

Wärmequellenverteilung in Modellkörpern bei der Mikrowellen-Erhitzung*

Helmar Schubert und Theo Grünewald**

Die Mikrowellen-Erhitzung gehört zu den dielektrischen Erwärmungsverfahren. In elektrisch nichtleitenden Produkten – sog. Dielektrika – wird hierbei elektrische Energie unmittelbar in Wärme umgewandelt und im Inneren des Dielektrikums erzeugt, d. h. es entstehen Wärmequellen im Produkt. Hieraus ergeben sich besondere Vorteile der Mikrowellen-Erwärmung gegenüber der konventionellen Erwärmung von außen, wobei vor allem die Verkürzung der Prozeßzeit – beispielsweise ein schnelleres Erwärmen oder Trocknen – und die selektive Erwärmung zu nennen sind. Diese Vorteile werden hauptsächlich für die Wärmebehandlung von Lebensmitteln genutzt. Mit der schnellen Mikrowellen-Erhitzung sind jedoch auch Nachteile verbunden, die in erster Linie ihre Ursachen in der ungleichmäßigen Erwärmung und der Gefahr von lokalen Überhitzungen der Produkte haben. Diese Effekte werden

meist auf Inhomogenitäten des Produktes oder des äußeren Mikrowellen-Feldes zurückgeführt. Der folgende Beitrag zeigt, daß vielfach andere Ursachen für die beobachtete Überhitzung maßgebend sind.

1 Erwärmung von Dielektrika im Mikrowellen-Feld

Mikrowellen sind elektromagnetische Wellen mit der Frequenz von 300 MHz bis 300 GHz; die am häufigsten benutzte und zugelassene Frequenz für die Mikrowellen-Erwärmung ist 2,45 GHz. Durch Absorption dieser Wellen im Stoffinneren entsteht Wärme. Die Mechanismen dieser sog. Verluste sind die Polarisation molekularer Dipole und die Ionenleitung. Beide Mechanismen tragen zur Verlustleistungsdichte P_V bei, die die Wärme-Erzeugung pro Zeit- und Volumeneinheit angibt:

$$P_V = \text{const } E^2 \epsilon_r' \tan \delta. \quad (1)$$

Hierin bedeuten: E maximale elektrische Feldstärke, ϵ_r' Realteil der relativen Dielektrizitätskonstanten, $\tan \delta$ effektiver Verlustfaktor ($= \epsilon_r''/\epsilon_r'$) und ϵ_r'' Imaginärteil der relativen Dielektrizitätskonstanten. Aus Gl. (1) errechnet sich die differentielle Temperaturerhöhung dT eines adiabatisch abgeschlossenen Volumenelementes während der Zeit dt nach der Beziehung

$$dT = \frac{P_V}{\rho c} dt, \quad (2)$$

* Vortrag von H. Schubert auf dem Jahrestreffen der Verfahrens-Ingenieure, 29. Sept. bis 1. Okt. 1982 in Basel.

** Prof. Dr.-Ing. H. Schubert und Dr.-Ing. Th. Grünewald, Institut für Verfahrenstechnik der Bundesforschungsanstalt für Ernährung, Engesserstr. 20, 7500 Karlsruhe.

wobei ρ die Dichte des Dielektrikums und c die spezifische Wärmekapazität bedeuten. Die Temperaturerhöhung ist also vom Quadrat der elektrischen Feldstärke und vom Stoffwert ϵ_r'' abhängig. Bei der üblichen Frequenz von 2,45 GHz und Raumtemperatur erwärmen sich Stoffe wie PTFE ($\epsilon_r'' \approx 2 \cdot 10^{-4}$), PE (10^{-3}), Naturgummi ($3 \cdot 10^{-3}$), Glas (0,04) und Porzellan (0,05) wegen der kleinen ϵ_r'' -Werte kaum im Vergleich zu Wasser ($\epsilon_r'' \approx 11$) und wasserhaltigen Lebensmitteln (10 bis 25). Einen erheblichen Einfluß auf die Mikrowellen-Erwärmung kann die Produkttemperatur haben. Beispielsweise erwärmt sich gefrorenes destilliertes Wasser (-2°C) im Mikrowellen-Feld bei 2,45 GHz wegen $\epsilon_r'' \approx 3 \cdot 10^{-3}$ nur langsam.

