

Die Erfassungstourenplanung für Molkereien als Beispiel der Berücksichtigung von Datenunsicherheit bei heuristischen Planungsmethoden

Von B. Müller

Institut für Betriebswirtschaft und Marktforschung der Lebensmittelverarbeitung der Bundesanstalt für Milchforschung, Kiel

1. Die Problemstellung

1.1 Transportkosten als überproportional wachsende Belastung der Unternehmen

Betriebsstätten mit immer größerer Kapazität einerseits, verstärkte überregionale Präsenz auf den Absatzmärkten andererseits führen zu einem überproportionalen Wachstum der Transportaufgaben im Rahmen der gesamten Leistungserstellung auch für Molkereiunternehmen. Der hohe Anteil der Personal- und Energiekosten, das allgemein wachsende Verkehrsaufkommen sowie entsprechende politische Vorgaben lassen erwarten, daß auch die Kostengüterpreise für die Erstellung der Transportleistung bei nur begrenztem mengenmäßigen Einsparungspotential pro zu fahrendem Kilometer überproportional ansteigen werden. Deshalb ist es wichtig, die notwendigen Transporte möglichst effektiv durchzuführen. Näherungsweise läßt sich die Effektivität der Transportleistungserstellung bei definierten Aufgaben mit Hilfe der Messung der gefahrenen Kilometer bestimmen, weil geringe Fahrstrecken bei gegebener Verkehrssituation zu geringeren Fahrzeiten und damit zumindest längerfristig zu geringeren Kraftstoff-, Personal- und LKW-Kosten führen. Am Beispiel der Erfassungstourenplanung einer Molkerei soll aufgezeigt werden, wie mathematische Verfahren einen Beitrag zur Reduzierung der Gesamtfahrstrecke eines Tourenplans leisten können. Die Vorgehensweise läßt sich unmittelbar auf den Vertriebsbereich übertragen, allerdings soll im Rahmen dieser Arbeit auf eine solche Übertragung nicht eingegangen werden.

1.2 Die Tourenplanung als Teil der Logistiko Optimierung

Die Tourenplanung muß im Rahmen der Gesamtoptimierung des Logistiksystems betrachtet werden. Hierbei hat sie eine doppelte Funktion. Die kostenmäßigen Ergebnisse strategischer Tourenpläne gehen als Daten in längerfristig wirksame Entscheidungen, wie die System- und Standortplanung für Lager und Betriebsstätten sowie den Fuhrpark, ein und unterstützen auch Entscheidungen im Rahmen der Fragestellung, inwieweit Transporte in eigener Regie durchgeführt werden sollen bzw. fremd zu vergeben sind. Umgekehrt bilden die Ergebnisse solcher längerfristigen Problemstellungen die Basis für die Planung der tatsächlich durchzuführenden Erfassungstouren. Zur Einbindung der Tourenplanung in die Gesamtproblematik vergleiche man (8, 12, 18, 21).

1.3 Die Abgrenzung des Modelltoursplanungsproblems

Um realwissenschaftliche Probleme mit Hilfe mathematischer Modelle bearbeiten zu können, ist zunächst die Isolierung eines genügend kleinen Teilproblems, d.h. der bewußte Verzicht auf die Berücksichtigung vielfältiger Interdependenzen zu anderen Problembereichen, notwendig. So wird hier unterstellt, daß der Standort der Rohmilch

erfassenden Betriebsstätte ebenso wie die Zuordnung der Rohmilch von Milcherzeugern zu dieser Betriebsstätte, der Abholrhythmus und der Typ der einzusetzenden Tanksammlerfahrzeuge vorgegeben sind. Zwar existieren vielfältige Verknüpfungen dieser Fragestellungen zum Tourenplanungsproblem, und es gibt auch (deterministische) Algorithmen zur simultanen Behandlung eines Teils dieser Probleme (man vergleiche (7, 17, 28, 30)). Um jedoch das Problem der stochastischen Tourenplanung möglichst einfach darstellen zu können und weil beim realen Einsatz solcher mehrere Aspekte behandelnden Verfahren oft ein „reiner“ Tourenplanungsalgorithmus als Bestandteil benötigt wird (20, 21, 23), verzichten wir hier auf die Berücksichtigung dieser weiterführenden Aspekte. Aus den selben Gründen, und weil die hier gefundene Lösung des stochastischen Tourenplanungsproblems entsprechende Erweiterung problemlos zuläßt, werden auch keine Zeitfenster der Rohmilcherfassung in das Problem integriert. Hinweise zur Berücksichtigung solcher Zeitfenster geben insbesondere (1, 7). Als Besonderheit gegenüber den „üblichen“ Problemformulierungen wird jedoch die Unsicherheit bezüglich der tatsächlichen Liefermenge der einzelnen Erzeuger im Rahmen der Tourenplanung ausdrücklich in das Modell übernommen.

Diese Unsicherheit über die im Modell zu berücksichtigenden Transportmengen entsteht real zum einen durch tatsächlich nicht vorhersehbare Einflüsse, wie z.B. sich ändernde Kundenströme im Absatzbereich, zum anderen durch das Bemühen, nicht zu oft Tourenpläne zu ändern, so daß saisonale Schwankungen der Transportmenge, die prinzipiell prognostizierbar sind, in festen Tourenpläne berücksichtigt werden müssen.

Definition 1

Das Problem der stochastischen Erfassungstourenplanung

Gegeben seien:

- a) Milcherzeuger $\{\text{ERZG}_i\}_{i=1..I}$, $\text{ERZG}_\emptyset \cong \text{Depot}$,
- b) deren Anlieferungsmengen $\{\text{MENG}_i\}_{i=1..I}$, $\text{MENG}_\emptyset := \emptyset$
 MENG_i Zufallsvariable, untereinander stochastisch unabhängig, normalverteilt,
 $\text{MENG}_i = N(\text{ERWT}_i, \text{STRU}_i^2)$ mit bekanntem Erwartungswert ERWT_i und bekannter Streuung STRU_i ,
- c) die jeweiligen Fahrtstrecken zwischen den Erzeugern $\{\text{DIST}_{i,j}\}_{i=\emptyset..I, j=i+1..I}$ mit:

$$\bigwedge_{i=\emptyset}^i \text{DIST}_{i,i} = \emptyset, \quad \bigwedge_{i=\emptyset}^I \bigwedge_{j=i+1}^I \text{DIST}_{j,i} = \text{DIST}_{i,j}$$
- d) eine beliebige Anzahl LKW mit einer einheitlichen Ladekapazität KPZT .

Gesucht werden:

- e) die Erfassungstouren eines Tourenplans $\{\text{TOUR}_k\}_{k=1..K}$ mit:
 $\text{TOUR}_k := [\text{ERZG}_{l(k)}, \dots, \text{ERZG}_{l(k)k}] \mid k = l(k)k = \emptyset, jk \in 1..I$ sonst geordnete $l(k)$ -Tupel wobei gilt:

$$f) \bigwedge_{i=1}^I \bigvee_{k \in 1..K} \text{ERZG}_i \in \text{TOUR}_k \text{ (alle Erzeuger werden berücksichtigt)}$$

$$g) \bigwedge_{i=1}^I \bigwedge_{j=1}^I (\text{ERZG}_i \in \text{TOUR}_k) \wedge (\text{ERZG}_j \in \text{TOUR}_l) \wedge (k \neq l) \Rightarrow (i \neq j) \text{ (Jeder Erzeuger wird auf nur einer Tour berücksichtigt).}$$

$$h) \bigwedge_{k=1}^K \sum_{i=2k}^{l(k)-1} \text{MENGE}_i \leq \text{KPZT}$$

(Es soll möglichst zu keinen Überladungen kommen. Wegen der Modellierung der Liefermengen als Zufallsvariable kann die Einhaltung dieser Forderung nicht garantiert werden).

$$i) \sum_{k=1}^K \sum_{i=2k}^{l(k)-1} \text{DIST}_{i-1,i} \cong \min$$

(Die Gesamtfahrstrecke als Maß für die Effizienz des Tourenplans soll minimiert werden. Bei heuristischen Lösungsverfahren wird diese Forderung nur näherungsweise erfüllt.)

Die Fragestellung der Erfassungstourenplanung kann auch abweichend formuliert werden. So spielt real neben Zeitfenstern oft die Berücksichtigung von LKW mit Anhängern eine das Problem komplizierende Rolle, weil hierbei in einem mehrstufigen Verfahren zusätzlich zu entscheiden ist, wo der Hänger als Ausgangspunkt der „Sammeltour“ des Zugfahrzeuges zu plazieren ist. Da ein effektiver Algorithmus zur Lösung des „einfachen“ Tourenplanungsproblems jedoch auch zur Bearbeitung dieser weitergehenden Fragestellung benötigt wird, soll im Rahmen dieser Arbeit auf eine Problemausweitung in diese Richtung verzichtet werden. Anstelle der Fahrstrecke kann auch die Fahrzeit minimiert werden, indem die Distanzen in Fahrzeiten angegeben werden. Schließlich können Fahrzeuge verschiedener Kapazität zur Verfügung stehen, wobei dann zusätzlich zu entscheiden ist, welches Fahrzeug für welche Tour eingesetzt wird, unter Umständen unter Berücksichtigung von Restriktionen hinsichtlich des Fahrzeugeinsatzes für die einzelnen Milcherzeuger. Matthäus (20) gibt einen Überblick über die verschiedenen Abwandlungen des hier dargestellten Tourenplanungsproblems.

2. Bekannte Ansätze zur Lösung des Tourenplanungsproblems

2.1 Exakte Verfahren

Bei dem in Definition 1 beschriebenen Tourenplanungsproblem handelt es sich um eine kombinatorische Frage, die grundsätzlich exakt lösbar ist, da nur endlich viele alternative Tourenpläne existieren. Man kann das Problem als Fragestellung der ganzzahligen Optimierung behandeln (20), Verfahren des Branch and Bound anwenden (6) oder Übertragungen des Travelling-Salesman-Algorithmus versuchen (2). Weiterhin ist der Einsatz der Theorie der Markoff-Ketten bei stochastischer Formulierung möglich (10). Oft werden bei diesen exakten Methoden deterministische Vereinfachungen des

stochastischen Planungsproblems behandelt oder deren Übertragung im Rahmen der stochastischen Optimierung (19). Außer in Sonderfällen (z.B. bei Problemen mit gleichen Lademengen oder Rundreisefragen) ist eine Anwendung dieser exakten Verfahren wegen des Problemumfanges bei der Planung von Erfassungstouren jedoch nicht sinnvoll möglich.

2.2 Heuristiken für den deterministischen Fall

Eine Reihe von Autoren (siehe die entsprechende Beschreibung in (20)) schlagen vor, das Tourenplanungsproblem nochmals zu unterteilen und in zwei Schritten zu lösen. So können einerseits zuerst die Milcherzeuger zu Touren zusammengefaßt werden, um danach die Reihenfolge der Abholung zu bestimmen, oder aber es wird eine Gesamttourenreihenfolge aus allen Erzeugern gebildet, die danach durch Aufteilung die tatsächlichen Touren liefert. Für das Reihenfolgeproblem liegen dabei in den Algorithmen zum Travelling-Salesman-Problem geeignete Lösungsverfahren vor, für die Zusammenstellung der Tourenguppen jedoch sind in der Regel nur wenig effektive heuristische Verfahren einsetzbar, so daß diese zweistufigen Methoden zwar schnell und einfach zu einem Tourenplan führen, dieser jedoch in der Regel noch verbessert werden kann. Eine Reihe anderer Methoden versucht deshalb, ausgehend von einem gegebenen Tourenplan, durch geeigneten Tausch von Erzeugern bezüglich ihres Platzes innerhalb einer Tour oder auch zwischen Touren zu einem verbesserten Tourenplan zu kommen (20, 29). Diese Algorithmen sind prinzipiell zusätzlich zu anderen Tourenpläne erzeugenden Methoden einsetzbar, allerdings bleibt im Einzelfall offen, ob die mögliche Lösungsverbesserung den Aufwand rechtfertigt. Die wichtigsten das Tourenplanungsproblem in einem Schritt lösenden Heuristiken beruhen auf dem Savings-Algorithmus (9). Hierbei werden, ausgehend von der Berücksichtigung aller Milcherzeuger auf Pendeltouren, jeweils die zwei Touren, deren Zusammenfassung zulässig im Sinne der Kapazitätsrestriktion der LKWs ist und deren Zusammenfassung zu einer möglichst maximalen Verringerung der Gesamttourenlänge führt, zu einer Tour integriert, bis eine weitere Zusammenfassung von Touren nicht mehr möglich ist, oder hierdurch keine Verminderung der Gesamtfahrstrecke mehr erreicht werden kann.

