_k)\}_{k\in K}, \{(b_k)\}_{k\in K}, \{(cm)\}_{m\in M}$ reellwertige Parametervektoren, sei $z_{\max}$ ein vorgegebener, zufriedenstellender Zielfunktionswert, dann wird das Fuzzy-Set-OR-Modell definiert durch:

a) $Z\left[\{(c_m)\}_{m\in M}, \{v_i\}_{i\in I}\right] \underset{F}{\geq} Z_{\max}$

b) $R\left[\{(a_k)\}_{k\in K}, \{v_i\}_{i\in I}\right] \underset{F}{\geq} \{(b_k)\}_{k\in K}$

mit:

c) $Z\left[\{(c_m)\}_{m\in M}, \{v_i\}_{i\in I}\right] \underset{F}{\geq} Z_{\max} := \qquad \mu_{Z_{\max}}\left\{Z\left[\{(c_m)\}_{m\in M}, \{v_i\}_{i\in I}\right]\right\} \overset{!}{=} \max$

d) $R\left[\{(a_k)\}_{k\in K}, \{v_i\}_{i\in I}\right] \underset{F}{\geq} \{(b_k)\}_{k\in K} := \qquad \underset{k\in K}{\Lambda}\, \mu_{(b_k)}\left\{R\left[\{(a_k)\}, \{v_i\}_{i\in I}\right]\right\} \overset{!}{=} \max$

μ zeichnet dabei die Zugehörigkeitsfunktionen, die die optimalen bzw. zulässigen Fuzzy-Set-Mengen definieren, wobei für jede einzelne Restriktion eine Abbildung die Zulässigkeit dieser Restriktion beschreibt. Auch hier können auf die gleiche Weise wie zuvor beim stochastischen Modell rein deterministische Restriktionen integriert werden. Die verschiedenen Umweltzustände w_j gehen indirekt ein, indem über deren Wahrscheinlichkeit bzw. Erwünschtheit m bestimmt wird (43, 44).

Formell ergibt sich somit eine Ähnlichkeit zwischen dem μ der Definition 3 und p aus Definition 2, jedoch werden an m keine entsprechend harten strukturellen Anforderungen gestellt, während p ein σ-additives Maß sein muß, das wesentlich strengere formale Anforderungen an die Definition der Umweltzustände und die Umsetzung der intuitiven Begriffe wie Wahrscheinlichkeit oder Erwünschtheit stellt.

Das in Kapitel 2 dargestellte Problem der Datenunsicherheit bezüglich der Interpretation von Zulässigkeit und Optimalität ergibt sich beim Fuzzy-Set-Modell durch die Frage, was als Lösung des Problems der Definition 3 angesehen werden soll. Eine Interpretation der Nebenbedingungen und der Zielfunktion gemäß der in Kapitel 2 vorgegebenen Weise ist prinzipiell ebenfalls möglich, führt dann in der Regel jedoch zu Modellen, die den stochastischen Vorgehensweisen äquivalent sind, so daß hier nur auf die sogenannte symmetrische Interpretation eingegangen werden soll, weil diese eine elegante Möglichkeit darstellt, die durch den erweiterten Mengenbegriff definierte Problematik in einer speziell angepaßten Weise umzusetzen, und darüber hinaus einen einfachen Weg aufzeigt, Probleme mit mehrfacher Zielsetzung zu bearbeiten.

Definition 4

Die symmetrische Lösung des Fuzzy-Set-OR-Problems

Seien $\{v_i\}_{i\in I}, \mu_{Z_{\max}}, \mu_{(b_k)}$ wie in Definition 3. Dann wird als Lösung des Problems der Definition 3 die Fuzzy-Menge über $\{v_i\}_{i\in I}$ verstanden, deren Zugehörigkeitsfunktion μ_{opt} definiert ist durch:

a) $\mu_{opt}(v_i) := \min\limits_{k\in K}\left(\mu_{(b_k)}\left\{R\left[\{(a_k)\}, v_i\right]\right\}, \mu_{Z_{\max}}\left\{Z\left[\{(c_m)\}_{m\in M}, v_i\right]\right\}\right)$

Die optimale Einzelentscheidung ist dann:

b) $v_{\max} := \max\limits_{i\in I}\left(\mu_{opt}\left(v_i\right)\right)$

Auffällig ist hier zum einen, daß Zielfunktion und Nebenbedingungen völlig gleichartig behandelt werden (daher „symmetrische" Lösung). Jede Restriktion – und die Zielfunktion wird hierbei ebenfalls als eine Restriktion aufgefaßt – wird umgesetzt in die Fuzzy-Menge der Elemente, die diese Restriktion mehr oder weniger gut erfüllen. Die Lösung des Problems ist eine Fuzzy-Menge, die gewissermaßen der Schnitt all dieser Einzelmengen ist, also die Fuzzy-Menge der Elemente, die alle Restriktionen simultan gut erfüllen. Als Einzellösung soll das Element betrachtet werden, das alle Restriktionen simultan am besten erfüllt.

Die Behandlung der Nebenbedingungen folgt hier der Vorgehensweise der Abbildung 3c und ähnelt damit dem „chance-constrained-programming", während die Zielfunktion gemäß Abbildung 4c umgesetzt wird und damit der Optimierung mit Wahrscheinlichkeitsrestriktionen entspricht. Tatsächlich gibt es eine Fülle von Zusammenhängen. Beide Ansätze lassen sich unter bestimmten Bedingungen als äquivalent betrachten (6, 11, 14, 31, 38). Da die Zielfunktion wie eine beliebige Restriktion behandelt wird, ist auch einsichtig, daß mehrere Zielfunktionen problemlos integrierbar sind.

Operational lösbar wird das Fuzzy-Set-Entscheidungsmodell, indem bestimmte Funktionstypen für die μ unterstellt werden. Hierdurch werden äquivalente deterministische Optimierungsmodelle gebildet, mit deren Hilfe die Parameter der Lösungszugehörigkeitsfunktion μ_{opt} ermittelt und daraus die Lösungen abgeleitet werden können (4, 8, 19, 20, 39).

Je nachdem, welche Teile des Gesamtmodells durch Fuzzy-Mengen erklärt werden und welche Zugehörigkeitsfunktionen man wählt, entstehen deterministische Modelle, die in ihrem strukturellen Aufbau dem in Abbildung 4 dargestellten äquivalenten bei stochastischer Interpretation der Datenunsicherheit entsprechen. Dies ist leicht erkennbar, wenn man die Parameter des Modells durch Fuzzy-Zahlen ersetzt sieht (Fuzzy-Zahlen sind Fuzzy-Sets, die diese Zahlen gerade beschreiben).

Setzt man für die Zugehörigkeitsfunktion jeweils nur endlich viele Werte 0 an (für die endlich vielen Zustände w_i), dann haben die Zugehörigkeitsfunktionen für den zulässigen und optimalen Bereich, die hierdurch entstehen, ebenfalls einen endlichen Wertebereich und man findet die schon bei der stochastischen Interpretation der Datenzulässigkeit und Optimalität aufgetauchten Strukturen wieder. Deshalb sind die in Kapitel 2 dargestellten Interpretationen für Zulässigkeit und Optimalität auch auf Fuzzy-Sets-Modelle übertragbar.

4. Die Szenariooptimierung als ein Weg des Übergangs von deterministischen Modellen zu Modellen mit Berücksichtigung der Datenunsicherheit

4.1 Die Motivation der Vorgehensweise

Sowohl die stochastischen Modelle als auch die der Fuzzy-Sets erfordern beim praktischen Einsatz gegenüber der deterministischen Betrachtungsweise vertiefte theoretische Kenntnisse und höheren Aufwand:

- Schon der Begriff der Wahrscheinlichkeit ist hinsichtlich seiner Interpretation für reale ökonomische Probleme schwer zu erfassen (35).
- Die zugehörigen mathematischen Modelle sind in der Regel sehr komplex und erfordern Kenntnisse in weiteren mathematischen Disziplinen (Maßtheorie, Algebra).
- Die zur Beschreibung der Realität im Modell benötigten Daten sind „theoriebeladener" und aufwendiger zu erheben als im deterministischen Fall.
- Die sich ergebende Wahlfreiheit in bezug auf die Begriffe der Zulässigkeit (siehe Abbildung 3) und Optimalität (siehe Abbildung 4) schon vor der Modellbildung und Datenerfassung ist eine zusätzliche Hürde, jedenfalls wenn das praktische Verständnis der Anwender erst beim Einsatz der mathematischen Modelle für reale Probleme wächst.
- Die entstehenden Modelle sind oft allein auf Grund ihrer Größe und Komplexität (siehe Abbildung 5) sowie des verwendeten Funktionstyps in Zielfunktion und Nebenbedingungen nicht mehr numerisch lösbar. Die hier im Wesentlichen auf Basis stochastischer Modelle abgeleitete Argumentation läßt sich auf Fuzzy-Sets-Modelle übertragen. Eine solche Übertragung ist auch für den im folgenden beschriebenen Vorschlag

zur Milderung dieser Probleme möglich, der jedoch wegen der zur Zeit größeren praktischen Relevanz der stochastischen Modelle allein in Bezugnahme auf diese formuliert werden soll.

4.2 Das Modell des Szenariooptimierung

Die Idee der von Dembo (9) entwickelten Methodik besteht in der Nutzung der in der Praxis weit verbreiteten Beschreibung der Datenunsicherheit durch verschiedene Szenarien, indem aufbauend auf den Lösungen der den einzelnen Szenarien zuordnenbaren deterministischen Modelle in einem zweiten Schritt durch Lösung eines Koordinierungsmodells ein Vorschlag für das gesamte Problem gefunden wird, der je nach Ausgestaltung des Koordinationsmodells als Ergebnis einer begründeten Heuristik oder auch als äquivalent zu verschiedenen Ansätzen der stochastischen Optimierung angesehen werden kann. Die Grundlagen der Entwicklung eines Koordinationsmodells bilden dabei die Wahl eines dem realen Problem und den Wünschen des Entscheiders angepaßten Begriffs der Zulässigkeit (siehe Abbildung 2) und Optimalität (siehe Abbildung 3). Hierbei werden Kenntnisse tieferliegender mathematischer Theorien nur in dem Maße benötigt, wie der Anspruch besteht, daß die Ergebnisse des Koordinationsmodells mehr sein sollen als eine intelligente Durchschnittsbildung aus den Ergebnissen der einzelnen Szenariooptimierungen. Dies macht einen fließenden Übergang von einer deterministischen zu einer stochastischen Betrachtungsweise der Realität möglich.