2 Wärmequellenverteilung

Eine ebene Mikrowelle wird in einem unendlich ausgedehnten, homogenen Dielektrikum exponentiell geschwächt. Die Wärmequellenverteilung in einem derartigen sog. Halbraum ergibt sich aus dem Verlauf der Verlustleistungsdichte mit dem Weg s senkrecht zur Eindringtiefe nach der Beziehung

$$P_V = P_{V_0} e^{-2\beta s} \quad (3)$$

Hierbei sind P_{V_0} die Verlustleistungsdichte an der Stelle $s = 0$, also an der Stelle des Eintritts der Mikrowelle in das Dielektrikum, und β die Dämpfungskonstante, wobei

$$\beta = \frac{\pi \sqrt{\epsilon_r''}}{\lambda_0} \tan \delta \quad (4)$$

ist mit λ_0 = Wellenlänge der Mikrowellen im Vakuum. Das Absorptionsverhalten wird vielfach auch durch die theoretische Eindringtiefe s_{theor} charakterisiert. Hierunter versteht man diejenige Länge, bei der die Feldstärke um den Faktor e reduziert wird. Für den Halbraum läßt sich s_{theor} näherungsweise aus

$$s_{\text{theor}} \cong \frac{\lambda_0}{2\pi \sqrt{\epsilon_r''} \tan \delta} \quad (5)$$

berechnen. Für die Frequenz von 2,45 GHz und Raumtemperatur schwankt s_{theor} zwischen 140 m (PTFE) und 5 bis 15 mm (wasserhaltige Lebensmittel).

Üblicherweise werden in der Fachliteratur die Gln. (3) und (5) auch zur Berechnung der Wärmequellenverteilung bzw. Eindringtiefe in beliebig geformte Körper herangezogen. Die folgende Darstellung zeigt, daß diese Vereinfachung nicht zulässig ist.

Die Freiraumwellenlänge einer Mikrowelle bei der üblichen Frequenz $f = 2,45$ GHz beträgt $\lambda_0 = 12,2$ cm. Die Wellenlänge innerhalb des Dielektrikums ist $\lambda = \lambda_0/n$, wobei sich der Brechungsindex näherungsweise zu

$$n \cong \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon_r' [4 + (\epsilon_r''/\epsilon_r')^2]} \quad (6)$$

berechnet. Beispielsweise erhält man für die Frequenz $f = 2,45$ GHz mit den relativen Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_r' = 60$ und $\epsilon_r'' = 20$, die den Werten einer Kartoffel bei 20°C entsprechen, einen Brechungsindex von $n = 7,8$ und eine Wellenlänge innerhalb des Dielektrikums von $\lambda = 1,5$ cm.

Sowohl λ_0 als auch die zur Berechnung der Wärmequellenverteilung maßgebliche Wellenlänge λ innerhalb des Dielektrikums sind für viele zu erwärmende Produkte von der gleichen Größenordnung wie die Produktabmessungen. In diesen Fällen müssen zur Bestimmung der Wärmequellenverteilung innerhalb des Produktes die Maxwell-Gleichungen herangezogen werden. Prinzipiell liegen ähnliche Verhältnisse vor wie bei der Lichtstreuung einer Partikel, deren Abmessung von der Größenordnung der Lichtwellenlänge ist; statt der Streuung wird bei der Mikrowellen-Erwärmung lediglich die Absorption betrachtet.

Für eine homogene Kugel läßt sich mit Hilfe der Mie-Theorie der Streukoeffizient berechnen [1], der beispielsweise für die Partikelmeßtechnik von Bedeutung ist. In analoger Weise kann auch der Absorptionskoeffizient ermittelt werden. In Anlehnung an eine Arbeit von Anne [2] wurde ein Rechenprogramm entwickelt [3], das zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten einer homogenen Kugel mit dem Radius R in Abhängigkeit vom Mie-Faktor $\alpha = 2\pi R/\lambda_0$ dient. Ein Beispiel zeigt Abb. 1. Der Absorptionskoeffizient ist das Verhältnis eines gedachten, senkrecht zur Mikrowellen-Ausbreitung liegenden Querschnitts, der absorbiert wird, zur Querschnittsfläche der Kugel.