Definition 2

Das deterministische Saving Verfahren mit parallellem Tourenaufbau

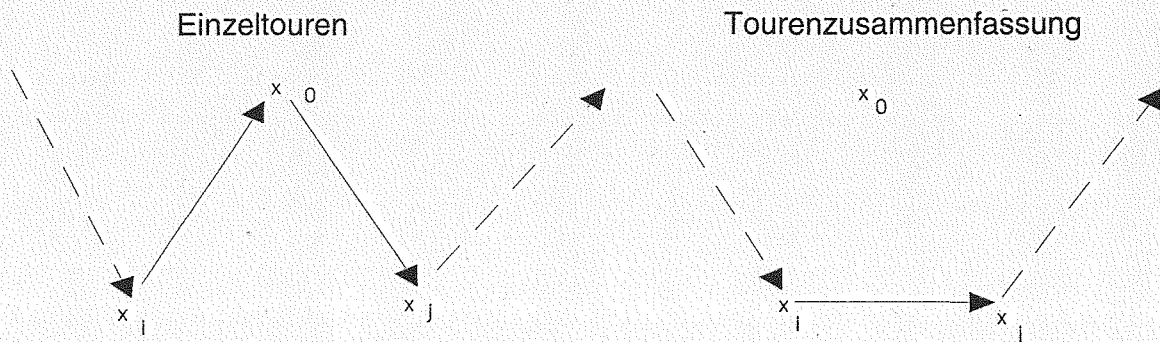
a) Start:

$$K := I$$

$$\bigwedge_{k=1}^K \text{TOUR}_k := [\text{ERZG}_\emptyset, \text{ERZG}_k, \text{ERZG}_\emptyset]$$

(Pendeltouren)

b) Berechne für alle Touren, repräsentiert durch ihre ersten bzw. letzten Milcherzeugerhaltepunkte, die Savings, die entstehen, wenn diese Touren zusammengefaßt werden.



$$ERSP_{i,j}^D := DIST_{i,0} + DIST_{0,j} - \gamma^1 \cdot DIST_{i,j}$$

mit Tourenformfaktor γ^1 „nahe bei“ 1.

- c) Selektiere die Tourenpaare mit positivem $ERSP^D$.
- d) Selektiere aus diesen die Paare, für die die gemeinsame Lademenge nicht größer als die LKW-Kapazität ist.
- e) Ist die so gefundene Menge von Tourenpaaren leer, so ist der bestehende Tourenplan der optimale.
- f) Andernfalls suche das Tourenpaar mit dem maximalen $ERSP^D$, entferne beide Touren aus dem Tourenplan, füge die gemäß a) gebildete gemeinsame Tour hinzu ($K:=K-1$) und gehe nach c). (Die Savings für die neu gebildete Tour entsprechen den geeigneten der alten Einzeltouren).

Untersuchungen über das Worst-Case-Verhalten, aber auch solche an Literaturbeispielen oder realen Problemen zeigen, daß der Savings-Algorithmus insgesamt vorteilhaft einsetzbar ist (16, 26, 31), insbesondere wegen der flexiblen Möglichkeit, weitere Randbedingungen wie Zeitfenster etc. zu berücksichtigen. Deshalb basiert die Mehrzahl der EDV-Umsetzungen der Tourenplanung auf diesem Algorithmus (13, 14, 15, 25).

Bei allen hier beschriebenen Verfahren wird die Anlieferungsmenge als fest vorgegeben (in der Regel durch ihren Erwartungswert) unterstellt. Ein so aufgestellter Tourenplan berücksichtigt die möglichen Variationen der Liefermenge und die Folgekosten, die sich bei Überladung der geplanten Touren ergeben, nicht explizit.

2.3 Stochastische Verfahren

Ein Weg, die Unsicherheit über die tatsächlichen Transportmengen zu berücksichtigen, besteht darin, die Nebenbedingungen bezüglich der Transportkapazität (siehe Definition 1h) stochastisch zu formulieren, indem eine Maximal-Wahrscheinlichkeit für die Überschreitung der Kapazitätsgrenze festgelegt wird. Dann können die exakten Lösungsverfahren und Methoden der stochastischen Optimierung eingesetzt werden (10, 27), bzw. die stochastische Nebenbedingung kann unter bestimmten Voraussetzungen in eine lineare umgewandelt werden. Allerdings werden in beiden Fällen die Probleme noch aufwendiger (28). Da schon deterministische exakte Algorithmen für das Erfassungstourenplanungsproblem einer Molkerei nicht in vertretbarer Zeit zu Ergebnissen führen, erscheint dieser Weg wenig erfolgversprechend.

Die Übertragungen von Lösungsverfahren des Travelling-Salesman-Verfahrens auf stochastische Bedingungen (2, 4, 5) führen zu den gleichen Problemen, wenn eine exakte Lösung gesucht wird. Die entsprechenden Heuristiken zur näherungsweise Lösung

solcher Modelle sind dagegen in der Regel nicht sehr effektiv (5). Es bietet sich deshalb an, den Savings-Algorithmus als Ausgangsbasis zur Übertragung auf den stochastischen Fall zu verwenden, weil dieser zum einen für den deterministischen Fall sehr schnell und effektiv EDV-implementiert werden kann (13, 14, 15, 24, 31), so daß Hoffnung besteht, daß die zusätzlichen Komplikationen durch die stochastische Modellierung die numerische Lösbarkeit des Problems nicht zerstören. Zum anderen führt der Savings-Algorithmus im deterministischen Fall bei realen Problemen zu relativ guten Ergebnissen (13, 15, 23), so daß man annehmen kann, daß auch im stochastischen Fall brauchbare Ergebnisse erzeugt werden können. Hierzu bestehen bereits Vorschläge in der Literatur.

3. Der Lösungsalgorithmus

3.1 Der Ansatz von Stuart and Golden

Stuart and Golden (9) wollen das in Definition 1 beschriebene Problem lösen und gehen dabei vom in Definition 2 dargestellten Savings-Algorithmus aus. Genau wie dort werden, ausgehend von einer Situation mit Pendeltouren, jeweils die zwei Touren zusammengeführt, deren Zusammenfassung den maximalen Savingswert ergibt. Die Kalkulation des Savings wird allerdings um die Berücksichtigung einer Strafe für den Fall ergänzt, daß die jeweilige Tourenplanung zu einer LKW-Überladung führt.

Definition 3

Das stochastische Savingverfahren nach Steward und Golden

- a) Entspricht a) Definition 2
 b) Berechnung der Savings:

$$\begin{aligned} \text{ERSP}_{i,j}^{\text{S1}} &:= \text{DIST}_{i,\emptyset} + \text{DIST}_{\emptyset,j} - \gamma^2 \cdot \text{DIST}_{i,j} + \lambda_i^1 \cdot \text{POSS} \left(\sum_{\tilde{i} \in \text{TOUR}_i} \text{MENG}_{\tilde{i}} > \text{KPZT} \right) \\ &+ \lambda_j^1 \cdot \text{POSS} \left(\sum_{\tilde{j} \in \text{TOUR}_j} \text{MENG}_{\tilde{j}} > \text{KPZT} \right) \\ &- \gamma^2 \cdot \lambda_{i,j}^1 \cdot \text{POSS} \left(\sum_{\tilde{i} \in \text{TOUR}_i} \text{MENG}_{\tilde{i}} + \sum_{\tilde{j} \in \text{TOUR}_j} \text{MENG}_{\tilde{j}} > \text{KPZT} \right) \end{aligned}$$

Dabei sind ERZG_i erster oder letzter Haltepunkt der TOUR_i , ERZG_j erster oder letzter Haltepunkt der TOUR_j , und es wird die mögliche Kombination gewählt, für die ERSP^{S1} maximal wird.

$\text{POSS}(\cdot)$ steht für die Wahrscheinlichkeit der jeweiligen Tourenüberladung, die sich aufgrund der Annahme aus Definition 1b berechnen läßt.

$\lambda_i^1 = \lambda_j^1 = \lambda_{i,j}^1$ kann als positive reelle Zahl (Penalty für Tourenüberladungen) fest vorgegeben werden.

- c) Entspricht c) Definition 2

- d) entfällt, da diese Nebenbedingungen aus Definition 2 hier bereits durch den 2. Teil der Formel b) in das Optimierungskriterium integriert ist.
- e) Entspricht e) Definition 2.
- f) Bilde die Kombinationstour und den neuen Tourenplan gemäß f) Definition 2.
- g) Berechne die Savings für die Kombinationstour und alle anderen Touren neu (das ist notwendig, weil sich die Werte wegen des 2. Teils der Savingsformel b) nicht direkt aus den Werten der Einzeltouren ableiten lassen.)
- h) Gehe nach c).

Da die Verteilungsfunktionen der Anlieferungsmengen der einzelnen Milcherzeuger bekannt sind - und wegen der stochastischen Unabhängigkeit dieser Verteilungsfunktionen - kann die Wahrscheinlichkeit für die Überladung einer definierten Tour berechnet werden. Einen Nachteil dieser Ermittlungsmethode für die Savings kann darin gesehen werden, daß die Streckenlänge der jeweiligen Tour implizit wie im deterministischen Fall ermittelt wird (1. Teil der Formel für den Saving in Definition 3) und erst nachträglich und ohne eine Integration in die Ermittlung der Gesamttourenlänge dieser Wert durch eine extern vorgegebene Strafe im Fall der Überladung korrigiert werden kann (2. Teil der Definition des Savings in Definition 3). Damit unterstellt der Algorithmus, daß z. B. auch nach einer festgestellten Überladung des LKW's die geplante Tour noch weiter gefahren wird und keine Reaktion auf das Überladungsproblem schon bei dessen Entstehen erfolgt (10). Außer für den Spezialfall einer einfachen Verteilung der Liefermenge (d.h. der Lieferant fällt entweder ganz aus oder liefert eine genau definierte Menge) scheint diese Vorgehensweise nicht optimal zu sein (3).

3.2 Die Übertragung der Ideen der Szenario-Optimierung auf diesen heuristischen Algorithmus zur Tourenplanung

Zur Behebung dieses Mangels wäre es sinnvoll, anstelle von globalen Penalties genau zu berücksichtigen, was im Falle einer Überladung bezüglich des gesamten Tourenplans zu geschehen hat. Nimmt man vereinfachend an, daß nur endlich viele diskrete Situationen bezüglich der Liefermengen in Frage kommen, so könnte für jede dieser Situationen festgelegt werden, wie der jeweilige Tourenplan zu gestalten wäre. Dies ist die Vorgehensweise der Szenario-Optimierung (11, 22), bei der das stochastische Planungsproblem gelöst wird, indem für jede definierte Situation die (deterministische) optimale Lösung ermittelt und aus diesen Lösungen mit einem zweiten Schritt unter Berücksichtigung der Eintrittswahrscheinlichkeiten für die diversen Situationen die insgesamt optimale Lösung errechnet wird. Leider ist eine direkte Übertragung dieser Vorgehensweise auf das Problem der Erfassungstourenplanung nicht möglich, weil schon für das Einzelproblem anstelle eines Optimums nur eine „gute“ Lösung mit Hilfe einer Heuristik zu ermitteln ist, was die Konstruktion einer „begründeten“ Heuristik zur Ermittlung der Gesamtlösung aus den Einzelergebnissen in einer zweiten Stufe unmöglich macht. Außerdem ist die Struktur des Ergebnisraums (der Tourenpläne) diskret, so daß auch aus diesem Grund eine Ermittlung des Gesamtoptimums als „gewichtetes“ Mittel der Einzelergebnisse ausscheidet. Ein Ausweg aus dieser Misere bietet die Idee, die Übertragung der Szenario-Optimierung schon in die Ermittlung der Savings zu integrieren, indem die „durchschnittliche“ Streckenlänge jeder Tour unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeit der Tourenüberladung und bei Festlegung der in einem solchen Fall durchzuführenden Hilfsmaßnahmen ermittelt wird.