Definition 5

Das Modell der Szenario-Optimierung

Seien $\{v_i\}_{i\in I}, \{w_j\}_{j\in J}, \{(ad_k)\}_{k\in K}, \{(bd_k)\}_{k\in K}$, ZS, RD, RS wie in Def. 2, J endlich.

Seien $\{(as_{lj})\}_{l\in L, j=1...J}, \{(bs_{lj})\}_{l\in L, j=1...J}, \{p_j\}_{j=1...J}$ entsprechend der Definition 2 die Realisationen der Zufallsvariablen bzw. Wahrscheinlichkeiten des Modells. Gegeben ist dann das Problem:

a) $$ZS\left[\{(cs_{mj})\}_{m\in M, j=1...J}, \{v_i\}_{i\in I}\right] \overset{!}{=} \max$$
$$\cong ZS\left[\{\hat{c}s_m\}_{m\in M}, \{v_i\}_{i\in I}\right] \overset{!}{=} \max$$

b) $$RD\left[\{(ad_k)\}_{k\in K}, \{v_i\}_{i\in I}\right] = \{(bd_k)\}_{k\in K}$$

c) $$\bigwedge_{j=1}^{J} RS\left[\{(as_{lj})\}_{l\in L}, \{v_i\}_{i\in I}\right] = \{(bs_{lj})\}_{l\in L}$$
$$\cong RS\left[\{\hat{a}s_l\}_{l\in L}, \{v_i\}_{i\in I}\right] = \{\hat{b}s_l\}_{l\in L}$$

Dann wird für jeden Umweltzustand $w_{\bar{j}} \in \{w_j\}_{j=1...J}$ ein deterministisches Problem definiert:

Stufe 1:

d) $$\bigwedge_{j=1}^{J} \quad ZS\left[\left\{(cs_{m\bar{j}})\right\}_{m\in M}, \left\{v_i\right\}_{i\in I}\right] \stackrel{!}{=} \max$$

e) $$RD\left[\left\{(ad_k)\right\}_{k\in K}, \left\{v_i\right\}_{i\in I}\right] = \left\{(bd_k)\right\}_{k\in K}$$

f) $$RS\left[\left\{(as_{l\bar{j}})\right\}_{l\in L}, \left\{v_i\right\}_{i\in I}\right] = \left\{(bs_{l\bar{j}})\right\}_{l\in L}$$

mit Lösungen:

g) $$\bigwedge_{j=1}^{J} (\bar{v}_i)_{\bar{j}}$$

Mit Hilfe dieser Lösungen wird ein Koordinierungsmodell definiert:

Stufe 2:

h)
$$\sum_{\bar{j}=1}^{J} p_{\bar{j}} \cdot \left\{N1_{\bar{j}}\left[\left\{(\bar{v}_i)_{\bar{j}}\right\}_{i\in I} - \left\{v_i\right\}_{i\in I}\right] + N2_{\bar{j}}\left[RS\left[\left\{(as_{l\bar{j}})\right\}_{l\in L}, \left\{v_i\right\}_{i\in I}\right] - \left\{(bs_{l\bar{j}})\right\}_{l\in L}\right]\right\} \stackrel{!}{=} \min$$

i) $$RD\left[\left\{(ad_k)_{k\in K}, \left\{v_i\right\}_{i\in I}\right] = \left\{(bd_k)\right\}_{k\in K}$$

Hierbei haben die $N1_j$ und $N2_j$ die Funktion von Normen, d.h., sie messen den Abstand (im ersten Fall der Lösung insgesamt von den Lösungen der Teilprobleme, im zweiten Fall den von einer zulässigen Lösung, also die Verletzung der Nebenbedingung).

Im Koordinierungsmodell der zweiten Stufe wird eine Lösung gesucht, die die deterministischen Nebenbedingungen erfüllt, die stochastischen Nebenbedingungen möglichst wenig verletzt und in gewisser Weise bezüglich jedes einzelnen Szenarios möglichst nahe bei der optimalen Lösung dieses Einzelproblems liegt, wobei die Abstände jeweils in den Dimensionen der Einzelprobleme gemessen, mit der Wahrscheinlichkeit des Eintreffens des jeweiligen Szenarios gewichtet und danach addiert werden.

Die Struktur dieses Modells gibt noch einmal die Abbildung 6 wieder.

4.3 Die Szenariooptimierung als Weg zum praktischen Einsatz von Modellen

Die Funktionsweise des Gesamtverfahrens und die formale Qualität des Ergebnisses der Szenariooptimierung werden bestimmt durch die Wahl der Zielfunktion des Koordinierungsmodells und der dort verwendeten Nebenbedingungen. Hier sind je nach Ausgangslage intelligente Formen des Ausgleichs zwischen den Ergebnissen der Einzel-

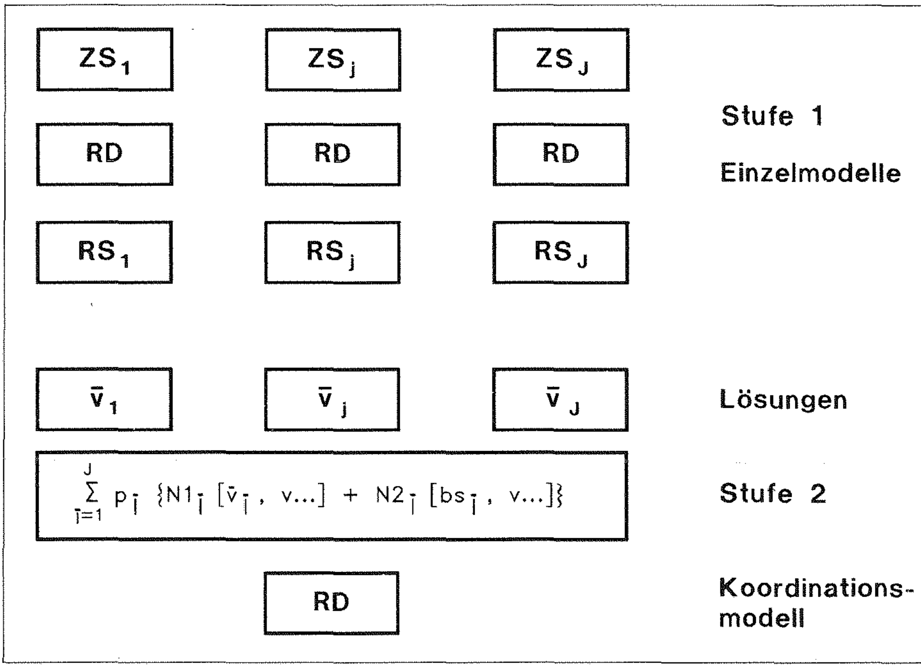


Abb. 6: Die Struktur der Szenariooptimierung

modelle bis zur Ausgestaltung eines formal korrekten Modells der stochastischen Optimierung in unterschiedlicher Form denkbar, wobei auch über den Rahmen der Definition 5 hinausgehende Umsetzungen möglich sind. Zum Leitfaden wird hier neben den praktischen Problemen und den allgemeinen Vorstellungen des Entscheiders insbesondere die Festlegung auf einen Zulässigkeits- (siehe Abbildung 3) und Optimalitätsbegriff (siehe Abbildung 4). In dieser Arbeit soll der Weg zu einem Modell der stochastischen Optimierung mit Strafkosten und risikoneutralem Entscheider (entsprechend Abbildung 3b und 4c) skizziert werden, weil Strafkosten in vielen ökonomischen Problemen den relativ geeignetsten Weg zur Berücksichtigung stochastischer Unzulässigkeiten darstellen und mangels besserer Information dem Entscheider oft Risikoneutralität unterstellt wird. Zur Definition der Zulässigkeit werden die Nebenbedingungen der deterministischen Restriktionen im Modell berücksichtigt. Wählt man dann für die Funktionen in $N2_j$ die Strafkosten bei Verletzung der Nebenbedingungen des jeweiligen Einzelmodells, so wird deutlich, daß hier äquivalent zum stochastischen Modell eine Berücksichtigung der Nebenbedingungen stattfindet. Die Bedeutung des ersten Teils der Zielfunktion wird klar, wenn man $N1_j$ wählt:

$$\bigwedge_{j=1}^{J} N1_{\bar{j}}\left[\left\{(\bar{v}_i)_{\bar{j}}\right\}_{i\in I}-\left\{v_i\right\}_{i\in I}\right]:=\left|ZS\left[\left\{(cs_{m\bar{j}})\right\}_{m\in M},\left\{(\bar{v}_i)_{\bar{j}}\right\}_{i\in I}\right]-ZS\left[\left\{(cs_{m\bar{j}})\right\}_{m\in M},\left\{v_i\right\}_{i\in I}\right]\right|$$

Die Minimierung der mit Wahrscheinlichkeiten gewichteten summierten Abstände von den Zielfunktionswerten der Einzeloptima entspricht der Maximierung der gewichteten Summen der Zielfunktionswerte. Dies wird deutlich, wenn man berücksichtigt, daß in der

Regel die Einzeloptima für das Einzelproblem einen besseren Zielfunktionswert haben als das Gesamtoptimum. Durch Auflösung der Betragungszeichen und Umkehrung der Vorzeichen wird aus der Minimierung eine Maximierung, wobei die jeweils ersten Terme nicht von den Variablen vi abhängig sind und somit für das Ergebnis der Optimierung ohne Bedeutung bleiben. Im zweiten Term steht dann gerade die zu maximierende ursprüngliche Zielfunktion, während durch N2 die Strafkosten ausgedrückt werden. Einen formalen Beweis findet man für den linearen Fall in (9). Wegen der notwendigen vertieften Kenntnisse alternativer Modellformen der stochastischen Optimierung wird hier auf einen solchen Beweis verzichtet. Es soll festgehalten werden, daß im ersten Schritt rein deterministische Modelle zu lösen sind, und auch im zweiten Schritt des Koordinierungsmodells kann eine stochastische Begrifflichkeit umgangen werden, wenn z. B. im Rahmen einer heuristischen Interpretation die p_j als Gewichte bezüglich der Bedeutung der Szenarien verstanden werden.