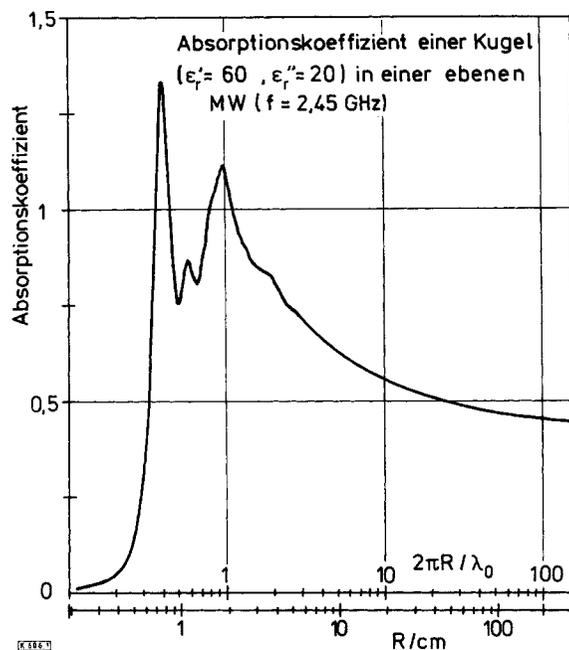


Abb. 1. Absorptionskoeffizient einer homogenen Kugel im Mikrowellen-Feld als Funktion vom Radius R bzw. Mie-Faktor $\alpha = 2\pi R/\lambda_0$.

Im sog. Rayleigh-Bereich $\alpha \ll 1$ ist die Absorption nur gering. Die größte Absorption liegt im Resonanzbereich (Mie-Bereich) $0,3 < \alpha < 6$ vor. Für $\alpha \gg 1$ kann in guter Näherung mit den Gesetzen der geometrischen Optik gerechnet werden.

Der in Abb. 1 dargestellte Kurvenverlauf ist ein Maß für die insgesamt absorbierte Energie in der Kugel. Wesentlich kompliziertere Rechnungen sind erforderlich, um die Energie- bzw. Wärmequellenverteilung innerhalb der Kugel bestimmen zu können. Für den Fall ebener Mikrowellen liegen derartige Rechnungen für kugelförmige Modellkörper vor, vgl. z.B. [4]. Die Annahme ebener Mikrowellen, die allen bisher bekannt gewordenen Berechnungen zugrunde liegt, ist jedoch fragwürdig, wenn die Wärmequellenverteilung von Dielektrika im Resonanzraum eines Mikrowellen-Herdes bestimmt werden soll. Für diesen Fall der in der Praxis vorkommenden Mikrowellen-Erwärmung wird am Beispiel einer homogenen Kugel folgende Abschätzung vorgeschlagen, wobei vorausgesetzt ist, daß mit der geometrisch-optischen Näherung (Mie-Faktor $\alpha > 6$) gerechnet werden darf.

Wie die Skizze in Abb. 2 zeigt, wird ein Punkt der Kugeloberfläche betrachtet, an dem die Mikrowellen aus allen Richtungen in das Kugellinnere gebrochen werden. Geht man davon aus, daß die Feldstärke an der Oberfläche der Kugel stochastisch verteilt ist (was den Verhältnissen in einem modernen Mikrowellen-Herd nahekommt), so läßt sich durch Integration über der gesamten Kugel die Energieverteilung im Inneren berechnen. Hierbei sind die exponentielle Schwächung der Welle sowie die Richtungsabhängigkeit des Brechungsindex berücksichtigt. Das Ergebnis einer derarti-

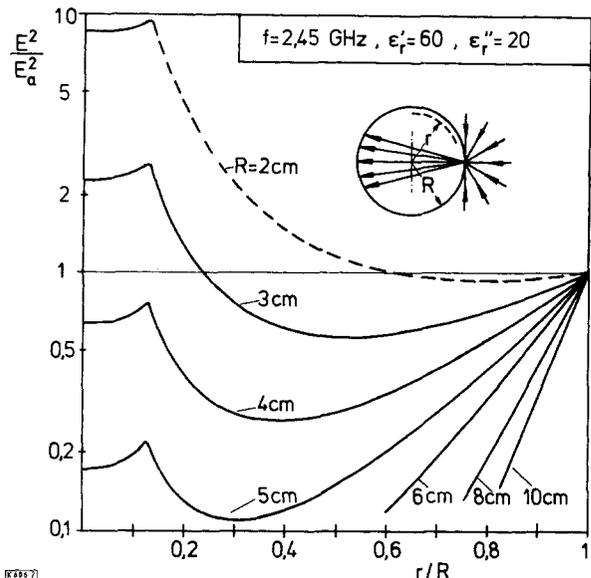


Abb. 2. Berechnete Wärmequellenverteilung im Inneren einer homogenen Kugel für verschiedene Kugelradien R während einer Mikrowellen-Erhitzung; Erläuterungen im Text.