3.3 Der Planungsalgorithmus zur Erfassungstourenplanung bei nicht exakt bekannten Anliefermengen

Die Idee des Verfahrens besteht darin, exakt festzulegen, durch welche Maßnahmen eine Tourenüberladung zur Sicherstellung der allgemeinen Abholung der Milch ausgeglichen wird. Wir wollen hier davon ausgehen, daß ein Fahrzeug, welches eine Tourenüberladung feststellt, bei dem Erzeuger, der zu einer solchen Überladung führen würde, die Tour abbricht und zum Depot zurückkehrt. Die verbleibende Milchmenge auf der geplanten Resttour wird dann in Form von Pendeltouren abgeholt. Zwar sind auch andere, realitätsnähere Annahmen denkbar (eine weitere, nämlich die Annahme, daß die verbleibenden Erzeuger auf einer zweiten Rundtour, die die restliche geplante Strecke übernimmt, berücksichtigt werden können, wurde ebenfalls testweise programmiert), es ist aber zu berücksichtigen, daß solche Annahmen nicht in erster Linie realitätsnah sein sollen, sondern so einfach gestaltet werden müssen, daß sie rechentechnisch im Rahmen des Algorithmus integriert werden können.

Mit Hilfe einer solchen Annahme läßt sich der Erwartungswert der Tourenlänge für jede denkbare Tour wie im Savings-Algorithmus der Erwartungswert der Ersparnis für eine Tourenzusammenfassung ermitteln. Die Vorgehensweise beschreibt die

Definition 4

Der modifizierte stochastische Savingalgorithmus zur Planung der Milcherfassungstouren bei nicht exakt bekannten Anliefermengen.

Gegeben sei das Problem der Definition 1

a) Start:

$$O := 1 \quad K := I$$

$$TMNG_O := \{TOUR_1, \dots, TOUR_K\}$$

$$\bigwedge_{k=1}^K TOUR_k := [ERZG_{\emptyset}, ERZG_k, ERZG_{\emptyset}]$$

(wie in den Algorithmen der Definitionen 2 und 3)

b) Berechnung der Savings

$$\bigwedge_{i=1}^K \bigwedge_{j=i+1}^K ERSP_{i,j}^{S2} := ESTR_i + ESTR_j - \gamma^3 \cdot ESTR_{i,j}$$

$$\text{mit: } \bigwedge_{i=1}^K ERSP_{i,i}^{S2} := \emptyset$$

$$\bigwedge_{i=1}^K \bigwedge_{j=i+1}^K ERSP_{j,i}^{S2} = ERSP_{i,j}^{S2}$$

wobei der Tourenformfaktor γ^3 eine reelle Zahl „nahe bei“ 1 ist.

b.1) Definition von $ERSP_i$

sei $TOUR_i$ eine beliebige Tour, definiere:

$$\text{TOUR}_{V_i} := \text{TOUR}_i = \left[\text{ERZG}_{1i}, \dots, \text{ERZG}_{l(i)i} \right]$$

und

$$\text{TOUR}_{R_i} := \left[\text{ERZG}_{l(i)i}, \dots, \text{ERZG}_{1i} \right]$$

(Umkehrung der Durchlaufrichtung)

TOUR_{V_i} und TOUR_{R_i} sind Touren im Sinne der Definition 1

Definiere damit:

$$\text{ESTR}_i := \min(\text{ESTR}_{V_i}, \text{ESTR}_{R_i})$$

b.1.1.) Definition von ESTR_{V_i}

$$\text{ESTR}_{V_i} := \text{DIST}_{1,2i} + \sum_{m=1}^{l(i)-1} \text{POSS} \left(\sum_{n=1}^m \text{MENG}_{ni} \leq \text{KPZT} \wedge \sum_{n=1}^{m+1} \text{MENG}_{ni} > \text{KPZT} \right) \cdot \text{PNLT}_{m+1,i}^1$$

mit den Definitionen:

$$\bigwedge_{i=1}^I \text{MENG}_{1i} = \emptyset \quad \bigwedge_{i=1}^I \text{MENG}_{l(i)i} = \infty$$

Für die Tour werden $l(i) - 1$ Fälle unterschieden je nachdem, wo es zu einer Überladung kommt. Damit sind alle möglichen Fälle (aus formalen Gründen wird der unmögliche Fall eine Überladung schon beim ersten Erzeuger integriert) berücksichtigt und für jeden Fall wird die Wahrscheinlichkeit seines Auftretens ($\text{POSS}(\cdot)$) mit der dann entstehenden Streckenlänge PNLT^1 multipliziert. Da der LKW auf jeden Fall zum 1. Erzeuger fährt, beschreibt ESTR den Erwartungswert der Gesamttourenlänge.

b. 1.1.1) Berechnung von $\text{POSS}(\cdot)$

Es seien zwei Ereignisse definiert: (m fest)

$$A := \left\{ \text{Menge aller Liefermengenrealisationen, so daß } \sum_{n=1}^m \text{MENG}_{ni} \leq \text{KPZT} \right\}$$

$$B := \left\{ \text{Menge aller Liefermengenrealisationen, so daß } \sum_{n=1}^{m+1} \text{MENG}_{ni} > \text{KPZT} \right\}$$

dann gilt:

$$\text{POSS}(A \cap B) = \text{POSS}(A \setminus \bar{B}) = \text{POSS}(A) - \text{POSS}(A \cap \bar{B}) = \text{POSS}(A) - \text{POSS}(\bar{B})$$

weil $\bar{B} \subset A$

wegen der Voraussetzungen der Definition 1b) sind auch die Zufallsvariablen

$$\sum_{n=1}^m \text{MENG}_{ni} \text{ und } \sum_{n=1}^{m+1} \text{MENG}_{ni} \text{ normalverteilt mit Erwartungswerten } \sum_{n=1}^{m(+1)} \text{ERWT}_{ni}$$

und Streuungen $\sqrt{\sum_{n=1}^{m+1} (\text{STRU}_{ni})^2}$ deshalb gilt:

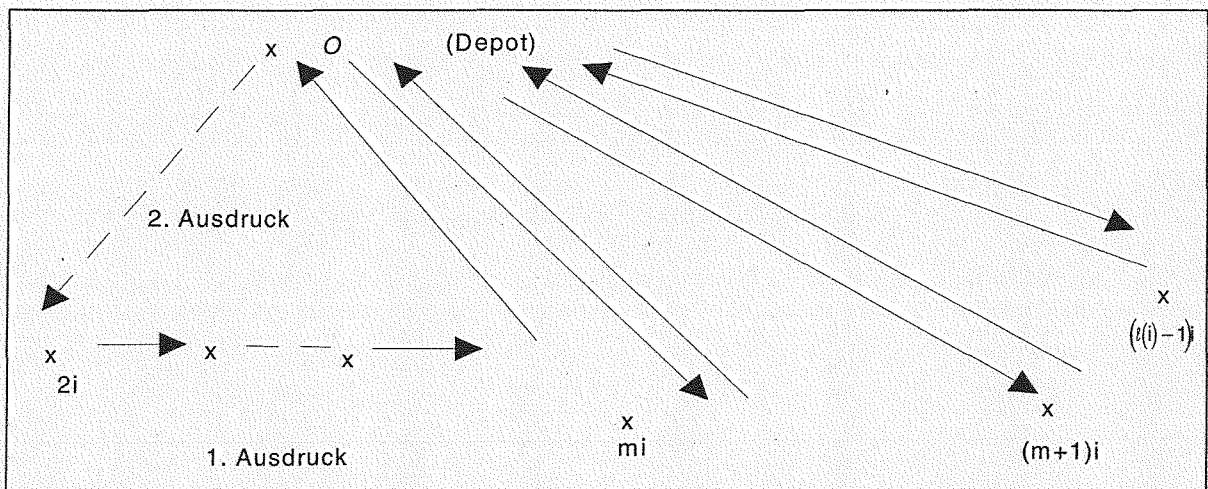
$$\text{POSS} \left(\sum_{n=1}^m \text{MENG}_{ni} \leq \text{KPZT} \wedge \sum_{n=1}^{m+1} \text{MENG}_{ni} > \text{KPZT} \right)$$

$$= \Phi \left(\frac{\text{KPZT} - \sum_{n=1}^m \text{ERWT}_{ni}}{\sqrt{\sum_{n=1}^m (\text{STRU}_{ni})^2}} \right) - \Phi \left(\frac{\text{KPZT} - \sum_{n=1}^{m+1} \text{ERWT}_{ni}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{m+1} (\text{STRU}_{ni})^2}} \right)$$

wobei Φ die Verteilungsfunktion der normierten Normalverteilung $(N(\emptyset, 1))$ ist. Dies ergibt sich unter Anwendung des zuvor gezeigten direkt durch Standardisierung der beiden allgemeinen Normalverteilungen.

b.1.1.2.) Definition von $\text{PNLT}_{m,j}^1$

Falls es zu einer Überladung am Ort m kommen würde, so führt die Tour vom Depot auf dem vorgeschlagenen Weg bis zum Erzeuger m (siehe b.1.1). Der Teil vom ersten Erzeuger bis hierher ist im ersten Ausdruck berücksichtigt. Vom Erzeuger m geht es zurück zum Depot (2. Ausdruck). Die Milch vom Erzeuger m (und alle folgenden) wird annahmegemäß mit Pendeltouren abgeholt (3. Ausdruck).



$$\bigwedge_{m=2}^{l(i)} \text{PNLT}_{m,i}^1 = \sum_{n=2}^{m-1} \text{DIST}_{m,(n+1)i} + \text{DIST}_{mi,l(i)i} + 2 \cdot \sum_{n=m}^{l(i)-1} \text{DIST}_{ni,l(i)i}$$

b.1.2.) Definition von ESTR_{ri}

Mit TOUR_{ri} aus b.1. an Stelle von TOUR_{vi} wie in b.1.1 für ESTR_{vi} .

b.2.) Definition von $ESTR_j$

Mit $TOUR_j$ an Stelle von $TOUR_i$ entsprechend zu $ESTR_i$ in b.1.

b.3.) Definition von $ESTR_{i,j}$

$$ESTR_{i,j} := \min \left[ESTR_{vi,vj}, ESTR_{ri,vj}, ESTR_{vi,rj}, ESTR_{ri,rj}, ESTR_{vj,vi}, ESTR_{vj,ri}, \right. \\ \left. ESTR_{rj,vi}, ESTR_{rj,ri} \right]$$

mit:

$$TOUR_{vi,vj} := \left[ERZG_{1i}, \dots, ERZG_{(\ell(i)-1)i}, ERZG_{2j}, \dots, ERZG_{\ell(j)j} \right]$$

$$TOUR_{ri,vi} := \left[ERZG_{\ell(i)i}, \dots, ERZG_{2i}, ERZG_{2j}, \dots, ERZG_{\ell(j)j} \right]$$

$$TOUR_{vi,ri} := \left[ERZG_{1i}, \dots, ERZG_{(\ell(i)-1)i}, ERZG_{(\ell(j)-1)j}, \dots, ERZG_{1j} \right]$$

$$TOUR_{ri,rj} := \left[ERZG_{\ell(i)i}, \dots, ERZG_{2i}, ERZG_{(\ell(j)-1)j}, \dots, ERZG_{1j} \right]$$

$$TOUR_{vj,vi} := \left[ERZG_{1j}, \dots, ERZG_{(\ell(j)-1)j}, ERZG_{2i}, \dots, ERZG_{\ell(i)i} \right]$$

$$TOUR_{vj,ri} := \left[ERZG_{1j}, \dots, ERZG_{(\ell(j)-1)j}, ERZG_{(\ell(i)-1)i}, \dots, ERZG_{1i} \right]$$

$$TOUR_{rj,vi} := \left[ERZG_{\ell(j)j}, \dots, ERZG_{2j}, ERZG_{2i}, \dots, ERZG_{\ell(i)i} \right]$$

$$TOUR_{rj,ri} := \left[ERZG_{\ell(j)j}, \dots, ERZG_{2j}, ERZG_{(\ell(i)-1)i}, \dots, ERZG_{1i} \right]$$

verwendete $TOUR_{.,.}$ entsprechend zu $TOUR_{vi}$ in b.1.1.