5. Die Anwendung der Szenariooptimierung auf die kurzfristige Produktionsprogrammplanung für Molkereien

5.1 Das Beispiel

Wie zuvor dargestellt, ist die konkrete Ausgestaltung eines Modells auf Basis der Szenariooptimierung stark problemabhängig, so daß keine Möglichkeit besteht, eine auf alle denkbaren Fälle abgestimmte Modellierungsvorschrift anzugeben. Um aber das Prinzip der Vorgehensweise deutlich zu machen, soll beispielhaft die Problematik der kurzfristigen Produktionsprogrammoptimierung einer Molkerei behandelt werden. Dieses Beispiel bietet sich aus mehreren Gründen als Demonstrationsobjekt an:

- Absatzerwartungen (Mengen- und Preiskomponente) sind die wichtigsten Bereiche, die Datenunsicherheit in ökonomischen Planungsproblemen produzieren. Sie sind ein zentraler Einflußfaktor bei der Produktionsprogrammplanung, so daß für diese Fragestellung die explizite Berücksichtigung der Datenunsicherheit vordringlich ist.
- Die lineare Struktur des deterministischen Planungsproblems zur kurzfristigen Produktionsprogrammplanung verhindert eine zusätzliche Belastung der Darstellung durch komplexe mathematische Fragen schon in deterministischen Grundmodell.
- Die für die Bearbeitung des deterministischen Problems benötigten Daten liegen im Informationssystem des Unternehmens in der Regel vor, so daß auch in diesem Bereich keine zusätzlichen Probleme von der Verfahrensdarstellung ablenken.
- Die zur Lösung des deterministischen Problems benötigte Software ist leistungsfähig und kommerziell verfügbar.
- Für die kurzfristige Produktionsprogrammplanung ist der Einsatz mathematischer Modelle schon in einem solchen Ausmaß in der Literatur vorgestellt worden, daß die Kenntnis über deterministische Modelle in diesem Bereich eher als in anderen vorausgesetzt werden kann. Dies ermöglicht eine Konzentration auf die Probleme der Datenunsicherheit.

Das Modell der Szenariooptimierung wird auf ein Beispiel von Drews (10) angewendet, wobei auf die Entwicklung des deterministischen Modells nicht näher eingegangen wird. Zur Entwicklung solcher Modelle und der allgemeinen Methodik des Einsatzes mathematischer Modelle zur ökonomischen Planung vergleiche man auch (23).

Das Beispiel behandelt die wöchentliche Produktionsprogrammplanung einer Molkereibetriebsstätte mit Kapazitäten zur Herstellung von neun Produkten. Diese Kapazitäten werden als kurzfristig unveränderbar angesehen, ebenso wie die Rohstoffanliefermengen. Das Planungsziel ist die Maximierung des DB 1 des Produktions-

Definition 6
Das Produktionsprogrammplanungsproblem der Beispielsmolkerei

Produkt	DB 1	Kapazitäts-beschränkung Butter	Kapazitäts-beschränkung Käse	Kapazitäts-beschränkung Molkenpulver	Kapazitäts-beschränkung Vollmilchpulver	Rohstoff-beschränkung Fett	Rohstoff-beschränkung Nichtfett	Absatz-beschränkung Butter	Absatz-beschränkung H-Milch 3,5%	Absatz-beschränkung H-Milch 1,5%	Absatz-beschränkung Vollmilchpulver
Butter 25 kg/ Buttermilch (v_1)	8,136 (cs_{11})	1 (ad_{11})				0,842 (ad_{51})	1,372 (ad_{61})				
Butter 250 g/ Buttermilch (v_2)	8,422 (cs_{21})	1 (ad_{12})				0,842 (ad_{52})	1,372 (ad_{62})	1 (as_{121})			
H-Milch 3,5 % (v_3)	0,635 (cs_{31})					0,0357 (ad_{53})	0,9743 (ad_{63})		1 (as_{231})		
H-Milch 1,5 % (v_4)	0,565 (cs_{41})					0,0156 (ad_{54})	0,9944 (ad_{64})			1 (as_{341})	
Edamer/ Molkenpulver (v_5)	5,755 (cs_{51})		1 (ad_{25})	0,55 (ad_{35})		0,235 (ad_{55})	9,765 (ad_{65})				
Edamer/ Molke (v_6)	5,593 (cs_{61})		1 (cs_{26})			0,235 (ad_{56})	9,765 (ad_{66})				
Vollmilch-pulver (v_7)	4,860 (cs_{71})				1,7 (ad_{47})	0,264 (ad_{57})	8,536 (ad_{67})				1 (as_{471})
Magermilch-pulver (v_8)	3,035 (cs_{81})				1,9 (ad_{48})	0,005 (ad_{58})	10,995 (ad_{68})				
Magermilch-rückgabe (v_9)	0,263 (cs_{91})						1 (ad_{69})				
Begrenzung		144000 (bd_{10})	65000 (bd_{20})	123000 (bd_{30})	554400 (bd_{40})	133000 (bd_{50})	3667000 (bd_{60})	10000 (bs_{101})	100000 (bs_{201})	200000 (bs_{301})	50000 (bs_{401})

Definition 7

Alternative Szenarien zur Produktionsprogrammplanung der Beispielsmolkerei

Produkt	DB 1	Absatzbeschränkung Butter	Absatzbeschränkung H-Milch 3,5%	Absatzbeschränkung H-Milch 1,5%	Absatzbeschränkung Vollmilchpulver
Butter 25 kg/ Buttermilch (v_1)	9 (cs_{12})				
Butter 250 g/ Buttermilch (v_2)	8 (cs_{22})	1 (as_{122})			
H-Milch 3,5 % (v_3)	0,7 (cs_{32})		1 (as_{232})		
H-Milch 1,5 % (v_4)	0,5 (cs_{42})			1 (as_{342})	
Edamer/ Molkenpulver (v_5)	6 (cs_{52})				
Edamer/ Molke (v_6)	5 (cs_{62})				
Vollmilch-pulver (v_7)	5 (cs_{72})				1 (as_{472})
Magermilch-pulver (v_8)	2 (cs_{82})				
Magermilch-rückgabe (v_9)	0,3 (cs_{92})				
Begrenzung		8000 (bs_{102})	120000 (bs_{202})	180000 (bs_{302})	55000 (bs_{402})
Szenario 3					
Butter 25 kg/ Buttermilch (v_1)	8 (cs_{13})				
Butter 250 g/ Buttermilch (v_2)	9 (cs_{23})	1 (as_{123})			
H-Milch 3,5 % (v_3)	0,6 (cs_{33})		1 (as_{233})		
H-Milch 1,5 % (v_4)	0,6 (cs_{43})			1 (as_{343})	
Edamer/ Molkenpulver (v_5)	5 (cs_{53})				
Edamer/ Molke (v_6)	6 (cs_{63})				
Vollmilch-pulver (v_7)	4 (cs_{73})				1 (as_{473})
Magermilch-pulver (v_8)	4 (cs_{83})				
Magermilch-rückgabe (v_9)	0,2 (cs_{93})				
Begrenzung		12000 (bs_{103})	80000 (bs_{203})	220000 (bs_{303})	45000 (bs_{403})

programms unter Berücksichtigung der Rohstoff-, Kapazitäts- und Absatzbeschränkungen.

Die Angaben wurden aus (10) übernommen und so strukturiert, daß das in Definition 5 dargestellte Modell leicht übertragbar ist. Die in Klammern angegebenen Bezeichnungen entsprechen den in Definition 5 verwendeten und werden im folgenden zur formalen Darstellung des Modells benutzt.

Die Produktions-, Kapazitäts- und Rohstoffdaten werden als gegeben betrachtet. Die den Deckungsbeiträgen zugrunde liegenden Preise und die Absatzmengen jedoch mögen nur eine denkbare Entwicklung die Zukunft beschreiben. Dies sei das Szenario 1, daneben werden für cs, as, bs noch zwei weitere Szenarien in Betracht gezogen: (Definition 7).

Die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreffen der Szenarien werden geschätzt mit p_1 = 0,5, p_2 = 0,3, p_3 = 0,2. Die Preis- und Mengenangaben, die den Szenarien 2 und 3 zugrunde liegen, entstehen, genau wie im deterministischen Fall für das Szenario 1, z. B. über unterschiedliche Prognosen auf Basis von Annahmen über die Entwicklung kausaler Einflußfaktoren (Konkurrenzverhalten, Politik, Wetter, ...) oder als subjektive Voraussagen verschiedener Fachleute. Die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten der Szenarien können hier als subjektive Annahmen betrachtet werden. Auf die Methodik zur Schätzung solcher Wahrscheinlichkeiten wird in Kapitel 6 kurz eingegangen.

5.2 Das Modell

Um das dargestellte Problem der kurzfristigen Produktionsprogrammplanung der Beispielsmolkerei in ein Modell der Szenariooptimierung zu überführen sind noch drei Fragen zu klären:

- Für jedes Szenario ist ein deterministisches Modell der mathematischen Optimierung zu bestimmen.
- Es ist festzulegen, welche Funktionen $N1_j$ die Abweichungen der Lösung v von den Lösungen v_j der Einzelszenariomodelle im Koordinierungsmodell der Definition 5b messen sollen.
- Es muß bestimmt werden, welche Funktionen $N2_j$ die Verletzungen der stochastischen Nebenbedingungen im Koordinationsmodell bewerten.

Zur Lösung des ersten Problems muß nur das in (10) formulierte Modell der linearen Optimierung auf die Szenarien übertragen werden.

Die Lösung der zweiten Frage ergibt sich auf natürliche Weise, wenn man einen risikoneutralen Entscheider unterstellt. Gemäß der Abbildung 4c ist der Erwartungswert der Nutzenfunktion, hier also des DB1, zu maximieren (17):

$$\bigwedge_{j=1}^{3} \mathrm{N1}_j \left[\left\{(\bar{v}_i)_j\right\}_{i\in I} - \left\{v_i\right\}_{i\in I}\right] := \sum_{i=1}^{9} cs_{ij} \cdot (\bar{v}_{ij} - v_{ij})$$

Hinsichtlich der Verletzung der Nebenbedingungen soll unterstellt werden, daß Mehrproduktion durch Lagerung und/oder zu verminderten Preisen verwertet werden kann, ohne das andere Aktivitäten des Unternehmens beeinflußt werden. Diese Produkte erzielen jedoch wegen der mit diesen Aktivitäten verbunden Kosten bzw. der notwendigen Preisnachlässe nur den halben Deckungsbeitrag. Dies ergibt für $N2_j$:

$$\bigwedge_{j=1}^{3} \mathrm{N}2_j \left[RS\left[\left\{\left(as_{lj}\right)\right\}_{l\in L}, \left\{v_i\right\}_{i\in I}\right] - \left\{\left(bs_{lj}\right)\right\}_{l\in L}\right] := \sum_{i=1}^{9} \frac{1}{2} \cdot cs_{ij} \cdot \left[\sum_{l=1}^{4} \left\| as_{lij} \cdot v_i - bs_{l0j} \right\|_{\geq 0} \right]$$

wobei $\| \, \|_{\geq 0}$ für positive Werte gerade den Betrag, für negative Werte 0 annimmt.