gen Rechnung zeigt Abb. 2. Aufgetragen ist das Quadrat der elektrischen Feldstärke E , dividiert durch das Quadrat der elektrischen Feldstärke E_s an der Kugeloberfläche, über dem Radienverhältnis r/R für die Frequenz $f = 2,45 \text{ GHz}$ und die relativen Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_r' = 60$ und $\epsilon_r'' = 20$. Parameter ist der Kugelradius R . Der Wert E^2/E_s^2 ist nach Gl. (1) ein Maß für die Wärmequellenverteilung. Man erkennt, daß bei kleinen Kugelradien die größte Erwärmung im Inneren der Kugel auftritt, während bei großen Kugeln die Oberfläche am stärksten erwärmt wird. Der Kurvenverlauf für $R = 2 \text{ cm}$ ist gestrichelt eingetragen, da hier die geometrisch-optische Näherung fragwürdig zu werden beginnt.

Zur Prüfung des hier zugrunde liegenden Ansatzes wurden Experimente an verschieden großen Modellkugeln durchgeführt. Als Material wurden Kartoffeln und Futterrüben verwendet, die zu Kugeln geformt wurden. Bei einer Frequenz $f = 2,45 \text{ GHz}$ und einer Temperatur von ca. 25°C betragen die relativen Dielektrizitätskonstanten nach Literatur-Angaben $\epsilon_r' \cong 60$ und $\epsilon_r'' \cong 20$. Für die Experimente wurden die Modellkörper in der Äquatorialebene geteilt und die Querschnittsfläche mit einer Folie belegt, die

mikroverkapselte Flüssigkeitskristalle enthält. Eine derartige Folie hat die Eigenschaft, bei unterschiedlichen Temperaturen das auftretende Licht mit unterschiedlichen Farben zu reflektieren. Aufgrund dieser Farberscheinungen kann unmittelbar auf die Temperatur- und damit auf die Wärmequellenverteilung im Inneren der Kugel geschlossen werden, da der Einfluß der Wärmeleitung und des Wärmeaustausches an die Umgebung wegen der geringen Temperaturunterschiede von weniger als 10°C und der sehr kurzen Erwärmungszeiten vernachlässigt werden darf. Die Experimente, über die zu einem späteren Zeitpunkt ausführlich berichtet wird [3], bestätigen die Brauchbarkeit der Näherung. Beispielsweise zeigt sich auch im Experiment, daß eine Kugel mit $R = 3,7 \text{ cm}$ an der Oberfläche die gleiche Temperaturerhöhung erfährt wie im Zentrum. Insbesondere belegen die Rechnungen und Experimente, daß die vielfach beobachteten lokalen Überhitzungen oder kalten Stellen in mit Mikrowellen erwärmten Dielektrika nicht nur durch Inhomogenitäten des Produktes zu erklären sind, sondern auch in homogenen Körpern vorkommen können.

Folgende Hinweise, die aus den physikalischen Vorgängen hergeleitet werden können, lassen sich zusammenfassen:

- Körper mit hinreichend kleinen Abmessungen (Mie-Faktor $\alpha \ll 1$) werden im Mikrowellen-Feld nur geringfügig erwärmt.
- Liegt der Mie-Faktor etwa zwischen 1 und 10, was bei der Frequenz $f = 2,45 \text{ GHz}$ für viele Lebensmittel Abmessungen der Größenordnung 10 cm entspricht, so kann sich im Inneren eine stärkere Erwärmung als in den Randzonen ergeben.
- Bei hinreichend großen Abmessungen der Dielektrika wird bei der Mikrowellen-Erwärmung mit der üblichen Frequenz von $2,45 \text{ GHz}$ stets die Oberfläche stärker erwärmt als das Innere.

Um eine möglichst homogene Erwärmung zu erreichen, kann man bei kleinen Produktabmessungen (Mie-Faktor $\alpha = 1$ bis 10) die Mikrowellen-Erhitzung mit einer konventionellen Wärmezufuhr und bei großen Produktabmessungen ($\alpha > 10$) mit einer Oberflächenkühlung kombinieren. Eine weitere Möglichkeit, abwechselnd mehrere Frequenzen zu verwenden, ist bisher noch nicht genutzt worden.

Eingegangen am 20. April 1983 [K 606]

- Broßmann, R.: Dissertation, Universität Karlsruhe 1966.
- Anne, A.: Dissertation, University of Pennsylvania 1963.
- Schubert, H.; Grünwald, Th.; Müller, W.: Mikrowellenerwärmung von Lebensmitteln, in Vorbereitung.
- Kritikos, H. N.; Schwan, H. P.: IEEE Trans. Biomed. Eng. 22 (1975) Nr. 6, S. 457/463.