Die komplexe Berechnung der Savings ist notwendig, weil wie in Definition 2 und 3 die Art der Zusammenfügung der Touren, zusätzlich aber auch die Fahrtrichtung den Saving einer Tourenzusammenführung ändert. Der Erwartungswert der Fahrtstrecke ist nämlich c.p. höher, wenn Erzeuger mit großen Lademengen oder einer hohen Variation der Lademenge am Ende einer Tour besucht werden.

c) entspricht c) Definition 2

d) entfällt wie in d) Definition 3

e) entspricht e) Definition 2

$TMNG_0$ ist der gesuchte Tourenplan

Ausgabe geeigneter Informationen und Ende

f) Verbesserung des Tourenplans

Definiere:

$$ERSP_{i\max, j\max}^{S2} = \underset{\substack{i=2\dots K \\ j=i+1\dots K}}{\text{Max}} ERSP_{i,j}^{S2}$$

$$O = 0 + 1, K = K - 1$$

$$TMNG_0 = TMNG_{0-1} \setminus \{TOUR_{i\max} \cup TOUR_{j\max}\} \cup TOUR_{vi\max, vj\max}$$

wobei o.B.d.A. das Minimum in b.3) durch $ESTR_{vi\max, vj\max}$ angenommen werden möge. Berechne die Savings für die neue Tour mit allen anderen Touren gemäß b) und gehe dann nach c).

Der hier dargestellte Algorithmus verbindet die Vorteile der deterministischen Variante des Saving-Algorithmus (Definition 2), bei der die Savings direkt als Ersparnisse bezüglich der Tourenlänge interpretiert werden können (in diesem Algorithmus definieren die Savings Ersparnisse bezüglich des Erwartungswerts der Tourenlänge) mit den Vorteilen des konventionellen stochastischen Algorithmus (Definition 3), bei dem im Unterschied zum deterministischen Algorithmus die Wahrscheinlichkeit von Überladungen bei der Tourenplanung berücksichtigt wird. Dieser Algorithmus stellt aber gegenüber der konventionellen stochastischen Variante eine Weiterentwicklung dar, da die Berücksichtigung dieser Überladungen nicht durch extern vorgegebenen Strafen, sondern über die tatsächlich durch eine Überladung entstehenden Tourenstreckenverlängerungen dargestellt wird.

In der hier verwendeten reinen Form des Algorithmus werden keine weiteren Nebenbedingungen berücksichtigt, bei der praktischen Planung werden jedoch andere Fragen, wie z. B. Zeitfenster oder ähnliches, eine Rolle spielen. Genau wie beim deterministischen Algorithmus können solche Nebenbedingungen jedoch bei der Tourenzusammenführung wegen des iterativen Charakters des Verfahrens berücksichtigt werden.

4. Die Umsetzung des revidierten stochastischen Algorithmus zur Tourenplanung

4.1 Die Eingabedaten

Der Algorithmus in der hier vorgestellten Form benötigt neben der Fahrzeugkapazität $KPZT$, die sich aus der Fahrzeugbeschreibung ergibt, für jeden Erzeuger i den Erwartungswert $ERWT_i$ und die Streuung $STRU_i$ seiner Anlieferungsmenge. Zur praxisgerechten Ermittlung dieser Daten muß zunächst festgelegt werden, für welchen Zeitraum die Tourenplanung gelten soll. Neben der zufälligen Streuung ergeben sich nämlich regional unterschiedlich ziemlich deutliche jahreszeitlich bedingte Abweichungen der jeweiligen täglichen Anlieferungsmengen. Soll der Tourenplan nur für einen Teil des Jahres gelten, so kann der Teil der Variation der Anlieferungsmenge, der saisonal bedingt ist, prognostiziert werden, was die verbleibene Anlieferungsvariation reduziert und c. p. zu einer verbesserten Tourenplanung führt. Bei Vertriebsproblemen können eventuell von Wochentagen oder ähnlichen prognostizierbaren Einflüssen abhängige Schwankungen auf diese Weise eliminiert werden, falls man bereit ist, für die sich so ergebenden unterschiedlichen Anlieferungssituationen auch unterschiedliche Tourenpläne zu erstellen. Ein zeitlicher Trend der Anlieferung oder Brüche durch Auf- und Abstockungen der Milchkühe bei den Milcherzeugern lassen sich durch entsprechende Betrachtungen ebenfalls kompensieren.

Nach der Festlegung des Zeitraums, für den der Tourenplan gelten soll, ist für einen festzulegenden, für alle Erzeuger gleichbleibenden zurückliegenden Zeitraum die tägliche Anlieferungsmenge für den jeweiligen Erzeuger als Stichprobe zu verwenden, aus der

Erwartungswert und Variation der Zufallsvariablen Anlieferungsmenge geschätzt werden können.

Definition 5

Ermittlung von Erwartungswert und Streuung der Anlieferungsmenge eines Milch-erzeugers.

Für den Erzeuger i sei $\{MENG_{ji}\}_{j=1..J}$ die bezüglich des Planungszeitraumsrelevante Stichprobe. Durch:

$$a) \overline{ERWT}_i = \frac{\sum_{j=1}^J MENG_{ji}}{J}$$

und

$$b) \overline{STRU}_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (MENG_{ji} - \overline{ERWT}_i)^2}{J-1}}$$

lassen sich Schätzungen für die benötigten Parameter der Verteilung der Zufallsvariablen $MENG_i$ ermitteln.

Mit Hilfe der Stichproben, die für alle Erzeuger bezüglich des gleichen Planungszeitraums ermittelt werden sollten, läßt sich auch die Hypothese der Normal-Verteilung der Zufallsvariablen über den Chiquadrat-Anpassungstest und die Annahme, daß die Zufallsvariablen paarweise stochastisch unabhängig sind, über die Schätzung der entsprechenden Kovarianzen prüfen.

Die für die Tourenplanung benötigte Entfernungen zwischen den Erzeugern und zum Depot können aus den Koordinaten dieser Orte, die einer geeigneten Karte entnommen werden sollten, erzeugt werden (13, 23). Diese Vorgehensweise ist recht einfach und kostensparend, führt jedoch bei ungünstigen geographischen Verhältnissen zu recht ungenauen Ergebnissen. In solchen Fällen sollten die tatsächlichen Entfernungen auf Basis einer Straßenkarte oder unter Berücksichtigung entsprechender digitalisierter Karten ermittelt werden.

4.2 Die Abwandlung der Algorithmen zu ihrer Implementierung

Wegen des heuristischen Charakters der drei hier diskutierten Saving-Algorithmen läßt sich die behauptete relative Vorteilhaftigkeit der Neuentwicklung (Definition 4) gegenüber der deterministischen Betrachtungsweise (Definition 2) und dem klassischen stochastischen Vorgehen (Definition 3) nicht beweisen. Um die Aussage, daß diese Neuentwicklung vorteilhaft verwendet werden kann, zu stützen, sollen die Ergebnisse der verschiedenen Verfahren aus unterschiedlichen Beispieldatensätzen als erste Argumentationshilfe herangezogen werden. Um die notwendigerweise aufwendigen Berechnungen abzukürzen, war es deshalb notwendig, die Algorithmen gegenüber ihrem reinen Zustand zu modifizieren, da es sonst unmöglich gewesen wäre, genügend viele Läufe mit unterschiedlichen Beispieldatensätzen und unterschiedlichen Parametern in vertretbarer Zeit durchzuführen.

Zunächst wurde zusätzlich in den stochastischen Variationen des Saving-Algorithmus (Definitionen 3 u. 4) eine Maximalladung $KPZT_{\max} \geq KPZT$ eingeführt, wobei in Teil d) der Algorithmen entsprechend zum Teil d) des deterministischen Verfahrens zusätzlich geprüft wurde, ob die geplante Zusammenfassung von Touren zu einer Überladung bezüglich dieser Obergrenze führen würde, und dann nur solche Touren berücksichtigt wurden, die diese zweite Obergrenze nicht überschritten. Dies hatte zur Folge, daß die möglichen Überladungen der geplanten Touren nach oben begrenzt waren.

Außerdem wurde für alle drei Algorithmen ein Parameter $ANZL_{\max}$ eingeführt, der die Zahl der Touren, die auf Zusammenfassung mit der gerade zu untersuchenden Tour überprüft wurden, begrenzte. Hierzu wurde in bezug auf eine zu untersuchende Tour nur die Menge von Tourenkandidaten betrachtet, die zahlenmäßig durch den neueingeführten Parameter begrenzt war und inhaltlich besonders günstig zu der untersuchten Tour lag. Als besonders günstig werden dabei die Tourenkandidaten angesehen, die nahe bei der betrachteten Tour liegen, d.h. ausgehend von dem jeweils untersuchten Anfangs- oder Endpunkt der betrachteten Tour die Tourenkandidaten, deren jeweils günstigster Anfangs- bzw. Endpunkt besonders nahe an dem Untersuchungspunkt liegt.

Für den revidierten stochastischen Tourenplanungsalgorithmus wurde zusätzlich eine zweite Unterstellung bezüglich des Verhaltens bei Überladung gemacht. Es wurde nämlich angenommen, daß die verbleibenden Restkunden dann auf einer zweiten Rundtour, die per Definitionen nicht mehr überladen werden konnte, berücksichtigt werden können. Außerdem wurden für den normalen stochastischen Tourenplanungsalgorithmus zwei Verfahren angegeben, die Strafgewichte aus dem Datenbestand festzulegen, nämlich einerseits durch die durchschnittliche Tourverlängerung, wenn nachfolgend Pendeltouren gefahren werden müssen, und andererseits durch die durchschnittliche Tourenverlängerung, wenn nachfolgend eine zweite Rundtour gefahren werden muß, sowie durch das gewichtete arithmetische Mittel beider Verfahren. Einen Überblick über diese Modifikationen des Algorithmus gibt die Definition 6.

Definition 6

Ergänzungen der Algorithmen zur Tourenplanung bei der Implementierung.

- a) In den Algorithmen der Definitionen 2, 3 und 4 werden in Schritt f) nur die Tourenpaare i, j berücksichtigt, für die gilt:

$$\sum_{m=2}^{\ell(i)-1} MENG_{mi} + \sum_{n=2}^{\ell(j)-1} MENG_{nj} \leq KPZT_{\max}$$

Demzufolge brauchen auch nur für solche Savings ermittelt zu werden. Die zugelassene Überladung wird durch $KPZT_{\max}$ beschränkt.

- b) In den Algorithmen der Definition 2, 3 und 4 werden in Schritt f) nur die $ANZL_{\max}$ „am günstigsten“ zu $TOUR_i$ liegenden $TOUR_j$ für eine Zusammenfassung überprüft, gemäß dem Kriterium:

$$\text{Min} \left[\text{DIST}_{2i,2j}, \text{DIST}_{2i,(\ell(j)-1)j}, \text{DIST}_{(\ell(i)-1)i,2j}, \text{DIST}_{(\ell(i)-1)i,(\ell(j)-1)j} \right] = \text{min}$$

Demzufolge brauchen auch nur für solche Savings ermittelt werden. Die zugelassene Distanz zwischen zusammenzufassenden Touren wird beschränkt.