Es ist darauf zu achten, daß die Kosten der Verletzung der stochastischen Nebenbedingungen so hoch sind, daß im deterministischen Fall eine solche Produktionsalternative nicht in das optimale Programm eingeht, andernfalls wäre sie schon im Modell des deterministischen Problems zu berücksichtigen.

Auf Basis dieser Entscheidungen kann das Szenariooptimierungsmodell der kurzfristigen Produktionsprogrammplanung entsprechend der Definition 5 formuliert werden.

Definition 8

Das Szenariooptimierungsmodell der kurzfristigen Produktionsprogrammplanung der Beispielsmolkerei

Seien i = 1 ...9 die Produkte gemäß Definition 6, j = 1 ... 3 die Szenarien gemäß Definition 6 und 7, k = 1 ... 5 die deterministische Restriktion gemäß Definition 6 und l = 1 ... 4 die stochastischen Restriktionen gemäß Definition 6 und 7, seien $v_i, cs_{ij}, ad_{ki}, bd_{k0}, as_{lij}, bs_{l0j}, p_j$ wie in Definition 6 und 7. Dann läßt sich das Problem der Produktionsprogrammplanung mit unsicheren Daten gemäß Definition 5 formulieren:

a) Stufe 1:

$$\bigwedge_{j=1}^{3} \quad Z_j := \sum_{i=1}^{9} cs_{ij} \cdot v_i \overset{!}{=} \max$$

$$\bigwedge_{k=1}^{5} AD_k := \sum_{i=1}^{9} ad_{ki} \cdot v_i \leq bd_{k0}$$

$$\bigwedge_{l=1}^{4} AS_{lj} := \sum_{i=1}^{9} as_{lij} \cdot v_i \leq bs_{l0j}$$

mit Lösungen $(\bar{v}_{ij})_{i=1..9}$

b) Stufe 2:

$$Z := \sum_{j=1}^{3} p_j \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{9} cs_{ij} \cdot (\bar{v}_{ij} - v_i) + \sum_{i=1}^{9} \frac{1}{2} \cdot cs_{ij} \cdot \left\| as_{lij} \cdot v_i - bs_{l0j} \right\|_{\geq 0} \right\} \overset{!}{=} \min$$

$$\bigwedge_{k=1}^{5} AD_k := \sum_{i=1}^{9} ad_{ki} \cdot v_i \leq bd_{k0}$$

Alle in Definition 6 und 7 nicht erwähnten Parameter sind hier 0, und $\| \|_{\geq 0}$ bezeichnet die zuvor definierte Normfunktion.

Im ersten Schritt wird für jedes Szenario getrennt das Produktionsprogramm ermittelt, das optimal durchzuführen wäre, wenn dieses Szenario einträte. Ausgehend von diesen Lösungen wird im zweiten Schritt ein Programm gesucht, daß für alle Szenarien bezüglich der jeweiligen Zielfunktion möglichst wenig vom einzeloptimalen Produktionsprogramm abweicht und darüber hinaus möglichst geringe Kosten aufgrund der Verletzung der Nebenbedingung verursacht. Während bei der klassischen stochastischen Optimierung der Erwartungswert der Deckungsbeiträge maximiert wird, also gewissermaßen ein möglichst großer Abstand vom schlechtestdenkbaren Ergebnis zu suchen ist, wird hier die Meßlatte verschoben und ein möglichst geringer Abstand von (unerreichbaren) Ergebnissen bei Abwesenheit der Datenunsicherheit ermittelt. Wie zuvor gezeigt, führen beide Wege zum gleichen Ergebnis.

5.3 Die algorithmische Umsetzung

Ein wesentliches Problem bei der Berücksichtigung der Datenunsicherheit in mathematischen Planungsmodellen entsteht durch die im Vergleich zum entsprechenden deterministischen Modell zunehmende mathematische Komplexität. Zwar müssen bei der hier vorgestellten Szenariooptimierung in der ersten Stufe nur deterministische Probleme der linearen Optimierung gelöst werden, so daß lediglich quantitative, aber keine qualitativen Veränderungen durch die Einbeziehung der Datenunsicherheit auftreten. Das Koordinationsproblem der zweiten Stufe verfügt bei linearen Nebenbedingungen jedoch über eine Zielfunktion, die der Methodik der linearen Optimierung nicht direkt zugänglich ist. Die Funktion $\| \|_{\geq 0}$, die für die Berücksichtigung der Strafkosten bei Verletzung stochastischer Nebenbedingungen verwendet wird, ist wegen der unterschiedlichen Behandlung positiver und negativer Abweichungen nicht direkt in einem Problem der linearen Optimierung nutzbar.

Eine algorithmische Umsetzung der bei stochastischen Optimierungsmodellen auftretenden Funktionen (diese Problematik ergibt sich nicht aus der Szenariooptimierung, das entsprechende Modell der stochastischen Optimierung mit Kompensation benötigt die gleiche Funktion $\| \|_{\geq 0}$) ist prinzipiell auf unterschiedlichen Wegen möglich. Im allgemeinen ist es notwendig, nichtlineare Verfahren einzusetzen oder linear zu approximieren (28), jedoch kann mit Hilfe eines Verfahrens der gemischt-ganzzahligen Optimierung das Kompensationsmodell aus Definition 8b gelöst werden.

Die Problematik liegt im Kern darin, daß für jede Variable v_i der potentielle Lösungsraum durch die v_{ij} und die bs_{l0j} in Abschnitte dergestalt zerlegt wird, daß der Zielfunktionsbeitrag der v_i im Koordinierungsmodell von der Lage von v_i in einem der Abschnitte und vom Abstand zu den Punkten v_{ij} und bs_{l0j} abhängt. Dies kann durch die Einführung zusätzlicher 0/1-Variablen, sowie der sie inhaltlich definierenden Restriktionen dargestellt werden.

Damit kann F als lineare Funktion der vd_{pq} (und von vs_0, falls v=0) beschrieben werden. Diese Struktur wird nun verwendet um das Problem aus Definition 8b umzuformen. Zuerst werden die Probleme aus Definition 8a gelöst, die Lösung v_{ij} und die bs_{l0j} werden der Größe nach geordnet und bilden (gegebenenfalls zusammen mit 0) die Punktmenge $\{b_p\}$ der Abbildung 7. Für jedes v_i werden gemäß Abbildung 7 vs_{pi}, vt_{qi} und vd_{pqi} eingeführt.

Sei v eine reelle Variable, seinen reelle Zahlen $0 = b_1 < \ldots < b_p < \ldots < b_P$ gegeben und sei F eine lineare Funktion von $(v - b_1), \ldots, (v - b_P)$,
$\|v - b_1\|_{\geq 0}, \ldots, \|v - b_P\|_{\geq 0}$. Definiere:

$\Lambda_{p=0}^{P} vs_p$ **0/1 Variable**

$\Lambda_{p=1}^{P} vt_q$ **kontinuierliche Variable**

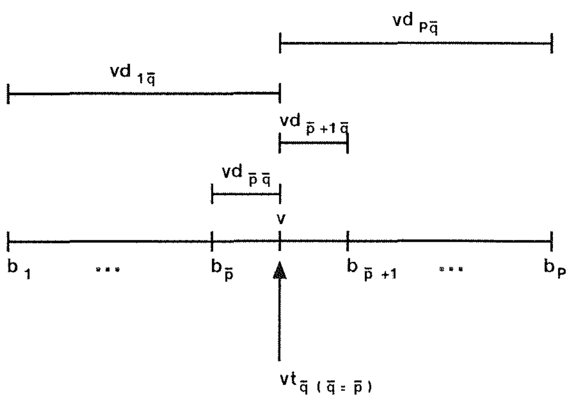
$\Lambda_{p=0}^{P} \Lambda_{q=1}^{P} vd_{pq}$ **kontinuierliche Variable**

$AN_1: \sum_{p=o}^{P} vs_p = 1$ **v liegt in genau einem Abschnitt oder ist 0 (falls $vs_0=1$)**

$$\left.\begin{array}{l} AN_2 : \sum_{q=1}^{P} vt_q - v = 0 \\ \Lambda_{p=1}^{P} AN_{3p} : b_{p-1} \cdot vs_p - vt_p \leq 0 \\ \Lambda_{p=1}^{P} AN_{4p} : b_p \cdot vs_p - vt_p \geq 0 \end{array}\right\}$$ **v = vt_q für ein q, $vt_q = 0$, falls v ♣ $(b_q, b_{q+1}]$**

$\Lambda_{p=1}^{P} \Lambda_{q=1}^{P} AN_{5pq} : vt_q - b_p \cdot vs_p + \pm_{p,q} \cdot vd_{pq} = 0$ **$vd_{pq} = \| b_p - v \|$ für $v = vt_q$**

mit $\pm_{p,q} := \left.\begin{array}{l} +1 falls\ q \leq p \\ -1 falls\ q \geq p \end{array}\right\}$



$$vs_{\bar{p}} = 1, \quad \Lambda_{p \neq p} vs_p = 0, \quad \Lambda_{q \neq q} vt_q = 0, \quad \Lambda_{p=1}^{P} \Lambda_{q \neq q} vd_{pq} = 0$$

Abb. 7: Die Umsetzung der $\| \, \|_{\geq 0}$ Funktion in eine gemischt-ganzzahlige Struktur

Definition 9

Das Koordinationsmodell der Szenariooptimierung zur kurzfristigen Produktionsprogrammplanung der Beispielsmolkerei als Problem der gemischt-ganzzahligen- Optimierung

Gegeben seien die Festlegungen aus Definition 8 und Abbildung 7, dann ist das Problem aus Definition 8b äquivalent zu:

a) $\hat{Z}: \sum_{i=1}^{9} cs_{0i} \cdot vs_{0i} + \sum_{i=1}^{9} \sum_{p=1}^{P_i} \sum_{q=1}^{P_i} csd_{pqi} \cdot vd_{pqi} \stackrel{!}{=} \min$