- c) Im Algorithmus der Definition 3 wird in Schritt b) λ nicht extern vorgegeben, sondern berechnet als:

$$\lambda_i^2 := \frac{2 \cdot \sum_{m=2}^{l(i)-1} \sum_{n=m}^{l(i)-1} \text{DIST}_{ni, l(i)}}{l(i) - 2}$$

(durchschnittliche Tourenverlängerung bei Abholung der Übermenge auf Pendeltouren)

oder

$$\lambda_i^3 := \frac{2 \cdot \sum_{n=2}^{l(i)-1} \text{DIST}_{ni, (n+1)i}}{l(i) - 2}$$

(durchschnittliche Tourenverlängerung bei Abholung der Übermenge auf einer zweiten Rundtour)

oder

$$\lambda_i^4 := \alpha \cdot \lambda_i^2 + \beta \cdot \lambda_i^3 \quad \alpha, \beta > \emptyset \quad \alpha + \beta = 1 \quad \lambda_j, \lambda_{i,j} \text{ werden entsprechend ermittelt.}$$

- d) Im Algorithmus der Definition 4 wird in b.1.1.2) ersetzt durch:

$$\text{PNLT}_{m,i}^2 := \sum_{n=2}^{m-1} \text{DIST}_{ni, (n+1)i} + 2 \cdot \text{DIST}_{mi, l(i)} + \sum_{n=m}^{l(i)-1} \text{DIST}_{ni, (n+1)i}$$

(Tourenlänge bei Abholung der Übermengen durch Fortsetzung auf einer zweiten Rundtour)

oder

$$\text{PNLT}_{m,i}^3 := \alpha \cdot \text{PNLT}_{m,i}^1 + \beta \cdot \text{PNLT}_{m,i}^2$$

$$\alpha, \beta > \emptyset \quad \alpha + \beta = 1$$

4.3 Die EDV-Implementierung der Algorithmen

Die Daten der zur Untersuchung der Algorithmen verwendeten Beispiele (siehe 5.) ließen sich gut in dBase-Dateien verwalten. Wegen der Form der Literaturbeispiele wurde ausschließlich die Koordinatenmethode verwendet. Neben der Nummer des Milcherzeugers wurden demgemäß in den dBase-Dateien seine kartesischen Koordinaten sowie der Erwartungswert und die Standardabweichung seiner Anlieferungsmenge eingegeben. Weitere Parameter wie Zeitfenster oder ähnliches ließen sich ebenfalls in diesen Dateien verwalten. Nachdem der Versuch mit dBase-Programmen zu unakzeptabel langen Rechenzeiten bezüglich der Saving-Algorithmen führte, wurden die Algorithmen in Turbo-Pascal programmiert*), wobei die Eingabe der Daten über die dBase-Dateien und die der Steuerungsparameter über eine gesonderte Textdatei erfolgt. Die Ausgabe der Ergebnisse lief ebenfalls in eine Textdatei, wobei zusätzlich der Fortgang des Tourenaufbaus graphisch am Bildschirm verfolgt werden konnte.

*) Diese Arbeiten übernahm Herr Hargens

Die Ausgabe enthält eine Tourenübersicht, in der für jede Tour der Erwartungswert der Gesamtladungsmenge sowie deren Variation, die Wahrscheinlichkeit, daß die Tour insgesamt zu einer Überladung führt, die Anzahl der Kunden auf der Tour sowie der Erwartungswert für die Gesamttourenlänge gemäß den durch Parameter eingegebenen Optimierungskriterien ausgegeben werden. Zusätzlich werden zum Vergleich verschiedener Ergebnisse die Gesamttourenlänge ohne Berücksichtigung der Möglichkeit eines Scheiterns durch Überladung sowie der Erwartungswert der Tourenlänge gemäß den Annahmen des in Definition 4 dargestellten Algorithmus ausgegeben. Neben der Tourenübersicht wird für jede Tour gesondert eine Beschreibung ausgegeben, in der die Reihenfolge der Erzeuger, die sie beschreibenden Parameter und die jeweils zu fahrenden Fahrstrecken berücksichtigt werden. Die Ausgabe-Parameter werden zusammenfassend in der Definition 7 beschrieben.

Definition 7

Die Ausgabe des Programms zum Vergleich zur Tourenplanung

Für alle Beispieldatensätze und die Lösungen mit den verschiedenen Methoden werden ausgegeben:

Eine Tourenübersicht mit:

$$a) \bigwedge_{k=1}^K \text{ELAD}_k := \sum_{n=2}^{l(k)-1} \text{MENG}_n$$

(Erwartungswert der Gesamtladungsmenge der Tour)

$$b) \bigwedge_{k=1}^K \text{ESTR}_k := \sqrt{\sum_{n=2}^{l(k)-1} (\text{STRU}_n)^2}$$

(Streuung der Gesamtladungsmenge der Tour)

$$c) \bigwedge_{k=1}^K \text{PULD}_k := \text{POSS} \left(\sum_{n=2}^{l(k)-1} \text{MENG}_n > \text{KPZT} \right) = 1 - \Phi \left(\frac{\text{KPZT} - \sum_{n=2}^{l(k)-1} \text{ERWT}_n}{\sqrt{\sum_{n=2}^{l(k)-1} (\text{STRU}_n)^2}} \right)$$

(Wahrscheinlichkeit einer Tourenüberladung)

$$d) \bigwedge_{k=1}^K \text{ANZL}_k := l(k) - 1$$

(Anzahl der Haltepunkte der Tour)

$$e) \bigwedge_{k=1}^K \text{ESTR}_k$$

(Erwartungswert der Tourenlänge unter den Optimierungsannahmen)

$$f) \bigwedge_{k=1}^K \text{LAEN}_k := \sum_{n=\emptyset}^{l(k)-1} \text{DIST}_{n,n+1}$$

(Tourenlänge im Fall ohne Überladung)

$$g) \bigwedge_{k=1}^K \text{ESTR}_k \text{ (Parameter der Definition 4)}$$

(Erwartungswert der Tourenlänge unter den Annahmen der Definition 4)

Außerdem wird für jede Tour der Tourverlauf, d. h. die Abfolge der Haltepunkte mit der Entwicklung der Lademenge und der Streckenlänge ausgegeben. Der Tourenaufbau wird in seiner zeitlichen Abfolge grafisch dargestellt.

Der Zweck des Programms ist der Vergleich des klassischen deterministischen Saving-Verfahrens (Definition 2) und der konventionellen stochastischen Variante (Definition 3) mit dem in Definition 4 beschriebenen revidierten Verfahren. Hierbei sollten auch alle durch die Definition 6 ermöglichten Abänderungen der drei Verfahren durch Parameter-Variationen berücksichtigt werden. Wegen des heuristischen Charakters der Methoden ist nämlich nicht auszuschließen, daß^{*)} nur aus Gründen der Rechenzeiterparnis vorgeschlagenen Abänderungen (Teil a) und b) der Definition 6) zu unerwarteten Ergebnisveränderungen führen (hierzu mehr im Kapitel 5). Da ein kommerzieller Einsatz der Programme nicht vorgesehen war, wurde auch auf eine Optimierung der Rechenzeiten und des Speicherplatzbedarfs verzichtet, weshalb die Laufzeiten nur hinsichtlich des Vergleichs der verschiedenen Algorithmen untereinander - aber nicht im Vergleich zu anderen Programmen - aussagefähig sind. Weil die den Algorithmen zugrunde liegenden Annahmen über die Realität (abgeleitet aus deren Zielfunktionen) entweder wie im durch die Definition 2 beschriebenen Algorithmus gar nicht direkt in Tourenlängen umrechenbar oder aber unterschiedlich sind, ist ein direkter Vergleich der Ergebnisse problematisch. Deshalb wurden mehrere Kriterien zur Beurteilung der Qualität der Tourenplanung berücksichtigt (siehe Definition 7). Neben der absoluten Tourenlänge, die wegen der fehlenden Berücksichtigung kostenträchtiger Folgen von Überladungen wenig aussagekräftig ist, wurden der Erwartungswert der Tourenlänge gemäß den Annahmen der Definition 4 als realitätsnähestes zur Verfügung stehendes Kriterium und zusätzlich die Wahrscheinlichkeit für Tourenüberladungen herangezogen, da c. p. ein Tourenplan mit geringeren Wahrscheinlichkeiten von Tourenüberladungen zu geringeren Kosten führt als ein solcher, der mit höherer Wahrscheinlichkeit zu diesem kostenträchtigen „Unfall“ führt. Alle Rechnungen wurden auf einem PC 486 DX mit 16 MB Hauptspeicher und 33 Megahertz Taktfrequenz sowie ISA-BUS durchgeführt.

5. Die Ergebnisse der Vergleichsrechnungen

5.1 Die Beispieldaten

Die Qualität von Ergebnissen heuristischer Optimierungsverfahren ist in der Regel stark problemabhängig. Dies hat zur Folge, daß sich zu jedem Algorithmus auch ein Beispiel dergestalt konstruieren läßt, daß dieses Verfahren im Vergleich zu konkurrierenden als besonders vorteilhaft erscheint. Um ein solches Scheinergebnis möglichst zu vermeiden, wurden zum Vergleich der unterschiedlichen Saving-Algorithmen neben zahlreichen kleineren, zufällig erzeugten Beispielen insbesondere zwei in der Literatur dokumentierte

^{*)} Diese Idee entwickelte Herr Hargens

Datensätze verwendet, die aufgrund ihrer Entstehungsgeschichte unverdächtig sind, den in Definition 4 beschriebenen Algorithmus unverdient gut aussehen zu lassen. Dies ist zum einen das Beispiel mit 75 Haltepunkten, daß Stuart and Golden in (27) verwendeten, um ihren in Definition 3 beschriebenen Algorithmus vorzuführen. Zum anderen wurde, um einen direkten Bezug zur Milcherfassung zu haben, das in (23) dokumentierte Beispiel eines Teilerfassungsgebietes einer Molkerei verwendet, an dem der deterministische Saving-Algorithmus der Definition 2 demonstriert worden ist. Um dieses Beispiel den vereinfachenden Annahmen der hier erfolgenden Untersuchung anzupassen, wurden nur LKW des Typs 3 (Kapazität 9.000 kg) berücksichtigt, alle Zeitschranken außer acht gelassen, die im Beispiel angegebene Anlieferungsmenge als Erwartungswert berücksichtigt und eine Streuung von ca. 5 % der zu erwartenden Anlieferungsmenge in das Beispiel integriert, wobei, um schematische Zusammenhänge zu vermeiden, diese Streuung auf Basis der Anzahl der zu einem Haltepunkt aggregierten Erzeuger noch variiert wurde.

5.2 Die Ergebnisse bezüglich der beiden Literaturdatensätze

Obwohl das Programm zur Ermittlung der Tourenpläne für die Beispielsdateien mit Hilfe eines der drei Verfahren in der Regel deutlich weniger als fünf Minuten zur Lösung brauchte, gestalteten sich die Rechenarbeiten sehr zeitintensiv. Durch die parametrischen Modifikationen der drei Verfahren gemäß der Definition 6 waren neben der Mengenbeschränkung $KPZT_{max}$, der Anzahlsbeschränkung $ANZL_{max}$ und dem Tourenformfaktor γ auch der Parameter α und damit vier unabhängig voneinander variierbare Eingabewerte zu beachten. Wegen des heuristischen Charakters der Lösungsmethoden war eine stetige Abhängigkeit der Ergebnisse von den Eingabedaten nicht vorauszusetzen, so daß flächendeckend bezüglich aller Parametervariationen gesucht werden mußte. Bei der Eingabe von nur zehn diskreten Werten je Parameter war demgemäß bei einer vollständigen Untersuchung aller Parameterkonstellationen für nur einen Datensatz eine mehrmonatige Rechenzeit zu erwarten. Deshalb konnte nur ein recht grobes Netz der Parameterwerte der Untersuchung zugrunde gelegt werden, wobei in der Nähe von den in ersten Rechnungen als interessant festgestellten Stellen dann Verfeinerungen betrachtet wurden. Es ist somit nicht auszuschließen, daß auf Basis eines nicht überprüften Parametersatzes noch Verbesserungen der hier dokumentierten Ergebniswerte erreicht werden können. Da andererseits die Tendenz der Ergebnisse nicht nur bei den beiden Literaturdatensätzen, sondern auch bei einer Vielzahl von kleineren zufällig erzeugten Beispielsätzen eindeutig übereinstimmte, dürfte diese Einschränkung die Qualität der quantitativen Aussagen in ihrer Substanz nicht berühren. Ein Überblick über die Ergebnisse geben die Übersichten 1 und 2.

Übersicht 1

Die Ergebnisse der Tourenplanung mit den drei Algorithmen für das Beispiel mit 103 Haltepunkten

Methode	Anzahl (ANZL)	Erwartungswert der Tourlänge (ESTR) Definition 4	Tourenlänge (LAEN) in km	Wahrscheinlichkeit der Überladung (PULD) max	Laufzeit in sec
deterministisch (Definition 2)	14	928	820	0,43	42
stochastisch* klassisch (Definition 3)	14	864	828	0,17	46
stochastisch neu (Definition 4)	15	840	839	0,006	65

Die Ergebnisse wurden mit $\gamma := 1, KPZT_{\max} := KPZT, ANZL_{\max} := 15, \alpha := 1$ erzielt.

* hier wurde das (bessere) Ergebnis mit $ANZL_{\max} = 12$ verwendet.