$\bigwedge_{k=1}^{5} AD_k: \quad \sum_{i=1}^{9} ad_{ki} \cdot v_i \leq bd_{k0}$

$\bigwedge_{i=1}^{9} AN_{1i}: \quad \sum_{p=0}^{P_i} vs_{pi} = 1$

$\bigwedge_{i=1}^{9} AN_{2i}: \quad \sum_{q=1}^{P_i} vt_{qi} - v_i = 0$

$\bigwedge_{i=1}^{9} \bigwedge_{p=1}^{P_i} AN_{3pi}: \quad b_{p-1i} \cdot vs_{pi} - vt_{pi} \leq 0$

$\bigwedge_{i=1}^{9} \bigwedge_{p=1}^{P_i} AN_{4pi}: \quad b_{pi} \cdot vs_{pi} - vt_{pi} \geq 0$

$\bigwedge_{i=1}^{9} \bigwedge_{p=1}^{P_i} \bigwedge_{q=1}^{P_i} AN_{5pqi}: \quad vt_{qi} - b_{pi} \cdot vs_{pi} + \underset{p,q}{\pm} \cdot vd_{pqi} = 0$

mit $P_i \leq 2 \cdot J + 1(=7)$

Die genaue Größe von P_i hängt davon ab, wie viele der verschiedenen Lösungen und/oder Obergrenzen numerisch zusammenfallen. Da wegen der linearen Struktur die Lösungen auf dem Rand des zulässigen Gebietes liegen, ist ein Zusammenfallen von Lösungen und zugehörigen Begrenzungen nicht unwahrscheinlich. Es gilt:

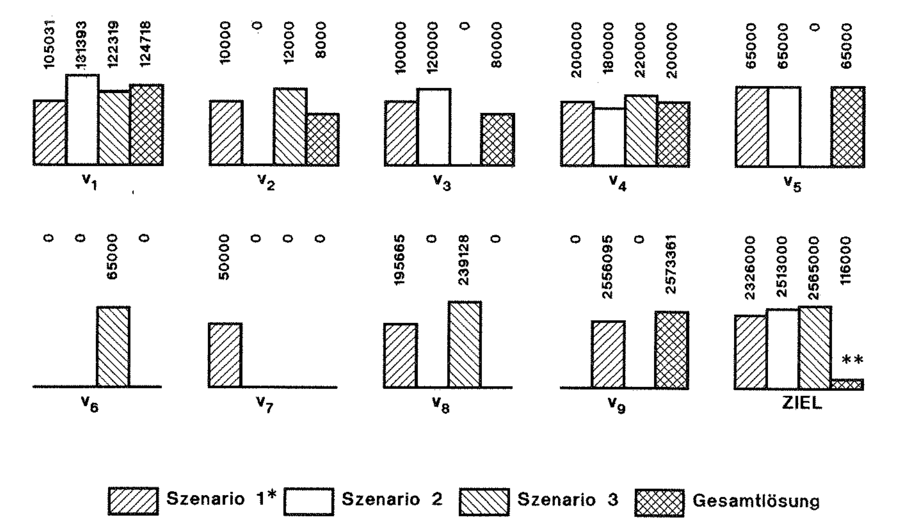
b) $cs_{0i} := \quad \sum_{j=1}^{3} p_j \cdot cs_{ij} \cdot \bar{v}_{ij}$

$$csd_{pqi} := \begin{cases} p_j \cdot cs_{ij} & \text{falls } b_p = \bar{v}_{ij} \text{ und } q < p \\ -p_j \cdot cs_{ij} & \text{falls } b_p = \bar{v}_{ij} \text{ und } q \geq p \\ 0 & \text{falls } b_p = bs_{l0j} \text{ und } q < p \\ -\frac{1}{2} \cdot p_j \cdot cs_{ij} & \text{falls } b_p = bs_{l0j} \text{ und } q \geq p \end{cases}$$

Sollten mehrere Lösungen und/oder Begrenzungen numerisch zusammenfallen, so ergibt sich der gesuchte Koeffizientensatz als Summe der durch die Definition zuordnenbaren Einzelkoeffizienten. Für $b_1 = 0$ kann die Definition der vsd_{1qi} entfallen, weil sie mit den vt_{1i} identisch sind.

5.4 Das optimale Produktionsprogramm der Beispielsmolkerei unter Berücksichtigung der Datenunsicherheit

Das entsprechend den Definitionen 7 und 9 formulierte Problem läßt sich mit Standardsoftware zur deterministischen gemischt-ganzzahligen Optimierung (näheres dazu in Kapitel 6) lösen. Die Ergebnisse der ersten Stufe beschreiben das jeweils optimale Produktionsprogramm, falls dieses Szenario eintritt. Die Gesamtlösung gibt an, was der Entscheider unter Berücksichtigung der Datenunsicherheit tun sollte.



*) Die Abweichung der Lösung des Szenarios 1 zu der in (10) genannten ergibt sich, weil mit Hilfe der größeren numerischen Genauigkeit der EDV nachgewiesen werden kann, daß die in (10) genannte Lösung wegen überhöhten Rohstoffbedarfs unzulässig ist.

**)Der Zielfunktionswert des Koordinierungsproblems kann als Verlust interpretiert werden, der notwendigerweise im Durchschnitt in Kauf genommen werden muß, weil nicht bekannt ist, welches Szenario tatsächlich eintritt.

Abb. 8: Die optimalen Produktionsprogramme der Beispielsmolkerei für die drei Szenarien und unter Berücksichtigung der Datenunsicherheit

Um die relative Vorteilhaftigkeit der expliziten Berücksichtigung der Datenunsicherheit zu untersuchen, kann man den Erwartungswert des Deckungsbeitrags dieser Lösung mit dem vergleichen, der sich erreichen ließe, wenn man keine Datenunsicherheit berücksichtigen würde. In diesem Fall würde ein Planer von nur einer Zukunftssituation ausgehen und das bei dieser Situation optimale Produktionsprogramm auch durchführen. Tritt die erwartete Zukunft ein, so ist diese Lösung optimal, im Durchschnitt jedoch erleidet man hierdurch gegenüber der Nutzung der Ergebnisse der stochastischen Optimierung Verluste.

Selbst in diesem einfach strukturierten Beispiel, in dem nur drei Alternativszenarien erwartet werden und eines hiervon mit der Wahrscheinlichkeit 0,5, entsteht eine Verbesserung des DB1 um DM 6.000 bei Verwendung der Szenariooptimierung gegenüber der besten deterministischen Strategie, wobei bei einer deterministischen Planung nicht einmal erkennbar wäre, welche deterministische Strategie die Beste ist.

Wird im Rahmen der deterministischen Einzelmodelle für die Szenarien die Möglichkeit zugelassen, die jeweiligen stochastischen Bedingungen bei Inkaufnahme der Strafkosten zu verletzen, wird deutlich, daß es bei Kenntnis der zukünftigen Entwicklung nicht sinnvoll ist, mehr zu produzieren als abzusetzen, so daß keine logischen Inkompatibilitäten zwischen der stochastischen und der deterministischen Modellformulierung auftreten.

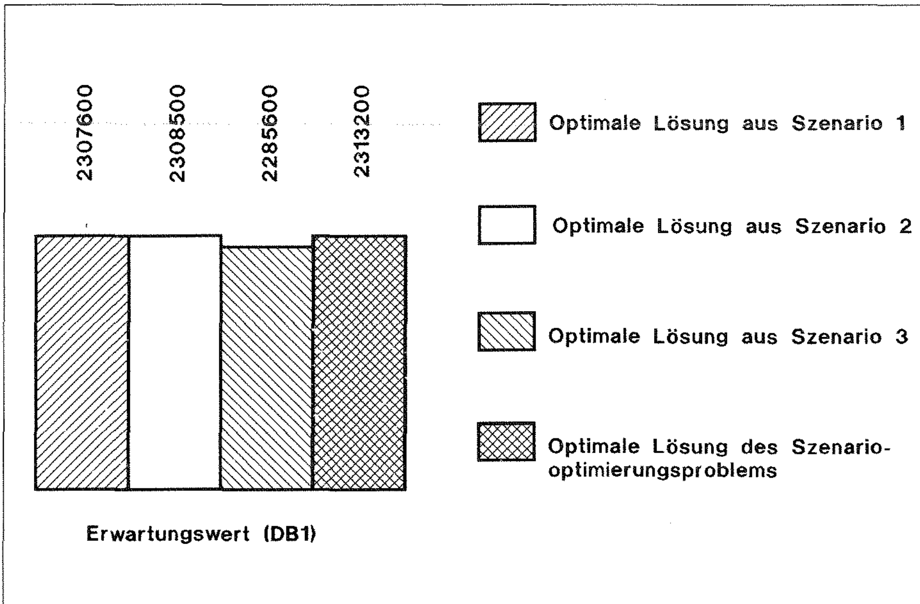


Abb. 9: Der Erwartungswert des DB 1 bei Realisation unterschiedlicher Produktionsprogramme in der Beispielmolkerei

Ein konventionelles Modell der stochastischen Optimierung mit Kompensation läßt sich auf Basis der hier formulierten Annahmen ebenfalls mit Hilfe der gemischt-ganzzahligen Optimierung lösen. Es ähnelt in seiner Struktur dem Koordinationsmodell der Szenariooptimierung und kommt zum gleichen optimalen Produktionsprogramm. Auf eine nähere Darstellung wird hier verzichtet.

6. Die Probleme des Einsatzes des Modells der Szenariooptimierung zur Produktionsprogrammplanung der Beipielsmolkerei

6.1 Auswahl des Zulässigkeits- und Optimalitätsbegriffs

Im Unterschied zur deterministischen Denkweise entstehen bei der Berücksichtigung von Datenunsicherheit Freiheitsgrade bei der Interpretation der Begriffe Zulässigkeit und Optimalität einer Lösung, die schon in Kapitel 2 dargestellt wurden. Die in diesem Bereich getroffene Wahl muß mehrere Faktoren berücksichtigen:

- Die Definitionen müssen logisch kompatibel mit den Annahmen sowohl der zugrundeliegenden ökonomischen Modelle als auch der verwendeten mathematischen Strukturen sein.
- Auch die durch die Wahl ausgelösten Datenerfassungsstrukturen und zugehörigen Meßvorschriften müssen logisch in den Gesamtrahmen passen und darüber hinaus praktisch einsetzbar sein.
- Das sich aus der Wahl ergebende Modell muß numerisch lösbar sein.

Die Berücksichtigung der Verletzung von Absatzobergrenzen durch zusätzliche Kosten (siehe auch Abbildung 3) läßt sich im Rahmen der kurzfristigen Produktionsprogrammplanung gut rechtfertigen, denn tatsächlich ist in den meisten Bereichen durch Preisnachlässe (Aktionen) oder vermehrte Werbung ein Mehrabsatz zeitlich beschränkt realisierbar. Die Berücksichtigung der „fat formulation" hätte automatisch die Reduktion des Betriebes auf die Produktion der Menge, die jeweils bei pessimistischer Absatzschätzung abzusetzen wäre, zur Folge, was ökonomisch nicht sinnvoll erscheint, da so mögliche Substitutionsbeziehungen zwischen den Absatzmengen der Produkte nicht berücksichtigt werden können und in der Regel Marktchancen nicht genutzt werden. Eine Verwendung der Wahrscheinlichkeitsrestriktion ohne Untersuchung der Frage, was es für das Unternehmen für Folgen hätte, wenn trotzdem einer der für unwahrscheinlich gehaltenen Fälle eintritt (die Restriktionen dieser unwahrscheinlichen Fälle werden ja im Modell überhaupt nicht berücksichtigt), hätte wohl angesichts des kurzfristigen Planungshorizonts das hierdurch ausgelöste Risiko und den möglichen Ertrag durch Reduktion des Modellumfangs in ein groteskes Mißverhältnis gebracht. Bei der hier gewählten diskreten Formulierung des Wahrscheinlichkeitsraums hätte dieser Weg darüber hinaus der Schätzung der Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten der Szenarien ein übergroßes Gewicht gegeben und damit zusätzliche Datenprobleme verursacht. Diesem Nachteil gegenüber sind die Vorteile durch die prinzipiell einfacheren Modellformulierungen bei der Wahl der „fat formulation" und der mit Wahrscheinlichkeitsrestriktion (es ergibt sich jeweils nur ein lineares Modell kontinuierlicher Art) angesichts der Problemgröße als gering zu erachten. Es sei aber ausdrücklich darauf hingewiesen, daß diese Abwägungen bei anderen Problemen, wie z.B. schon bei der langfristigen Produktionsprogrammplanung (22), anders ausfallen können.

Die Beschreibung des Entscheiders als risikoneutral (siehe auch Abbildung 4) bei der Wahl des Optimalitätskriteriums widerspricht dem gängigen Bild der Realität, in dem Entscheidungen in der Regel auf risikoaversem Verhalten beruhen. Untersuchungen über die konkrete Größe des Risikos, wie sie bei der Szenariooptimierung schon an Hand der deterministischen Lösungen der einzelnen Szenarien möglich sind, in denen geprüft wird, welche Folgen es hätte, wenn man das Optimum eines Szenarios wählt und ein anderes eintritt, zeigen, daß auch bei Eintritt des ungünstigen Falls die Minderung des DB 1 nicht so groß ist, daß Verluste eintreten. Da risikoaverses Verhalten im ökonomischen Bereich sich in der Regel auf das Ziel des Erhaltes des Unternehmens bezieht und dieses Ziel hier nicht in Gefahr kommt, ist im Hinblick auf die kurze Planungsperiode und die damit verbundene schnelle Möglichkeit von Fehlerkorrekturen die Annahme der Risikoneutralität zu rechtfertigen. Die auf der „Optimisteneinschätzung" beruhende alleinige Berücksichtigung des jeweils besten Szenarios würde dagegen dem real eher risikoaversen Verhalten diamental entgegenstehen, während die pessimistische Einschätzung entsprechend der schon vorgebrachten Kritik bei der Verarbeitung von Restriktionsverletzungen Chancen unnötig ausließe. Eine zusätzliche Berücksichtigung, z.B. der Varianz des Ergebnisses, wäre demgegenüber prinzipiell zu begrüßen. Jedoch hätten auch hier die diskrete Struktur des Wahrscheinlichkeitsraums und die nur wenigen zu berücksichtigenden Szenarien eine übergroße Bedeutung der problematischen Schätzungen der Einzelwahrscheinlichkeiten zur Folge. Darüber hinaus würde die Nichtlinearität der sich ergebenden Modellstruktur (die Zielfunktion wird quadratisch) die numerische Lösbarkeit des Problems erheblich erschweren. Beide Argumente sprechen auch gegen eine Benutzung der spieltheoretischen Variante, obwohl sie prinzipiell wegen der Möglichkeit, die Handlungen von Konkurrenten explizit mit in das Modell einzubeziehen, interessant wäre.

6.2 Die Erhebung der benötigten Daten

Während die Messung der technischen Parameter relativ unproblematisch ist, entstehen bei der Kostenerhebung wegen des Charakters der Kosten als notwendige Abstraktionen von Zahlungsströmen zur zeitlichen und sachlichen Abgrenzung des zu lösenden Partialproblems vom eigentlich zu betrachtenden Totalproblem (24, 25, 32, 35) schon im deterministischen Fall Probleme. Der kurzfristige Charakter der hier zu behandelnden Planungsfrage umgeht zwar einige Schwierigkeiten, doch gelegentlich sind auch in diesem Bereich Kostendefinitionen nicht zur Verwendung in mathematischen Modellen geeignet (26). Im stochastischen Fall ergibt sich jedoch ein zusätzliches Problem, da mögliche Vergleiche nicht nur zwischen den Alternativen im Rahmen einer Umweltsituation eine Rolle spielen, sondern diese darüber hinaus auch in unterschiedlicher Weise für die unterschiedlichen Szenarien auftreten können, so daß die Datenprobleme gegenüber der deterministischen Problematik noch eine zusätzliche Bedeutung haben. Eine Kostenrechnung „unter Risiko" steht erst am Anfang (zur ersten Überlegung vergleiche man (15)). Wichtig ist jedoch auf jeden Fall die Kompatibilität zwischen den mathematischen Strukturen und den zugehörigen Strukturen der Kostenrechnung (25).

Ein besonderes Problem birgt die Schätzung der Eintreffwahrscheinlichkeiten der verschiedenen Szenarien. Zwar mildert die zweistufige Vorgehensweise der Szenariooptimierung gegenüber konventionellen Modellen dieses Problem etwas ab, weil die Lösungen der ersten Stufe diese Daten nicht benötigen, was das „Spielen" mit verschiedenen Alternativen erleichtert, am grundsätzlichen Problem ändert es jedoch nichts. Zahlreiche Untersuchungen haben gezeigt, daß die Schätzung von Wahrscheinlichkeiten besonders im Hinblick auf Auswirkungen von risikobehafteten Strukturen oft nicht konsistent mit den entsprechenden logischen Vorgaben (Axiomen von Nutzenfunktionen) ist. Hier wäre vielleicht der Fuzzy-Sets-Ansatz mit seinen geringen strukturellen Anforderungen für die Zukunft ein möglicher Ausweg. Eine Vereinfachung in anderer Hinsicht ergibt sich ebenfalls durch den Szenarioansatz, weil Wahrscheinlichkeitsverteilungen nicht mehr getrennt für die einzelnen Parameter, sondern gemeinsam für alle insgesamt (für das Szenario), geschätzt werden können. Sonst wäre es notwendig, die ökonomischen Zusammenhänge der Entwicklung der unterschiedlichen Parameter bei jeder Schätzung explizit zu berücksichtigen, während sie so qualitativ in die Formulierung der Szenarien einfließen können. Dies reduziert eine weitere Quelle möglicher Brüche. Die diskrete Funktion der Szenariooptimierung erspart darüber hinaus Fragen nach dem Typus der Verteilungsfunktion, den höheren Momenten usw.

Die Schätzung von Wahrscheinlichkeiten kann man dem Entscheidungsträger erleichtern, indem man die entsprechende Fragestellung in Wettangebote übersetzt. Ausgehend von einem beliebigen Szenario, auf dessen Eintreten ein fiktiver Wettpartner eine bestimmte Summe setzt, kann man über die Frage, welche Summe der Entscheider gerade noch auf das Eintreten eines Einzelszenarios oder einer Summe von anderen Szenarien setzt, die Wahrscheinlichkeitsschätzung ableiten (18). Hinweise zu einer besseren Formulierung subjektiver Wahrscheinlichkeiten gibt auch (21). Die Berücksichtigung einer größeren Anzahl von Szenarien, die sich dann real nur wenig voneinander unterscheiden, reduziert die Bedeutung der einzelnen Wahrscheinlichkeitsschätzungen, erhöht jedoch den Aufwand der Modellaufbereitung und der numerischen Modelllösung.

6.3 Die EDV-Umsetzung der Szenariooptimierung für das kurzfristige Produktionsprogramm der Beispielsmolkerei

Alle Rechnungen wurden auf einem 486-DX-Rechner durchgeführt. Die Optimierungsrechnung erfolgt mit XA (2), das sowohl für die linearen Probleme der Stufe 1 als auch für die gemischt-ganzzahligen Probleme der Stufe 2 der Szenariooptimierung eingesetzt werden kann. Durch Fixierung einzelner Variablen ist es darüber hinaus möglich, auch die Sicherheitsuntersuchung zur Wahl des Zulässigkeits- und Optimalitätsbegriffs, Untersuchungen über die logische Verträglichkeit der Höhe der Strafkosten und den Vergleich zwischen den Erwartungswerten des DB1 bei den unterschiedlichen Szenarien unter Berücksichtigung des Datenrisikos durchzuführen. Das zur Kontrolle entwickelte konventionelle Modell der stochastischen Optimierung mit Kompensation wurde ebenfalls mit XA gelöst. Die Berechnung der Koeffizienten des operationalen gemischt-ganzzahligen Modells aus denen des Basismodells (siehe Definition 9) kann mit jedem Tabellenkalkulationsprogramm durchgeführt werden. Hier wurde Lotus 1-2-3 für Windows benutzt. Die Tabellenkalkulation bildet auch eine effektive Alternative zur Durchführung der meisten Überprüfungsrechnungen. Bei Problemen praxisrelevanter Größe sollte auf einen automatischen Datentransfer zwischen den Modulen und auch zwischen der Daten liefernden Kostenrechnung und den Entscheidungsmodellen geachtet werden (25), die Größe des Beispielmodells macht solche Überlegungen überflüssig.