Übersicht 2

Die Ergebnisse der Tourenplanung mit den drei Algorithmen für das Beispiel mit 75 Haltepunkten

Methode	Anzahl (ANZL)	Erwartungswert der Tourlänge (ESTR) Definition 4	Tourenlänge (LAEN) in km	Wahrscheinlichkeit der Überladung (PULD) max	Laufzeit in sec
deterministisch (Definition 2)	9	1088	829	0,50	24
stochastisch* klassisch (Definition 3)	10	985	838	0,50	36
stochastisch neu (Definition 4)	10	883	867	0,17	42

Die Ergebnisse wurden mit $\gamma := 1, KPZT_{\max} := KPZT, ANZL_{\max} := 15, \alpha := 1$ erzielt.

* hier wurde das (bessere) Ergebnis mit $ANZL_{\max} = 18$ verwendet.

Die Übersichten 3 und 4 geben einen Überblick über die mit in diesen Verfahren für die beiden Beispiele erzeugten Tourenpläne.

Übersicht 3: Tabellarische Darstellung der drei Algorithmen für das Beispiel mit 103 Haltepunkten

a) Die Lösung des deterministischen Algorithmus				b) Die Lösung des klassischen stochastischen Verfahrens				c) Die Lösung des neuen stochastischen Verfahrens			
Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer	Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer	Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer
Depot	90	150		Depot	90	150		Depot	90	150	
Tour 1	56	92	75	Tour 1	3	90	2	Tour 1	56	92	75
	46	75	6		11	51	70		46	75	6
	36	61	5		8	45	3		36	61	5
	25	32	4		1	10	1		25	32	4
	1	10	1		25	32	4		1	10	1
	8	45	3		36	61	5		8	45	3
	11	51	70		46	75	6		11	51	70
	3	90	2		56	92	75		3	90	2
	21	163	87		58	111	81		52	121	74
Tour 2	52	121	74	Tour 2	52	121	74	Tour 2	58	111	81
	58	111	81		76	71	76		76	71	76
	76	71	76		81	26	7		81	26	7
	81	26	7		121	41	8		121	41	8
	121	41	8		142	59	9		142	59	9
	142	59	9		145	61	10		145	61	10
	145	61	10		147	68	11		147	68	11
	147	68	11		92	121	82		92	121	82
	92	121	82								
Tour 3	162	105	80	Tour 3	162	105	80	Tour 3	162	105	80
	212	54	12		212	54	12		212	54	12
	231	43	13		231	43	13		231	43	13
	262	68	16		262	68	16		238	29	14
	249	71	15		249	71	15		262	68	16
	191	139	54		191	139	54		249	71	15
	171	139	85		171	139	85		197	138	84
	153	135	83		153	135	83		191	139	54
										171	139
Tour 4	238	29	14	Tour 4	238	29	14	Tour 4	365	136	53
	315	17	20		315	17	20		378	125	52
	301	92	19		301	92	19		391	111	51
	278	87	18		278	87	18		386	95	22
									387	84	23
									402	81	25
									416	77	26
Tour 5	271	34	17	Tour 5	271	34	17	Tour 5	278	87	18
	348	14	21		348	14	21		301	92	19
	387	36	24		387	36	24		315	17	20
	386	95	22		416	77	26				
	387	84	23		402	81	25				
	402	81	25		387	84	23				
	416	77	26		386	95	22				
	420	110	31		391	111	51				
	391	111	51		378	125	52				
	378	125	52		365	136	53				

Forstsetzung Übersicht 3

a) Die Lösung des deterministischen Algorithmus				b) Die Lösung des klassischen stochastischen Verfahrens				c) Die Lösung des neuen stochastischen Verfahrens			
Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer	Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer	Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer
Tour 6	419	45	27	Tour 6	419	45	27	Tour 6	451	57	28
	472	53	30		172	53	30		453	61	29
	453	61	29		453	61	29		472	53	30
	451	57	28		451	57	28		419	45	27
Tour 7	461	121	32	Tour 7	420	110	31	Tour 7	461	240	45
	475	134	33		461	121	32		492	242	46
	483	141	34		475	134	33		492	223	43
	471	147	35		483	141	34		451	175	38
	453	163	37		471	147	35		453	163	37
	451	175	38		453	163	37		471	147	35
	492	223	43		451	175	38		483	141	34
	492	242	46		492	223	43		475	134	33
	461	240	45		492	242	46		461	121	32
	430	239	44		461	240	45		420	110	31
	391	211	42		391	211	42				
Tour 8	345	261	47	Tour 8	278	162	56	Tour 8	345	261	47
	347	212	61		321	185	57		393	289	48
	391	211	42		401	151	36		435	291	49
	421	181	39		421	181	39		430	239	44
	401	151	36		430	239	44		421	181	39
	365	136	53		435	291	49		401	151	36
	335	193	58		393	289	48		335	193	58
	321	185	57		345	261	47		321	185	57
	278	162	56		245	227	62				
	Tour 9	372	200		41	Tour 9	347		212	61	Tour 9
383		198	40	372	200		41	383	198	40	
435		291	49	383	198		40	391	211	42	
393		289	48	335	193		58	347	212	61	
Tour 10	288	278	67	Tour 10	321	293	50	Tour 10	288	278	67
	290	281	68		290	281	68		290	281	68
	321	293	50		288	278	67		321	293	50
	221	272	66		235	251	64		221	272	66
Tour 11	211	194	59	Tour 11	211	194	59	Tour 11	254	151	55
	270	195	60		270	195	60		278	162	56
	254	151	55		254	151	55		270	195	60
	197	138	84		197	138	84		211	194	59
Tour 12	231	231	63	Tour 12	231	231	63	Tour 12	172	230	92
	245	227	62		221	272	66		191	253	65
	235	251	64		210	290	69		210	290	69
	210	290	69		191	253	65		235	251	64
	191	253	65		172	230	92		245	227	62
	172	230	92		138	268	98		231	231	63
	101	181	88		135	291	101		153	135	83
	83	178	77		128	263	97				
	85	151	86		115	245	94				

Forstsetzung Übersicht 3

a) Die Lösung des deterministischen Algorithmus				b) Die Lösung des klassischen stochastischen Verfahrens				c) Die Lösung des neuen stochastischen Verfahrens			
Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer	Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer	Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer
Tour 13	23	211	71	Tour 13	83	178	77	Tour 13	85	151	86
	35	225	90		142	221	89		21	163	87
	35	241	93		141	227	91		23	211	71
	115	245	94		47	247	95		35	225	90
	128	263	97		35	225	90		35	241	93
	135	291	101		23	211	71		47	247	95
	138	268	98		21	163	87		83	178	77
	141	227	91		85	151	86				
	142	221	89								
Tour 14	17	247	96	Tour 14	63	271	99	Tour 14	17	247	96
	21	293	102		65	275	100		21	293	102
	35	298	72		71	297	103		35	298	72
	38	477	73		95	351	79		38	477	73
	91	438	78		91	438	78		91	438	78
	95	351	79		38	477	73		95	351	79
	71	297	103		35	298	72		71	297	103
	65	275	100		21	293	102		65	275	100
	63	271	99		17	247	96		63	272	99
	47	247	95		35	241	93				
								Tour 15	101	181	88
									115	245	94
									128	263	97
									135	291	101
									138	268	98
									141	227	91
									142	221	89

Übersicht 4: Tabellarische Darstellung der Tourenpläne der drei Algorithmen für das Beispiel mit 75 Haltepunkten

a) Die Lösung des deterministischen Algorithmus				b) Die Lösung des klassischen stochastischen Verfahrens				c) Die Lösung des neuen stochastischen Verfahrens			
Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer	Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer	Tournummer	Koordinate x	Koordinate y	Erzeugernummer
Depot	40	40		Depot	40	40		Depot	40	40	
Tour 1	40	20	74	Tour 1	27	24	73	Tour 1	21	36	16
	44	13	21		22	22	1		20	30	63
	36	6	61		30	20	62		26	29	33
	30	20	62		36	6	61		27	24	73
	22	22	1		44	13	21		22	22	1
	27	24	73		40	20	74		25	16	28
	26	29	33		48	21	48		30	20	62
	20	30	63		52	26	29		38	33	68
	21	36	16		50	30	45				
Tour 2	36	26	2	Tour 2	33	34	6	Tour 2	43	26	30
	43	26	30		29	39	51		48	21	48
	48	21	48		21	36	16		55	20	5
	52	26	29		20	30	63		44	13	21
	50	30	45		26	29	33		40	20	74
	55	34	27		36	26	2		36	26	2
	54	38	52		43	26	30		33	34	6
	50	40	34		38	33	68				

Fortsetzung Übersicht 4

a) Die Lösung des deterministischen Algorithmus				b) Die Lösung des klassischen stochastischen Verfahrens				c) Die Lösung des neuen stochastischen Verfahrens			
Tournummer	Koordinate		Erzeugernummer	Tournummer	Koordinate		Erzeugernummer	Tournummer	Koordinate		Erzeugernummer
	x	y			x	y			x	y	
Tour 3	35	51	12	Tour 3	30	50	40	Tour 3	40	60	58
	40	60	58		21	45	3		35	60	72
	35	60	72		22	53	32		30	60	39
	30	60	39		26	59	9		26	59	9
	26	59	9		30	60	39		22	53	32
	21	48	44		35	60	72		21	48	44
	21	45	3		40	60	58		21	45	3
	30	50	40		35	51	12		29	39	51
	29	39	51								
Tour 4	45	35	4	Tour 4	45	35	4	Tour 4	51	42	46
	40	37	75		50	40	34		55	45	8
	33	34	6		51	42	46		54	38	52
	33	44	17		45	42	67		50	40	34
	41	46	26		41	46	26		50	30	45
			33	44	17	45	35	4			
						40	37	75			
Tour 5	55	20	5	Tour 5	55	20	5	Tour 5	55	34	27
	50	15	47		50	15	47		62	35	13
	54	10	36		54	10	36		67	41	54
	50	4	69		50	4	69		70	43	24
	59	5	71		59	5	71		62	48	19
	64	4	60		64	4	60		55	50	35
	66	8	70		66	8	70		55	57	53
	66	14	20		66	14	20		50	50	7
	60	15	37		60	15	37				
	62	24	15		62	24	15				
	65	27	57		65	27	57				
	62	35	13								
Tour 6	50	50	7	Tour 6	50	50	7	Tour 6	15	56	50
	55	50	35		55	45	8		9	56	18
	62	48	19		55	50	35		10	70	55
	70	43	24		62	48	19		17	64	25
	67	41	54		70	43	24		31	76	31
	55	45	8		67	41	54		40	66	10
	51	42	46		62	35	13		47	66	38
	45	42	67		55	34	27				
					54	38	52				
Tour 7	47	66	38	Tour 7	47	66	38	Tour 7	62	57	14
	40	66	10		40	66	10		70	64	59
	31	76	31		31	76	31		57	72	66
	17	64	25		17	64	25		50	70	65
	10	70	55		10	70	55		55	65	11
	9	56	18		9	56	18				
	15	56	50		15	56	50				
	22	53	32		21	48	44				
Tour 8	62	57	14	Tour 8	62	57	14	Tour 8	33	44	17
	70	64	59		70	64	59		30	50	40
	57	72	66		57	72	66		35	51	12
	50	70	65		50	70	65		41	46	26
	55	65	11		55	65	11		45	42	67
	55	57	53		55	57	53				

Fortsetzung Übersicht 4

a) Die Lösung des deterministischen Algorithmus			b) Die Lösung des klassischen stochastischen Verfahrens			c) Die Lösung des neuen stochastischen Verfahrens				
Tournummer	Koordinate x	Erzeuger- nummer	Tournummer	Koordinate x	Erzeuger- nummer	Tournummer	Koordinate x	Erzeuger- nummer		
Tour 9	12	38	Tour 9	25	16	Tour 9	65	27		
	11	28		26	13		62	24		
	6	25		15	5		60	15		
	16	19		15	14		66	14		
	12	17		12	17		66	8		
	15	14		16	19		64	4		
	15	5		6	25		59	5		
	26	13		11	28		50	4		
	25	16		12	38		54	10		
38	33			50	15	47	29			
			Tour 10	40	37	75	Tour 10	12	38	49
								11	28	23
								6	25	56
								16	19	43
								12	17	41
								15	14	42
								15	5	64
								26	13	22
								36	6	61

Die Beispiele zeigen, daß der stochastische Algorithmus der Definition 3 im Vergleich zum deterministischen Verfahren zu deutlichen Vorteilen führt, der Erwartungswert der Fahrstrecken sinkt um etwa 7 %, die maximale Wahrscheinlichkeit einer Überladung nimmt leicht ab. Als Nachteil ist anzusehen, daß die Zahl der Touren des Tourenplans eher zunimmt und die Gesamtfahrstrecke unter der Voraussetzung, daß keine Überladungen auftreten, ebenfalls leicht länger wird (um ca. 1 %). Außerdem erhöhen sich die Rechenzeiten um ca. 20 %. Der revidierte stochastische Algorithmus der Definition 4 schneidet jedoch noch deutlich besser ab als der stochastische Algorithmus der Definition 3. Der Erwartungswert der Tourenlänge nimmt gegenüber diesem Verfahren nochmals um ca. 6 % ab, die maximale Wahrscheinlichkeit der Überladung reduziert sich um ca. 60 %. Gleichzeitig erhöht sich die Gesamtfahrstrecke unter der Voraussetzung, daß keine Überladungen auftreten, um ca. 2% und die Rechenzeiten um ca. 15 %. Interessant ist, daß die Ergebnisse des Algorithmus 3 besser sind als die entsprechenden in (27) und die des Algorithmus 4 nochmals leicht besser als die des vergleichbaren Algorithmus in (10). Dieses Ergebnis wird auf dem in (10) verwendeten Beispiel erzielt. Bei Planungsproblemen mit einer großen Anzahl von Haltestellen, einer größeren Anzahl von Milcherzeugern pro Tour oder einer größeren Streuung der Anlieferungsmengen nehmen diese Vorteile des Algorithmus 4 nochmals zu.

5.3 Zusammenfassung der Ergebnisse der Beispielsrechnungen

Neben den hier vorgestellten Ergebnissen für die beiden Literaturdatensätze wurde eine Reihe von zufällig erzeugten Beispielen mit 20 bis 700 Haltepunkten untersucht. Dabei wurden die durchschnittliche Zahl der Haltepunkte pro Tour ebenso wie die geographische Verteilung der Haltepunkte und die Verteilung der Anlieferungsmengen variiert. Zusätzlich wurden für alle drei Verfahren die Eingabe-Parameter gemäß der Definition 6

verändert. Dies heißt, daß für den deterministischen Algorithmus der Definition 2 der Tourenformfaktor mit Werten zwischen 0 und 2 berücksichtigt und außerdem die Anzahl der Kandidaten für die Tourzusammenführung durch die Vorgabe von $ANZL_{max}$ im logisch sinnvollen Bereich verändert wurden. Für den klassischen stochastischen Algorithmus der Definition 3 wurde zusätzlich die zulässige Überladung $KPZT_{max}$ mit Überladung bis zu 30 % berücksichtigt und neben fest vorgegebenem λ durch die Wahl von α auch die berechneten λ^2 und λ^3 in die Formel integriert. Entsprechend wurden durch die Wahl von α im revidierten stochastischen Algorithmus der Definition 4 Kombinationen von $PNLT^1$ und $PNLT^2$ verwendet.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind qualitativ bemerkenswert stabil. Betrachtet man zunächst die drei Verfahren getrennt, so ergeben sich die besten Tourenpläne für das deterministische Verfahren mit dem Tourenformfaktor nahe bei 1. Zwar sind im Vergleich zu den beiden stochastischen Verfahren hier noch am ehesten Ergebnisverbesserungen durch Eingabe eines anderen Tourenformfaktors zu erzielen, aber eine systematische Verbesserung des Ergebnisses durch diese Variation ließ sich nicht erkennen.

Für das klassische stochastische Verfahren der Definition 3 waren Veränderungen des Tourenformfaktors noch weniger sinnvoll. Eine Erhöhung der maximal zulässigen Lademenge über die Kapazität des LKW's hinaus ($KPZT_{max} > KPZT$) führte nicht zu besseren Tourenplänen, da allein aufgrund des Optimierungskriteriums in der Regel keine Touren geplant wurden, deren erwartete Lademenge über der Kapazität der LKW's lag, verlängerte aber die Rechenzeit. Umgekehrt führte eine Begrenzung der Ladung unter die Kapazitätsgrenze zu deutlich längeren Fahrstrecken und höheren Anzahlen von Touren. Hinsichtlich der Verfahrensmodifikation durch λ erwiesen sich die berechneten Werte von λ^2 (d.h. $\alpha = 1$, $\beta = 0$) als am erfolgreichsten. In diesem Fall wurde die Überladung einer Tour mit der Strafe der zusätzlichen Fahrstrecke in Höhe einer durchschnittlichen Berücksichtigung der nicht erfolgten Abholung über Pendeltouren berücksichtigt.

Im Rahmen des revidierten stochastischen Algorithmus der Definition 4 erwiesen sich Variationen gegenüber der Grundfassung der Definition 4 als am wenigsten erfolgreich. Dies bedeutet, daß mit Werten von $\gamma = 1$ und $\alpha = 1$ sowie $KPZT_{max} = KPZT$ in der Regel die besten Ergebnisse mit der kürzesten Rechenzeit erzielt wurden, weil, wie schon beim Verfahren gemäß der Definition 3, höhere Obergrenzen für die Überladung zu keinen anderen Ergebnissen mit verlängerten Rechenzeiten führten, geringere Kapazitätsgrenzen hingegen zu schlechteren Tourenplänen, ebenso wie Abwandlungen des Tourenformfaktors oder des Optimierungskriteriums über α .

Eine Ausnahme bildete der Faktor $ANZL$, mit dem die Zahl der Kandidaten bei der Tourenzusammenfassung bestimmt werden konnte. Eine Verringerung dieser Kandidatenzahl gegenüber der Möglichkeit, alle Touren zu überprüfen, führte nicht nur zu einer deutlichen Reduzierung der Rechenzeit (zum Teil wurden nur 10-20 % der maximalen Rechenzeit benötigt), sondern zunächst unerwartet auch zu Verbesserungen des Planungsergebnisses, und zwar insbesondere beim revidierten Algorithmus der Definition 4. Zwar war der Faktor $ANZL$ zunächst nur eingeführt worden, um die Rechenzeiten zu begrenzen, aufgrund dieser Untersuchung kann man jedoch schließen, daß es zumindest bei den hier untersuchten Beispielen ausreichend ist, jeweils zwischen 10 und 20 Kandidaten für die Tourenzusammenfassung zuzulassen, und dies augenscheinlich unabhängig von der Größe oder Struktur des Planungsproblems. Eine solche Reduktion

des Aufwands führte bei den Methoden der Definition 2 und 3 zumindest zu keinen Ergebnisverschlechterungen und bei dem revidierten stochastischen Algorithmus der Definition 4 in etlichen Fällen sogar zu Verbesserungen der Planungsergebnisse. Wodurch dieses Phänomen entstanden ist, war nicht eindeutig zu erkennen. Zu vermuten ist aber, daß diese Korrektur des Optimierungskriteriums zugunsten der Bevorzugung von Zusammenführungskandidaten, die sich auch räumlich in der Nähe zueinander befinden, zumindest zu einem Teil die Schwäche jedes Saving-Algorithmus, nämlich die fehlende Voraussicht auf die Optimalität der geschlossenen Verbindung hinsichtlich zukünftiger Entwicklungen, ausgleicht. Er verhindert nämlich, daß allein aufgrund des Saving-Kriteriums sehr weiträumig angelegte Touren gebildet werden.

Ein Vergleich der Ergebnisse der verschiedenen Tourenplanungsverfahren untereinander bestätigte die in den Übersichten 1 und 2 exemplarisch dargestellten Ergebnisse. Das ungünstigste Planungsergebnis lieferte jeweils der deterministische Algorithmus, weil Touren auf Basis dieses Planungsalgorithmus zu häufig zu Überladungen und damit zu Extrakosten führten. Auch ein Versuch, dieses Phänomen zu reduzieren, indem die zulässige Lademenge unter die Kapazität der LKW's gesetzt wurde, verringerte zwar den Abstand zu den anderen Ergebnissen, führte aber wegen der fehlenden Berücksichtigung der unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten, zu Überladungen zu kommen, nicht zu einer Umkehrung der Ergebnisse. Der stochastische klassische Algorithmus der Definition 3 führte im Vergleich zur Basislösung des deterministischen Algorithmus im Durchschnitt zu 6-7 % besseren Tourenplänen, wobei gleichzeitig die maximale Wahrscheinlichkeit einer Tourenüberladung deutlich (um im Durchschnitt 40 %) reduziert wurde. Die tatsächliche Tourenlänge, falls keine Überladungen auftreten, nahm demgegenüber geringfügig zu. Gleichzeitig erhöhte sich die EDV-Laufzeit um ca. 10-12 %. Die besten Ergebnisse lieferte in fast allen Fällen der revidierte stochastische Algorithmus der Definition 4. Die erwartete Tourenlänge nahm gegenüber der deterministischen Lösung um 14 % ab, war also im Durchschnitt noch einmal ca. um 7 % besser als die bei der klassischen stochastischen Lösung. Die Wahrscheinlichkeit einer Tourenüberladung reduzierte sich gegenüber der deterministischen Lösung um fast 80 %, die EDV-Laufzeit hingegen erhöhte sich gegenüber den deterministischen Verfahren um ca. 30 %, und die tatsächliche Länge der Touren für den Fall, daß keine Überladungen auftraten, nahm um ca. 5 % zu. Die Zahl der Touren war in ca. der Hälfte aller Fälle für alle drei Verfahren gleich. Wenn sich Unterschiede ergaben, so lagen sie in allen Fällen bei nur einer zusätzlichen Tour und dann zu Ungunsten der stochastischen Verfahren. Zwar muß einschränkend berücksichtigt werden, daß die zur Konstruktion des Saving-Algorithmus in der Definition 4 verwendeten Annahmen über Reaktionen auf Tourenüberladungen gleichzeitig zum Maßstab für die Qualität der Ergebnisse gemacht wurden, was c. p. natürlich ein Vorteil für dieses Verfahren ist. Jedoch läßt sich unter diesem Vorbehalt und unter Berücksichtigung der Tatsache, daß bei einem heuristischen Verfahren einerseits und so vielgestaltig und auch strukturell unterschiedliche Problemen wie bei der Tourenplanung andererseits sich ein auch nur statistischer Beweis für die vorteilhafte Qualität einzelner Algorithmen nicht führen läßt, doch aussagen, daß die Untersuchungen starke Hinweise darauf geben, daß der revidierte stochastische Algorithmus der Definition 4 zur Tourenplanung bei seinem Einsatz zu deutlichen Vorteilen gegenüber den anderen diskutierten Verfahren führen kann.

6. Ausblick

Ein grundsätzlicher Nachteil des hier vorgestellten Saving-Verfahren ist ebenso wie bei allen anderen die Tatsache, daß nur die augenblickliche Verbesserung der Situation berücksichtigt wird, ohne im Auge zu behalten, was dieser Schritt für die weiteren

Möglichkeiten der Tourenplanung und -Zusammenfassung bedeutet. Dieser Mangel läßt sich im Prinzip auf zweierlei Wegen beheben; einerseits durch eine Vorausschau, in der bei Berechnung des Savings nicht nur die Vorteile des nächsten Schrittes, sondern die für einige Schritte im voraus Eingang finden, zum anderen besteht die Möglichkeit, durch nachgeschaltete Verbesserungsverfahren einmal gebildete Touren teilweise wieder aufzulösen und umzusortieren, um zu besseren Ergebnissen zu kommen. Beide Verfahren haben allerdings den Nachteil einer exponentiellen Ausweitung des Aufwandes und damit der Rechenzeit.

Andererseits wurden die hier dargestellten stochastischen Algorithmen unter Berücksichtigung der Annahme entwickelt, daß die Verteilungsfunktionen der Anlieferungsmengen stochastisch unabhängig sind. Es ist aber durchaus vorstellbar, daß insbesondere beim Einsatz des Planungsverfahrens für Vertriebsaufgaben Einflüsse existieren, die zu einer gemeinsamen Variation der Anlieferungsmengen führen. Es wäre zu untersuchen, inwieweit die Verfahren hierauf angepaßt werden können.