7. Die Szenariooptimierung im Vergleich mit alternativen Möglichkeiten der Berücksichtigung der Datenunsicherheit bei ökonomischen Planungen

Die Szenariooptimierung ist ein Denkansatz, der es erlaubt, die Datenunsicherheit auf ganz unterschiedliche Art und auf ganz unterschiedlichem Präzisionsniveau bei der mathematischen Behandlung ökonomischer Fragen zu berücksichtigen. Deshalb muß ein Vergleich mit anderen Vorgehensweisen auch sehr allgemein ausfallen. Eine Alternative zum Einsatz der Szenariooptimierung wäre die direkte Verwendung von Modellen zur stochastischen – oder Fuzzy-Sets-Optimierung, wie sie in Kapitel 3 kurz vorgestellt wurden. Algorithmisch unterscheidet sich die Szenariooptimierung von vielen dieser Modelle durch ihre zweistufige Struktur, die es erlaubt, mehrere kleinere Probleme anstelle eines größeren zu lösen. Dies müßte ceteris paribus, ähnlich wie bei der Dekompositionsmethode der linearen Optimierung, von Vorteil sein, weil der Aufwand der linearen und nichtlinearen Optimierungsverfahren in der Regel mit der Modellgröße exponentiell wächst. Diese Zweistufigkeit erleichtert den Einsatz konventioneller Verfahren der deterministischen Planung (wie im Beispiel) und ermöglicht so den Rückgriff auf die in diesen Bereichen in der Regel verfügbare Standardsoftware, während für viele Fälle der stochastischen Optimierung zumindest Anpassungen der Programme notwendig werden. Darüber hinaus sind gerade bei kurzfristigen Problemen und revolvierender Planung Situationen denkbar, in der die Einzelmodellparameter über einen größeren Zeitraum konstant bleiben und nur die Eintreffwahrscheinlichkeiten für die unterschiedlichen Szenarien sich aufgrund neuerer Erkenntnisse ändern. Auch hierfür bietet die Struktur der Szenariooptimierung Vorteile gegenüber anderen Ansätzen einstufiger Art, weil die Eintreffwahrscheinlichkeiten erst auf der zweiten Stufe benötigt werden, so daß bei Datenänderungen nur eine in der Zielfunktion geänderte Koordinationsvariante zu lösen wäre.

Einen Nachteil könnte man darin sehen, daß es im Rahmen dieser Struktur nicht möglich ist, kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsräume bei der Modellierung zu berücksichtigen. Allerdings wäre dies auf Basis der linearen Optimierung auch in anderen Fällen nur durch diskrete Approximationen denkbar, darüber hinaus dürften die Probleme der Schätzung von Wahrscheinlichkeitsverteilungskomponenten für kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsräume, für die bei ökonomischen Fragen in der Regel keine plausiblen Annahmen zur Verfügung stehen, zu zusätzlichen Problemen der Datenbeschaffung führen.

Der wichtigste Grund für den Einsatz von Modellen der Szenariooptimierung besteht jedoch in der verbesserten Möglichkeit, stochastische Ansätze überhaupt in die praktische Arbeit von Unternehmen einzuführen. In der Regel werden Probleme in der Unternehmenspraxis, wenn sie überhaupt durch mathematische Modelle unterstützt werden, auf rein deterministischer Ebene behandelt. Die Szenariooptimierung setzt auf diesem Stand an und übernimmt darüber hinaus die in der Praxis weit verbreitete Vorgehensweise, Datenunsicherheit durch die Untersuchung alternativer Szenarien zu berücksichtigen. Die Struktur des Verfahrens ermöglicht es, die in der Praxis angestellten Überlegungen auf Basis der Umsetzung in Szenarioergebnisse abzubilden, sie formal darzustellen und darauf aufbauend mit Hilfe der Interpretation dieser Ergebnisse zu einer logischen begründeten Koordinierung der Einzelüberlegungen zu kommen. Dabei ist in jedem Schritt der Wechsel der Argumentation zwischen der Sachebene und der Formalebene möglich, so daß besser als bei geschlossenen Ansätzen dargestellt werden kann, welche logischen Folgen bestimmte Überlegungen und Ansätze jeweils haben und auf welchem Wege die praktischen Überlegungen in eine logisch konsistente Form gegossen werden können. Damit läßt sich die verbesserte Rationalität von stochastischen oder Fuzzy-Sets-Ansätzen gegenüber einer rein deterministischen Betrachtungsweise, ausgehend von im Unternehmen vorhandenen Heuristiken der Berücksichtigung der Datenunsicherheit, nachweisen und in kleinen Schritten und in ständiger Rückkopplung der Begründung mit der Praxisebene umsetzen. Hiermit vergrößert sich die Chance der praktischen Akzeptanz dieser Methoden. Das Ziel einer expliziten Einbeziehung der Datenunsicherheit bei der Bearbeitung ökonomischer Probleme ist in Zeiten immer schnellerer Veränderungen und der sich daraus ergebenden größeren Unsicherheiten zunehmend dringlich und bedarf keiner weiteren Begründung. Dies wird insbesondere deutlich, weil auf der Ebene der Berücksichtigung von Datenunsicherheiten auch im Modell die Integration mehrfacher Zielsetzung des Entscheiders, wie sie in der Realität fast immer besteht, wesentlich besser zu handhaben ist (7).

8. Offene Fragen der Berücksichtigung der Datenunsicherheit bei der ökonomischen Planung

Allgemein und auch hinsichtlich des Beispiels der kurzfristigen Produktionsprogrammplanung der Molkerei kann das hier unterstellte Verhalten des Entscheiders als risikoneutral nicht voll befriedigen. Insbesondere der Varianz der gefundenen Lösung kommt sicherlich eine erhebliche Bedeutung zu. Es fehlt jedoch zur Zeit an logisch stringenten und realwissenschaftlich abgesicherten Erkenntnissen, wie die Zielfunktion eines risikoaversen Entscheiders aussieht. Hinzu kommen die zumindest für Probleme praxisrelevanter Größe ungelösten Fragen, wie die nichtlineare Struktur solcher Modelle in algorithmisch lösbare Probleme umzusetzen ist. Zumindest für komplexere Modelle fehlen weitgehend auch geeignete, kommerziell verfügbare Softwarelösungen.

Im Rahmen der Nutzung der Kostenrechnung für Entscheidungen sind Prognosen der Kostenentwicklung notwendig. Sofern sie, wie in der Praxis üblich, eher auf Basis einfacher Zeitreihen als durch ökonometrische Modelle erfolgen, ergibt sich die Frage, wie methodisch sauber aus einer Vergangenheit die Prognose für mehrere denkbare, einander ausschließende Szenarien erfolgen soll. Darüber hinaus bildet die konventionelle Kostenrechnung keine Hilfestellung für die quantitative Abschätzung des Datenrisikos, also für die Schätzung der Eintreffwahrscheinlichkeiten der einzelnen Szenarien.

Letztlich bleibt auch fraglich, ob der aus der Naturwissenschaft – mit der Möglichkeit der unendlichen identischen Wiederholung von Experimenten – abgeleitete Begriff der Wahrscheinlichkeit das Datenrisiko im Rahmen ökonomischer Fragen optimal beschreibt, denn hier handelt es sich in der Regel nicht um beliebig wiederholbare identische Phänomene, sondern um jeweils unterschiedliche Einzelfragen, und die Aussage, daß man langfristig auf Basis vieler Wiederholungen des Problems optimal gehandelt hat, ist angesichts der begrenzten Möglichkeit, bei einmaligem Mißerfolg überhaupt noch zu Wiederholungen zu kommen, nicht voll befriedigend.

Nur bleibt solche Kritik folgenlos, solange es weder in der Kostenrechnung noch bei der Software, den Algorithmen oder der Definition von alternativen Wahrscheinlichkeitsbegriffen zu besseren Lösungen gekommen ist. In diesem Sinn kann die Szenariooptimierung aber ein Schritt auf dem notwendigen Weg der realitätsnäheren Berücksichtigung von Datenunsicherheit bei der mathematischen Planung im Rahmen ökonomischer Modelle sein.

9. Literatur

(1) Abel, P.: Stochastische Optimierung bei partieller Information. Athenäum/Hain/Hanstein. Königstein/Ts (1984).

(2) Anon.: XA Professional Linear Programming System. Sunset Software Technology. San Marino. (1987).

(3) Ari, E. A., Axsäter, S.: Disaggregation under Uncertainty in hierarchical Production Planning. European Journal of Operational Research **35** (2) 182-186 (1988).

(4) Bandemer, H.: A special Measure of Uncertainty. Fuzzy Sets and Systems **38** (3) 281-287 (1990).

(5) Berger, J. O.: Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis. Springer. New York (1988).

(6) Buckley, J.J: Possibility and Necessity in Optimisation. Fuzzy Sets and Systems **25** (1) 1-13 (1988).

(7) Delgado, M., Verdegay, J.L., Vila. M.A.: Imprecise Costs in mathematical Programming Problems. Control and Cybernetics **16** (2) 113-121 (1987).

(8) Delgado, M., Verdegay, J.L., Vila, M.A.: A general Model for Fuzzy Linear Programming. Fuzzy Sets and Systems **29** (1) 21-29 (1989).

(9) Dembo, R. S.: Scenario Optimization. Annals of Operations Research **30**, 63-80 (1991).

(10) Drews M.: Die Bestimmung des kurzfristig optimalen Produktionsprogramms einer Molkerei mit Hilfe der linearen Programmierung. Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte **30** (2) 219-249 (1978).

(11) Dubois, D., Prade, H.: Fuzzy Sets; Probability and Measurement. European Journal of Operational Research. **40**, 135-154 (1989).

(12) Ermoliev, Y., Wets, R.J.B. (Eds): Numerical Techniques for Stochastic Optimisation. Springer. Berlin (1988).

(13) Hanf, C.-H.: Entscheidungslehre. R. Oldenbourg Verlag. München, Wien (1991).

(14) Hanuscheck, R.: Fuzzy Sets versus Wahrscheinlichkeiten – Zur Eignung beider Konzepte für die quantitative Investitionsplanung unter Unsicherheit. Springer Verlag Operation Research Proceedings 1985, 437-442, Berlin (1986).

(15) Krönung, H. D.: Kostenrechnung unter Unsicherheit. Gabler Verlag, Wiesbaden (1988).

(16) Kusy, M.I., Ziemba, W.T.: A Bank Asset and Liability Model. Operations Research **34** (3) 356-376 (1986).

(17) Laux, H.: Entscheidungstheorie 1. Springer Verlag, Berlin (1982).

(18) Laux, H.: Entscheidungstheorie 2. Springer Verlag, Berlin (1982).

(19) Lee, B. Tcha, S.: An iterative Procedure for Fuzzy Programming Problems with linear fractional Objectives. Computers and industrial Engineering. **16** (2) 269-275 (1989).

(20) Lunhandjula, M. K.: Fuzzy Optimisation: An Appraisal. Fuzzy Sets and Systems **30** (3) 257-282 (1989).

(21) Machina, M. J., Schmeidler, D.: A more robust Definition of subjective Probability. Econometrica. **60** (4) 745-780 (1992).

(22) Müller, B.: Ein Verfahren zur Unterstützung der simultanen Kapazitäts- und Standortplanung in Industrieunternehmen. ZfB **53** (2) 183-202 (1983).

(23) Müller, B.: Zur Methodik des Einsatzes mathematischer Modelle bei der Strukturplanung. Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte **36** (4) 199-240 (1984).

(24) Müller, B.: Anlagekosten als Basis für kurz- und längerfristige Planungsprobleme. ZfB **60** (8) 815-837 (1990).

(25) Müller, B.: Zur Struktur einer entscheidungsorientierten Kostenrechnung unter besonderer Berücksichtigung der Probleme von Molkereiunternehmen – Das Grundmodell. Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte **44** (3) 249-279 (1992).

(26) Müller, B.: Zur Struktur einer entscheidungsorientierten Kostenrechnung unter Berücksichtigung der Probleme von Molkereiunternehmen – Die Anwendung. Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte. Kiel **45** (1) 324 (1993).

(27) Nazareth, J.L.: Algorithms based upon generalized linear Programming for stochastic Programs with Recourse. in: Control and Information Science. Springer Lecture Notes, Berlin. 76, 210-234 (1985).

(28) Olson, D.L., Swenseth, S.R.: A linear Approximation for Chance-Constrained Programming. Journal of the OR Society **38** (3) 261-267 (1987).

(29) Paraskevopoulos, D., Karakitsos, E., Rustem, B.: Robust capacity Planning under Uncertainty. Management Science **37** (7) 787-800 (1991).

(30) Rembold, J.Th.: Stochastische lineare Optimierung. Verlag Anton Hain, Meisenheim am Glan (1977).

(31) Reuter, H.: Wahrscheinlichkeitstheoretische Aspekte bei der Behandlung von Fuzzy-Optimierungsproblemen. Wissenschaftliche Zeitschrift der TH Ilmenau **36** (3) 73-80 (1990).

(32) Riebel, P.: Einzelkosten- und Deckungsbeitragsrechnung. Gabler Verlag, Wiesbaden (1990).

(33) Rockafellar, R.T., Wets, R.J.B.: Scenarios and Policy Aggregation in Optimization under Uncertainty. Working Paper International Institute for applied System Analysis Laxenburg 87-119 (1987).

(34) Ross, S.M.: Introduction to Stochastic Dynamic Programming. Academic Press. San Diego (1983)
(35) Schneider, D.: Allgemeine Betriebswirtschaftslehre. Oldenbourg Verlag, München, Wien (1987).
(36) Sengupta, J.K.: Decision Models in Stochastic Programming. North-Holland, New York (1982).
(37) Sengupta, J.K.: Robust Solutions in Stochastic Linear Programming. Journal of the OR Society **42** (10) 857-870 (1991).
(38) Slowinsky, R., Teghem jr., J.: Fuzzy versus Stochastic Approaches to Multicriteria Linear Programming under Uncertainty. Naval Research Logistics **35** (6) 673-695 (1988)
(39) Trappey, J.-F.C., Lui, C.R., Chang, T.: Fuzzy non linear Programming: Theory and Application in Manufacturing. International Journal Prod. Res. **26** (5) 975-985 (1988).
(40) Urli, B., Nadeau, R.: Multiobjective Stochastic linear Programming with incomplete Information: A general Methodology, in: Kluwer Academic Publishers: Stochastic versus Fuzzy approaches to Multiobjective Programming under uncertainty, 131-161, Amsterdam (1990).
(41) Wallace, S.W.: A two-stage Stochastic Facility-Location Problem with time-depedend Supply. Springer Ser. comp. Math. 10, New York, 489-513 (1988).
(42) Werner, M.: Stochastische lineare Optimierungsmodelle. Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt am Main (1973).
(43) Zimmermann, H.-J.: Fuzzy Sets, Decision Making and Expert Systems. Kluwer Academic Publishers, Boston (1987).
(44) Zimmermann, H.-J.: Fuzzy Set, Theory and its Applications. Kluwer Academic Publishers, Boston (1991).

10. Zusammenfassung

Müller, B.: **Ein Verfahren zum Einsatz von OR-Modellen bei der Lösung betriebswirtschaftlicher Probleme mit unsicheren Informationen am Beispiel der kurzfristigen Produktionsprogrammplanung für Molkereien.** Kieler Milchwirtschaftlichen Forschungsberichte **46** (1) 33-64 (1994)

29 Produktionsplanung

Der verstärkte Problemdruck läßt es auch für Molkereiunternehmen sinnvoll erscheinen, mathematische Verfahren zur Entscheidungsunterstützung einzusetzen. Die klassischen deterministischen Methoden leiden an einer unheilbaren Wirklichkeitsferne, weil ökonomische Planungen sich als zukunftsbezogen notwendig auf unsichere Daten stützen müssen. Die Berücksichtigung der Datenunsicherheit in Entscheidungsmodellen erzeugt Freiheitsgrade bei der Wahl eines geeigneten Zulässigkeits- und Optimalitätsbegriffs. Es wird aufgezeigt, welche Alternativen bestehen und welche Modelle der stochastischen- und Fuzzy-Sets-Optimierung in Abhängigkeit von dieser Wahl zur Verfügung stehen. Im Zentrum der Arbeit steht die Darstellung der Szenariooptimierungsmethode, die ausgeht von der deterministischen Betrachtungsweise, wobei darauf aufbauend die Zukunft durch verschiedene einander ausschließende Szenarien beschrieben wird. Ausgehend von den Lösungen dieser Szenarioprobleme ermöglicht sie es, in einem zweiten Schritt durch ein Koordinierungsmodell zu einer insgesamt optimalen Lösung zu kommen, die sich je nach dessen Ausgestaltung zwischen einer intelligenten Mittelung der Einzelergebnisse bis hin zu den stochastischen – und Fuzzy-Sets-Modellen äquivalenten Ergebnissen erstrecken kann. Die Vorgehensweise wird am Beispiel der kurzfristigen Produktionsprogrammplanung einer Molkerei dargestellt, wobei es in diesem Fall gelingt, auch das Koordinierungsmodell innerhalb der linearen Struktur der Einzelmodelle zu formulieren, wenn auch mit zusätzlichen gemischt-ganzzahligen Variablen. Das Modellergebnis macht deutlich, daß durch die explizite Berücksichtigung der Datenunsicherheit der ökonomische Erfolg gegenüber der deterministischen Betrachtungsweise verbessert werden kann. Der Vergleich mit alternativen Vorgehensweisen und Hinweise auf offene Fragen runden die Arbeit ab.

Summary

Müller, B.: **A method for using OR-models to solve economic problems with uncertain information using the example of short-term production program planning in dairies.** Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte **46** (1) 33-64 (1994)

29 production planning

To overcome problems encountered in dairies it appears appropriate to use mathematical methods for providing decision-making aids. The traditional deterministic methods are, indeed, absolutely unrealistic, because economic planning, being related to future, must necessarily be based on uncertain data. Consideration of data uncertainty in decision models creates degrees of freedom in choosing an appropriate admissibility and optimality notion. It is shown which alternatives are existing and which models of stochastic- and Fuzzy-Sets-optimization as a function of this choice are available. In this work emphasis is placed on the representation of the scenario optimization method, which starts from the deterministic approach; based on it, the future is described by different scenari excluding each other. Starting from the solutions of these scenario problems it allows, in a second step by a coordination model, an altogether optimal solution to be obtained, which can, depending on its configuration, cover the range from intelligent averaging of the individual results up to data equivalent to the stochastic and Fuzzy-Sets-models. The procedure is described using the example of short-term production program planning in a dairy; in this case it is possible to formulate also the coordination model within the linear structure of the individual models, however, with additional mixed/integer variables. It appears that by explicit consideration of data uncertainty the economic success can be improved compared with the deterministic approach. This work is completed by a comparison with alternative procedures and indications relating to open questions.

Résumé

Müller,B.: **Méthode pour employer des modèles „OR" afin de résoudre des problèmes économiques avec des informations incertaines en utilisant l'exemple de la planification du programme de la production à court terme pour laiteries.** Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte **46** (1) 33-64 (1994)

29 planification de la production

Pour résoudre des problèmes dans des laiteries il paraît judicieux d'employer des procédés mathématiques pour fournir des aides décisionnelles. Les méthodes déterministes traditionnelles sont, en fait, absolument irréalistes, parce que le planning économique, ayant rapport au futur, doit s'appuyer nécessairement sur des données incertaines. La considération de l'incertitude des données dans des modèles de décision engendre des degrés de liberté lors de la choix d'une notion d'admissibilité et „d'optimalité" appropriée. On décrit les alternatives qui existent et les modèles de l'optimisation stochastique et de „Fuzzy-Sets" qui sont disponibles en fonction de ce choix. Ce travail est centré sur la représentation de la méthode d'optimisation du scénario qui part du principe déterministe; en se basant là-dessus l'avenir est décrit par des scénarios différents qui s'excluent l'un l'autre. Partant des solutions de ces problèmes de scénario elle permet, dans un deuxième pas par un modèle de coordination d'obtenir une solution optimale, qui peut, en fonction de sa configuration s'étendre entre l'établissement intelligent de la moyenne des résultats individuels jusqu'aux résultats équivalent des modèles stochastiques et de „Fuzzy-Sets". Le procédé est décrit en utilisant l'exemple du planning du programme de production à court terme d'une laiterie; dans ce cas, il est possible de formuler aussi le modèle de coordination au-dedans de la structure linéaire des modèles individuels, toutefois, avec des variables mixtes/entières. Il apparaît que la considération explicite de l'incertitude des données permet une amélioration du succès économique comparé au procédé déterministe. Le travail est complété par une comparaison avec des procédés alternatifs et des indications concernant des questions ouvertes.