Ein drittes offenes Problem bildet die Berücksichtigungsmöglichkeit für Zeitfenster, die bisher in aller Regel nur in Form von Nebenbedingungen eingehen, was zwar bei allen hier dargestellten Verfahren möglich ist, aber zu deutlichen Ergebnisverschlechterungen führt. Besser wäre eine Möglichkeit, bei der - ähnlich wie hier für die Lademenge - auch die Restriktionen durch Zeitfenster bereits in das Optimierungskriterium eingehen und so schon bei der Tourenbildung integriert werden.

Die sich verbessernden technischen Kommunikationsmöglichkeiten bilden den Hintergrund einer weiteren möglichen Weiterentwicklung. In dem Augenblick, wo es dem Milchsammelfahrzeug gelingt, in Echt-Zeit die tatsächlichen Anlieferungsmengen an die Zentrale weiterzumelden, wäre eine Veränderung des Tourenplans, noch während die Tour gefahren wird, technisch möglich. Hierbei könnte also auf Basis des sich permanent verbesserten Informationsstandes auch eine permanent besser der Realität angepaßte Lösung entwickelt und dann an das Tourenfahrzeug zurückgegeben werden. Voraussetzung ist allerdings, daß die entsprechenden Kommunikationsmöglichkeiten noch deutlich preiswerter werden.

7. Literatur

- (1) Balakrishnan, N.: Simple heuristics for the vehicle routing problem with soft time windows. *Journal of the OR society* (44) 279-287 (1993).
- (2) Bastian, C., Rinnooy Kan, A. H. G.: The stochastic vehicle routing problem revisited. *European Journal of OR* (56) 407-412 (1992).
- (3) Benton, W. C., Rossetti, M. D.: The vehicle scheduling problem with intermittent customer demands. *Computers and OR* (19) 521-531 (1992).
- (4) Bertsimas, D. J.: A vehicle routing problem with stochastic demand. *OR* (40) 574-585 (1992).
- (5) Bertsimas, D. J., Van Ryzin, G.: A stochastic and dynamic vehicle routing problem in the euclidian plane. *OR* (39) 601-615 (1991).
- (6) Bramel, J., Coffmann, E. G., Shor, P. W., Simchi Levi, D.: Probabilistic analysis of the capacitated vehicle routing problem with unsplit demands. *OR* (40) 1095-1106 (1992).
- (7) Brendel, Th.: Dialoggestützte Tourenplanung unter besonderer Berücksichtigung von Belieferungszeitintervallen. Peter-Lang-Verlag Frankfurt am Main, New York (1987).
- (8) Brunswicker, J.: Optimale Standort- und Tourenplanung für die Rohmilcherfassung. Lit Verlag. Betriebswirtschaftliche Schriftenreihe, Bd. 24, Münster (1986).
- (9) Clarke, G., Wright, J. W.: Scheduling of vehicles from a central point to a number of Delivery points. *OR* (12) 25-33 (1964).
- (10) Dror, M., Laporte, G., Trudeau, P.: Vehicle routing with stochastic demands: Properties and solution framework. *Transportation science* (23) 166-176 (1989).
- (11) Dror, M., Trudeau, P.: Stochastic vehicle routing with modified savings algorithm. *European journal of OR* (23) 228-235 (1986).

- (12) Engele, G.: *Simultane Standort- und Tourenplanung*. Carl Heymanns Verlag, Köln, Berlin, Bonn, München (1980).
- (13) Fehr, G., Fontaine, J.: *Mit EDV auf Touren*. Rechnergestützte Tourenplanung im Handel. RGH mbH, Köln (1987).
- (14) Golden, B. L., Bodin, L.: Microcomputer-based vehicle routing and scheduling software. *Computers and OR* (13) 277-285 (1986).
- (15) Golden, B. L., Wasil, E.: Computerised vehicle routing in the soft drink industry. *OR* (35) 6-17 (1987).
- (16) Haimovich, M., Rinnooy Kan, A. H. G., Stougie, L.: Analysis of heuristics for vehicle routing problems. *Vehicle Routing, Methods and studies*, Golden, B. L., Assad, A. A. (Edts). Elsevier Science publishers North Holland (1988).
- (17) Hellmann, A.: *Theorie und Praxis von Routing Problemen*. Lösungsverfahren zur Tourenplanung im Eindepot- und Mehrdepotfall. Verlag Dr. Rüdiger Martiens, Schwarzenbek (1984).
- (18) Kipshagen, L.: *Die Planung von Distributionssystemen der Konsumgüterindustrie unter besonderer Berücksichtigung der Tourenausslieferung*. Die Konzeption einer Modellhierarchie. Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main (1983).
- (19) Laporte, G., Louveaux, F., Mercure, H.: Models and exact solutions für a class of stochastic location routing problems. *European journal of OR* (39) 71-78 (1989).
- (20) Matthäus, F.: *Tourenplanung-Verfahren zur Einsatzdisposition von Fuhrparks*. S. Toeche-Mittler Verlag, Darmstadt (1978).
- (21) Müller, B.: Ein Verfahren zur Unterstützung der simultanen Kapazitäts- und Standortplanung für Molkereien. *Kieler Milchwissenschaftliche Forschungsberichte* 33 (2) 85-122 (1981).
- (22) Müller, B.: Ein Verfahren zum Einsatz von OR-Modellen bei der Lösungsbetriebswirtschaftlicher Probleme am Beispiel der kurzfristigen Produktionsprogrammplanung für Molkereien. *Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte* 46, (1) 33-64 (1994).
- (23) Müller, B.: Die Erfassungstourenplanung einer Molkerei mit mehreren Betriebsstätten unter Berücksichtigung der kurzfristigen Produktionsprogrammoptimierung. *Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte* 31 (2) 133-155 (1979).
- (24) Paessens, H.: The savings algorithm for the vehicle routing problem. *European journal of OR* (34) 336-344 (1988).
- (25) Siegert, H. Ch.: *EDV-Unterstützung im Fuhrpark*. Fuhrparkinformations- und Tourenplanungssysteme. Verlag Moderne Industrie, Landsberg/Lech (1988).
- (26) Solomon, M. M.: On the worst case performance of some heuristics for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints. *Networks* (16) 161-174 (1986).
- (27) Steward, W.R., Golden, B. L.: Stochastic vehicle routing: A comprehensive approach. *European journal of OR* (14) 371-385 (1983).
- (28) Tempelmeier, H.: *Quantitative Marketing-Logistik*. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo (1983).
- (29) Thompson, P. M., Psarfatis, H. N.: Cyclic transfer algorithms for multivehicle routing and scheduling problems. *OR* (41) 935-946 (1993).
- (30) Weuthen, H. K.: *Tourenplanung Lösungsverfahren für Mehrdepotprobleme*. Dissertation Uni Erlangen, Erlangen (1983).
- (31) Wiedey, H.: *Tourenplanung bei großer Kundenzahl*. Kieler Wissenschaftsverlag Vauk. Kiel (1982).

8. Zusammenfassung

Müller, B.: **Die Erfassungstourenplanung für Molkereien als Beispiel der Berücksichtigung von Datenunsicherheit bei heuristischen Planungsmethoden.** Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte 47 (1) 5-34 (1995)

29 Planung

Überproportional steigende Transportkosten erhöhen die Bedeutung eines effizienten Einsatzes der Tanksammelwagen bei der Milcherfassung. EDV-gestützte Algorithmen des OR zur Tourenplanung können hierzu einen wichtigen Beitrag leisten. Im Unterschied zu deterministischen Verfahren ermöglicht der hier vorgestellte stochastische Planungsalgorithmus die explizite Berücksichtigung der Unsicherheit über die tatsächlichen Anlieferungsmengen. Ausgehend vom klassischen Saving-Algorithmus wird ein Verfahren entwickelt, das auf Basis der Szenario-Optimierung diskrete Fälle betrachtet, die danach unterschieden werden, bei welchem Milcherzeuger auf einer Tour es zu einer LKW-Überladung kommt. Die Berechnung des Savings stützt sich auf den Erwartungswert der Tourenlänge unter Berücksichtigung der Hilfsmaßnahme bei Tourenüberladungen zu Modellbedingungen. Damit kann im Unterschied zum klassischen stochastischen Verfahren das Optimierungskriterium logisch aus den Annahmen über die Tourenbildung abgeleitet werden.

Ein Vergleich von deterministischem, klassisch stochastischem und neuem Verfahren zeigt, daß der Erwartungswert der Gesamttourenlänge bei den der Literatur entnommenen Beispielen durch das neue Verfahren um durchschnittlich 6 % gegenüber dem klassischen stochastischen Verfahren und um ca. 15 % gegenüber dem deterministischen Verfahren gesenkt werden kann. Gleichzeitig verringert sich die Wahrscheinlichkeit einer Überladung deutlich bei einer moderaten Erhöhung der Rechenzeiten, so daß aus dieser Sicht das Verfahren auch für Probleme praxisrelevanter Größe mit Hilfe handelsüblicher PC einsetzbar erscheint.

Summary

Müller, B.: **Vehicle routing for dairies: an example taking into account the vagueness of data while using heuristic methods.** Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte 47 (1) 5-34 (1995)

29 Planing

Since transportation costs are overproportionally increasing the efficient use of the milk collection tanker trucks plays a major role. In this context, computer-based OR algorithms for designing routes can be important tools. Contrary to deterministic approaches the stochastic algorithm, which is presented here, enables the explicit consideration of the vagueness concerning the actual quantities delivered. Starting from the traditional savings algorithm a model is developed which considers discrete cases on the basis of scenario optimization. These cases are distinguished according to the dairy farm on a route at which the capacity of the truck is exceeded. Computation of the savings is based on the expected value of the length of the route by considering the measure taken in the case of overloads under model conditions. In this way, the optimization criterion can, contrary to the traditional stochastic method, be logically derived from the assumptions concerning route construction.

A comparison of the deterministic, traditional stochastic and the new method shows that the expected value of the overall length of the route in the examples taken from the literature can be lowered by 6 %, on average, by the new method, compared with the traditional stochastic one, and by approximately 15 %, compared with the deterministic method. Simultaneously, the probability of truck overload is markedly reduced with a moderate increase in computing expenditure, so that, from this point of view, the method appears also appropriate to be used for solving real-life problems by means of commercial personal computers.

Résumé

Müller, B.: **Planning de tournées pour des entreprises laitières: un exemple qui tient compte de l'incertitude des données dans le cas des méthodes heuristiques.** Kieler Milchwirtschaftliche Forschungsberichte 47 (1) 5-34 (1995)

29 Planning

Comme des coûts de transport vont en augmentant plus que proportionnellement, il faut accorder une attention accrue à l'exploitation efficiente des véhicules au cours de la collecte du lait. Dans ce contexte, des algorithmes de l'“OR” pour la planification de tournées, assistés par ordinateur, sont des outils très utiles. Contrairement aux méthodes déterministes, l'algorithme stochastique présenté ici permet de considérer explicitement l'incertitude en ce qui concerne les quantités réellement livrées. Partant de l'algorithme de „savings“ traditionnel on développe un modèle qui considère des cas discrets sur la base de l'optimisation du scénario. On distingue ces cas selon la ferme laitière sur la route où une surcharge du véhicule se produit. La calcul de „savings“ est basée sur la valeur escomptée de la longueur de la tournée en tenant compte des mesures prises dans le cas d'une surcharge du véhicule dans des conditions du modèle. Ainsi on peut, contrairement à la méthode stochastique traditionnelle, dériver logiquement le critère d'optimisation à partir des hypothèses concernant l'organisation de la tournée.

La comparaison entre la méthode déterministe, stochastique traditionnelle et la méthode nouvelle montre que la valeur escomptée de la longueur totale de la tournée dans des exemples cités dans la littérature peut être diminuée de 6 %, en moyenne, par la méthode nouvelle, comparé au procédé stochastique traditionnel, et d'approximativement 15 %, comparé à la méthode déterministe. Simultanément la probabilité qu'une surcharge se produit est considérablement réduite avec une augmentation modérée des temps de calcul. Par conséquent, ce procédé s'est avéré, de ce point de vue, aussi applicable aux problèmes à résoudre dans des conditions pratiques en utilisant des P.C. commerciaux.